

## 2. MEHENIKA

### 2.1. KINEMATIKA

relativnost gibanja: odvisnost od okolice

- prostorsko gibanje: tri koordinatne osi, ki so pravokotne druga na drugo;
- ravninsko gibanje: omejenost na dano ravnino;
- premo gibanje: omejenost na premico;

#### PREMO GIBANJE

enakomerno gibanje:  $v = \frac{s}{t} v = \frac{s}{t}$  [1 m/s = 3,6 km/h]

pospešek:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  [m/s<sup>2</sup>]

enakomerno pospešeno gibanje:  $v = v_0 + at$

Pot pri gibanju lahko na časovnem grafu hitrosti prikažemo kot ploščino pod krivuljo hitrosti.

Pot pri enakomerno pospešenem gibanju:  $x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$

Povprečna hitrost pri enakomerno pospešenem gibanju je aritmetična sredina začetne in končne hitrosti. Če telo v začetnem trenutku (t = 0) miruje, je začetna hitrost 0.

#### KRIVO GIBANJE

Sprememba krajevnega vektorja:  $\Delta r$

Vektor hitrosti:  $\vec{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$

Vektor hitrosti ima smer tangente na tirnico gibanja. Če se vektor hitrosti spreminja s časom, je gibanje neenakomerno. Sprememba hitrosti je v zvezi s pospeškom.

Vektor pospeška je kvocient spremembe hitrosti in časovnega intervala, v katerem se sprememba zgodi. Pospešek določa o spremembi hitrosti.

Sprememba hitrosti:  $v_2 = v_1 + \Delta v = v_1 + a\Delta t$

Če ima pospešek drugačno smer kot hitrost, je gibanje krivo, s časom pa se spreminja tudi smer vektorja hitrosti. Vektor pospeška je usmerjen v notranjo stran zakrivljenosti krivulje (na ravnem delu je pospešek nič).

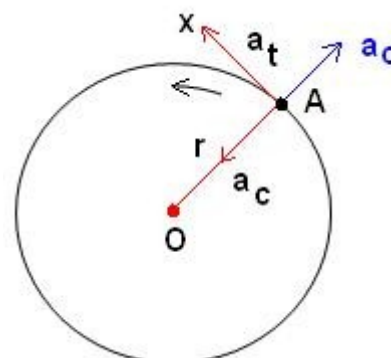
Tangentni pospešek – komponenta pospeška v smeri hitrosti:  $a_t$

Radialni pospešek – pravokotna komponenta:  $a_r$

Pospešek:  $a = a_t + a_r$

Tangentni pospešek spreminja le velikost hitrosti (ne vpliva na njeno smer) – pospešuje ali zavira telo.

Radialni pospešek zakrivlja smer gibanja (ne vpliva na njeno hitrost) – omogoča krivo gibanje.



Če ni radialnega pospeška, je gibanje premo;

če ni tangenta pospeška, gre za enakomerno kroženje.

## RAVNINSKO GIBANJE

Primer krivega gibanja v dani ravnini. Gibanje točke je sestavljeno iz dveh premih gibanj v smeri pravokotnih koordinatnih osi x in y. Senca točke na abscisno os se giblje vzdolž te osi s hitrostjo  $v_x = \Delta x/t$ , njena senca na ordinatni osi pa vzdolž osi y s hitrostjo  $v_y = \Delta y/t$ .

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Rezultanta hitrosti:

Kot se vektorsko seštevata hitrosti senc točke vzdolž posameznih koordinatnih osi, se seštevata tudi njuna pospeška.

**VODORAVNI MET** je gibanje v navpični ravnini, sestavljeno iz enakomernega gibanja v vodoravni smeri in iz prostega pada v smeri osi y. (Zračni upor zanemarimo.)

Tirnica pri vodoravnem metu je navzdol zakrivljena parabola. Hitrost se povečuje zaradi pospeška.

$$y = \frac{gt^2}{2} = \frac{gx^2}{2v_0^2} \quad y = \frac{gt^2}{2} = \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

Na dnu y velja: 
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

## KROŽENJE

$$\varphi = \frac{s}{r} \varphi = \frac{s}{r} \quad [\text{rad}]$$

Kotna hitrost: 
$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \quad \omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \quad [\text{rad/s}]$$

Kotna hitrost pove kot, za katerega se radij zavrti v časovni enoti.

Hitrost, ki je tangetna na krožnico, se imenuje obodna hitrost in je prenosorazmerna s kotno hitrostjo:  $v = r\omega v = r\omega$

Kroženje je enakomerno, če se kotna hitrost ne spreminja s časom.

Obhodni čas je čas enega obhoda krožnice, v katerem telo nariše polni krog. Obratna vrednost obhodnega časa je frekvenca kroženja.

Frekvenca podaja število obhodov v eni sekundi.

$$\omega = \frac{2\pi}{t_0} = 2\pi\nu \quad \omega = \frac{2\pi}{t_0} = 2\pi\nu$$

Iz definicije kotne hitrosti sledi zveza:

Smer obodne hitrosti med kroženjem spreminja radialni pospešek  $a_r$ , ki je usmerjen k središču kroženja.

Če se v kratkem časovnem intervalu radij zasuče za kot, se vektor obodne hitrosti spremeni v novi vektor obodne hitrosti, ki je enako dolg kot prvotni.

$$\Delta v = v\Delta\varphi \quad \Delta v = v\Delta\varphi$$

Sprememba hitrosti je v zvezi z radialnim pospeškom:

$$a_r = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v\Delta\varphi}{\Delta t} = v\omega a_r = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v\Delta\varphi}{\Delta t} = v\omega$$

Če se telo giblje z obodno hitrostjo po krogu z določenim polmerom, ima radialni pospešek:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

Pri enakomernem kroženju (stalna kotna hitrost in velikost  $\omega$ )

Pri enakomernem kroženju (stalna kotna hitrost in velikost  $\omega$ , obodne hitrosti) je pospešek radialen, tangentnega pospeška ni. Celoten pospešek je usmerjen k središču kroženja.

Pri neenakomernem kroženju ima pospešek poleg radialne komponente tudi tangentno. Ta spreminja velikost obodne hitrosti. Telo kroži ali pospešeno ali pojemajoče (odvisno od smeri tangentnega pospeška).

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(r\omega)}{\Delta t} = r\alpha$$

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Če ke kotni pospešek stalen, je kroženje enakomerno pospešeno:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t - 0} \quad \text{ali} \quad \omega = \omega_0 + \alpha t$$

Enačbe za enakomerno pospešeno gibanje so analogne enačbam za enakomerno pospešeno gibanje:  $\phi$  je analogen proti  $x$ ,  $\omega$  proti hitrosti in  $\alpha$  prememu pospešku.

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Smer vektorja kotne hitrosti je definirana s smerjo pravokotnice na ravnino kroženja.

/Smer vektorja dobimo ob pomoči desnega vijaka. Če zavrtimo desni vijak v smer gibanja krožečega telesa, se desni vijak pomakna v smer vektorja./

## GIBANJE TOGEGA TELESA

Telo je togo, če je zgrajeno dovolj trdno, da se njegova oblika in velikost med gibanjem ne spreminjata. Notranje sile, ki povezujejo posamezne dele telesa, so veliko močnejše od sil, ki delujejo na telo od zunaj.

Translacija – najpreprostejše gibanje togega telesa. Je gibanje, pri katerem se vsi deli telesa gibljejo enako, z enakimi hitrostmi in pospeški. Če se hitrost spreminja s časom, se spreminja za vse dele telesa enako.

Rotacija – vrtenje okrog stalne osi. Posamezne točke vrtečega telesa krožijo v ravninah, ki so pravokotne na vrtilno os. Obodna hitrost je čim večja, čim bolj oddaljena je točka od vrtilne osi.

Kotaljenje – gibanje togega telesa s kombinacijo translacije in rotacije.

## 2. 2. SILA

S silo izražamo delovanje telesa na drugo telo, njegova posledica je sprememba hitrosti, oblike ali velikosti.

Sila je vektor, rezultat njenega delovanja je odvisen od velikosti in smeri. Vpliv sile na vrtenje telesa je odvisen tudi od lege njenega prijemališča.

Če na telo deluje več sil, poiščemo njihovo rezultanto, ki jo dobimo z vektorskim izračunom.

## NEWTONOVI ZAKONI DINAMIKE

5

### 1. Newtonov zakon: zakon vztrajnosti

Če na telo ne deluje nobena sila ali če je rezultanta vseh delujočih sil nič, telo miruje ali se giblje enakomerno.

### 2. Newtonov zakon: zakon dinamike

Pospešek telesa je premo sorazmeren s silo in obratno sorazmeren z maso.

$$F = ma$$

Čim večja je masa telesa, te manjši pospešek dobi telo pod vplivom dane sile.

### 3. Newtonov zakon: zakon o medsebojnem delovanju teles

Delovanje teles je medsebojno – če prvo telo deluje na drugo, deluje hkrati drugo na prvo z enako veliko, nasprotno usmerjeno silo. Akcija vzbudi enako veliko reakcijo.

$$F_2 = -F_1$$

## CENTRIPETALNA SILA

Centripetalna sila je po 2. Newtonovem zakonu zapisana z enačbo:

$$F_{cp} = ma_r = mr\omega^2 = m \frac{v^2}{r} F_{cp} = ma_r = mr\omega^2 = m \frac{v^2}{r}$$

## GRAVITACIJSKA SILA

Telesa se med seboj privlačijo z gravitacijskimi silami, katerih vpliv se razteza na daljavo in tudi skozi brezračni prostor. Izvor gravitacijske sile je v masi telesa.

### 1. Keplerjev zakon

Planeti se gibljejo po skoraj krožnih eliptičnih tirnicah, Sonce je v enem gorišču.

### 2. Keplerjev zakon

Krajni vektor od Sonca do planeta opiše v enakih časovnih intervalih enake ploščine.

### 3. Keplerjev zakon

Kvocien kuba velike polosi tira planeta in kvadrata njegovega obhodnega časa je za vse planete našega Osončja enak:

$$\frac{r^3}{t_0^2} = K \text{ (Keplerjeva konstanta)} = 3,37 \times 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

Centripetalna sila, ki omogoča kroženje planetov okrog Sonca, je gravitacijska privlačna sila Sonca.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

gravitacijska konstanta:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$

## TEŽA

Teža telesa je gravitacijska sila, s katero Zemlja privlači telo navzdol:  $F_g = m g F_g = m g$

Težni pospešek je obratno sorazmeren s kvadratom oddaljenosti od središča Zemlje in je neodvisen od mase telesa.

$$g = \frac{g_0}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2}$$

## GIBANJE SATELITOV

Satelit se okrog Zemlje giblje po eliptični tirnici, ki ima eno gorišče v središču Zemlje. Sploščenost in usmerjenost eliptične tirnice je odvisna od velikosti in smeri začetne hitrosti, s katero satelit izstrelimo. Elipsa je tem bolj okrogla, čim večja je začetna hitrost.

1. kozmična hitrost: elipsa se zaokroži v krog:  $v = \sqrt{g_0 R} = 7,9 \text{ km/sv} = \sqrt{g_0 R} = 7,9 \text{ km/s}$

2. kozmična hitrost: predmet ubeži Zemljini težnosti:  $v = \sqrt{2g_0 R} = 11,2 \text{ km/s}$

$$v = \sqrt{2g_0R} = 11,2 \text{ km/s}$$

3. kozmična hitrost: predmet zapusti naše vesolje

## TRENJE

Na telo, ki se dotika podlage, deluje tudi sila podlage. Silo podlage razstavimo na pravokotno komponento  $N$ , ki je usmerjena pravokotno na podlago, in na vzdolžno komponento, ki nasprotuje premiku telesa vzdolž podlage.

Sila lepenja (neodvisna od velikosti stične ploskve, odvisna od vrste telesa in podlage):  $F_l = k_l N$   
 $F_l = k_l N$

Sila trenja (vzdolžna komponenta sile podlage med drsenjem):  $F_t = k_t N$   $F_t = k_t N$

Težo telesa na klanecu razstavimo na statično komponento (pravokotno na ravnino klanca) in dinamično komponento.

Statična komponenta:  $mg \cos \varphi$   $mg \cos \varphi$

Dinamična komponenta:  $mg \sin \varphi$   $mg \sin \varphi$

Poleg statične in dinamične komponente upoštevamo še komponenti  $N$  in  $F'$  sile podlage.

$N$ :  $mg \cos \varphi$   $mg \cos \varphi$

$F'$ :  $mg \sin \varphi$   $mg \sin \varphi$

Koeficient lepenja je enak tangensu najmanjšega kota klanca, pri katerem telo zdrsne.

$$\tan \varphi_l = k_l$$

Pospešek drsenja izračunamo z II. Newtonovim zakonom:  $a = g (\sin \varphi - k_t \cos \varphi)$

$$a = g (\sin \varphi - k_t \cos \varphi)$$

Po povsem gladkem klanecu ( $k_t = 0$ ) drsi telo navzdol s pospeškom  $g \sin \varphi$ . Pospešek je tem večji čim bolj strm je klanec. Trenje zmanjšuje pospešek drsenja.

## 2. 3. GIBALNA KOLIČINA

Gibalna količina:  $G = mv$   $G = mv$  [kgm/s]

Gibalna količina se spreminja, če nanjo deluje sila. Sprememba je toliko večja, kolikor močnejša je sila in kolikor dlje časa sila deluje.

Sunek sile:  $F \Delta t$   $F \Delta t$

Spremembo gibalne količine ugotovimo z Newtonovim zakonom. Sunek sile je enak spremembi gibalne količine. Končna gibalna količina je vektorska vsota začetne gibalne količine in sunka sile, ga je telo prejelo.

## SISTEM TOČKASTIH TELES

Okolico sistema sestavljajo telesa zunaj izbranega sistema, katerih gibanje nas ne zanima. Gibalna količina celotnega sistema je po definiciji rezultanta (vektorska vsota) vseh gibalnih količin



posameznih teles, ki sestavljajo sistem.

Na vsako točkasto telo izbranega sistema delujejo zunanje sile, s katerimi telesa iz okolice delujejo nanje, ter notranje sile, s katerimi telesa sistema delujejo drugo na drugo.

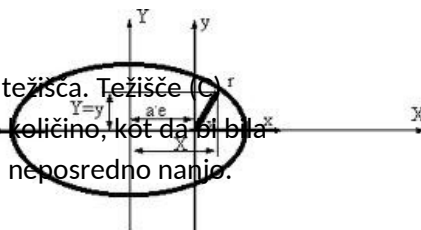
Notranje sile se pojavljajo v parih nasprotno enakih sil. Zato je rezultanta vseh notranjih sil nič in notranje sile ne delujejo na gibanje sistema kot celote, ne spreminjajo celotne gibalne količine sistema. Spreminjajo jo le zunanje sile.

Notranje sile sicer spreminjajo gibalne količine posameznih teles sistema, ne morejo pa spremeniti celotne gibalne količine, ki je vektorska vsota gibalnih količin posameznih teles sistema.

Če na sistem ne deluje zunanja sila ali če je rezultanta vseh zunaj delujočih sil nič, se gibalna količina sistema ohranja.

## TEŽIŠČE SISTEMA

Gibanje sistema točkastih teles skozi prostor izrazimo z gibanjem njegovega težišča. Težišče (C) sistema točkastih teles je posebna točka sistema, ki se giblje celotno gibalno količino, kot da bi bila vsa masa sistema združena v njej in kot da bi rezultanta zunanjih sil delovala neposredno nanje.



$$G = mv_C \text{ ali } v_C = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad G = mv_C \text{ ali } v_C = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

Četudi se notranje sile spremenijo, se hitrost težišča ne spremeni.

$$F = \frac{\Delta G}{\Delta t} = m \frac{\Delta v_C}{\Delta t} = m a_C$$

9

Če težišče miruje tedaj, ko se rezultanta zunanjih sil izniči, miruje tudi naprej, čeprav se medtem pojavijo notranje sile.

## SILA CURKA

Curek tekočine je tok delcev, ki se gibljejo z dano hitrostjo vzporedno drug ob drugem.

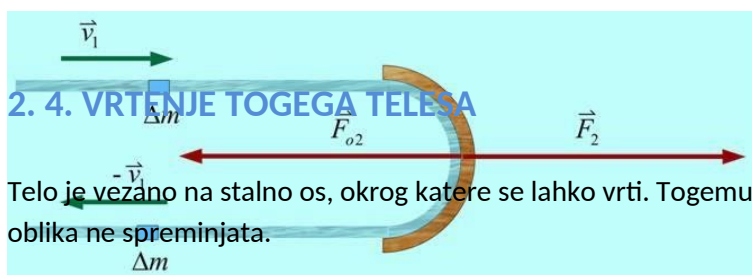
Masni tok curka:  $\phi_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \phi_v \phi_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \phi_m$  [kg/s]

Prostorninski tok curka:  $\phi_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} = v S \phi_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} = v S$  [m<sup>3</sup>/s]

Druga enačba za prostorninski tok curka velja, če je presek pravokoten na tok curka in če se hitrost vzdolž preseka ne spreminja.

Sila curka je produkt masnega toka vpadnega curka in spremembe hitrosti v vpadni smeri, ki jo ovira povzroči:

$$-F = \frac{\Delta G}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} (v_1 - v_2) \text{ ali } F = \phi_m (v - v_1)$$



Telo je vezano na stalno os, okrog katere se lahko vrti. Togemu telesu se med gibanjem velikost in oblika ne spreminjata.

### NAVOR SILE IN VZTRAJNOSTNI MOMENT

$$F_1' = m_1 a_t = m_1 r_1 \alpha$$

Z izrekom o podobnih trikotnikih dobimo zvezo:  $\frac{r_2'}{r_1} = \frac{F_2'}{F_1} \frac{r_2'}{r_1} = \frac{F_2'}{F_1}$

Navor sile:  $M_1 = r_1' F_1$

Vztrajnostni moment:  $J_1 = m_1 r_1^2$

Različni deli togega telesa se vrtijo z enakimi kotnimi pospeški, je  $\alpha$  v vsaki enačbi enak.

Dobimo enačbo Newtonovega zakona za vrtenje togega telesa:  $M = J \alpha$

Vztrajnostni moment dobimo tako, da seštejemo vse vztrajnostne momente posameznih delov.

Celotni navor vseh zunanjih sil, ki vplivajo na vrtenje telesa, dobimo z vsoto vseh navorov.

Pri tem so navori sil, ki pospešujejo vrtenje telesa pozitivni, navori sil, ki temu nasprotujejo pa negativni.

Teža telesa je razporejena po vsej notranjosti telesa.

Navor teže telesa glede na poljubno os je tolikšen, kot bi bila vsa teža zbrama v težišču telesa:

$$M = r' mg$$

Dvojico sil sestavljata enako veliki, nasprotno usmerjeni sili, ki sta razmaknjeni za neko dolžino. Njuna rezultanta je nič, zato ne pospešujeta telesa, pač pa ga vrtita:  $M = FdM = Fd$

Navori delujočih sil so v ravnovesju, če je njihova vsota enaka nič. Tedaj se telo vrti brez kotnega pospeška, miruje ali se vrti enakomerno. Če je tudi sila enaka nič, je telo v mehanskem ravnovesju.

Navor sile je vektor. Vektorja sile in krajevnega vektorja prijemališča sile sta v ravnini, ki je

pravokotna na vrtilno os:  $M = r \times F = J \alpha M = r \times F = J \alpha$

Če sila ni pravokotna na vrtilno os, navor ni usmerjen vzdolž te osi. V tem primeru pri računanju kotnega pospeška upoštevamo le komponento navora na izbrano os.

Če je vsa masa enako oddaljena od vrtilne osi, velja:  $J = mR^2 J = mR^2$

Vztrajnostni moment homogenega valja:  $J = 1/2 mR^2 J = 1/2 mR^2$

Vztrajnostni moment sestavljenega telesa je vsota vztrajnostnih momentov posameznih delov telesa (ob enaki hitrosti).

### VRTILNA KOLIČINA

Vrtilna količina:  $\Gamma = J\omega$

Sunek navora je enak spremembi vrtilne količine:  $M\Delta t = \Gamma_2 - \Gamma_1$

Vrtilna količina vrtečega telesa se spremeni za sunek navora, ki ga telo med vrtenjem prejme. Če navora ni ali če je rezultanta vseh delujočih navorov nič, se vrtilna količina ohranja.

## 2. 5. DELO SILE

Delo sile:  $A = F \times x = Fx \cos\alpha$  [J = 1Nm = kgm<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]

Sila opravlja pozitivno delo, če je nagnjena v smer premika, tako da ima njena projekcija smer premika. Če na telo deluje več sil, je celotno delo vsota del posameznih delujočih sil.

Pri vrtenju opravlja delo navor sile:  $A = M\varphi$

Delo tlaka:  $A = p\Delta V$

Delo pri raztezanju ali krčenju prožne vzmeti:  $A = \frac{kx^2}{2}$

## MOČ SILE

Moč sile:  $P = \frac{\Delta A}{\Delta t}$  [W = J/s]

1kWh = 3,6 MJ

Moč pospeševalne sile pri premem gibanju:  $P = Fv$

Moč pri vrtenju:  $P = M\omega$

## POVPREČNA MOČ

Povprečno moč upoštevamo, ko se ta spreminja s časom.

Na časovnem grafu je delo ploščina pod krivuljo moči:  $\Delta A = P\Delta t$

## 2. 6. KINETIČNA ENERGIJA

Kinetična energija:  $W_k = \frac{1}{2}mv^2$

Med gibanjem se kinetična energija telesa spreminja, če sile opravljajo delo. Sprememba kinetične energije je enaka delu vseh sil.

Končna kinetična energija je vsota začetne kinetične energije in dela, ki ga telo prejme. Telo na račun svoje kinetične energije oddaja delo, tako da premaguje zaviralne sile. Kinetična energija se zmanjša za toliko, kolikor dela telo odda.

### **ROTACIJSKA KINETIČNA ENERGIJA**

Rotacijska kinetična energija:  $W_k = \frac{J\omega^2}{2} W_k = \frac{J\omega^2}{2}$

Če se težišče telesa premika in se telo hkrati še vrti okrog dane osi skozi težišče, je celotna kinetična energija telesa sestavljena iz kinetične energije in rotacijske energije.

## 2. 7. POTENCIALNA ENERGIJA

Če se telo z maso kakor koli spusti za višinsko razliko, opravi teža pozitivno delo. Pri dvigu pa opravi teža negativno delo. Med vodoravnim premikom je delo teže enako nič.

Potencialna energija je energija, ki jo ima telo zaradi svoje lege glede na Zemjo:  $W_p = mgh$   
 $W_p = mgh$

Če na telo deluje le njegova teža, velja izrek o ohranitvi kinetične in potencialne energije (njuna vsota je konstanta).

Začetna hitrost telesa:  $v_0 = \sqrt{2gh}$

## PROŽNOSTNA ENERGIJA

Shranjevanje dela s stiskanjem in raztezanje prožne vzmeti:  $W_{pr} = \frac{kx^2}{2} W_{pr} = \frac{kx^2}{2}$

Če je telo z maso privezano na prosti konec prožne vzmeti, katere drugi konec je pritrjen, deluje nanj med padanjem poleg teže tudi sila prožnosti vzmeti. Potencialni energiji telesa in kinetični energiji moramo prišteti še prožnostno. Njihova vsota je konstanta.

## 2. 8. TRK TELES

Pri čelnem premem trku dveh kroglastih teles se telesi pred trkom in po njem gibljeta vzdolž iste premice. Hitrosti telesa vzamemo kot skalarni količini (z upoštevanjem negativne in pozitivne smeri).

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_k$$

Poznamo prožne (elastične) in neprožne (plastične) trke.

Poleg gibalne količine, ki se ohranja, se pri prožnem trku ohranja tudi kinetična energija teles: končna kinetična energija obeh teles je po prožnem trku enako velika kot pred njim.

Če eno telo pred trkom miruje in se vanj s hitrostjo zaleti drugo telo, sta hitrosti obeh teles po prožnem trku naslednji (A je kvocient mas prvotno mirujočega in vpadnega telesa):

$$v_2' = \frac{2v_0}{A+1} \quad v_1' = \frac{1-A}{1+A} v_0$$

Če je zadeto telo lažje od vpadnega, se po prožnem trku obe telesi gibljeta v prvotni smeri, le da se zadeto telo giblje hitreje od vpadnega.

Pri prožnem trku z nepremični zidom je hitrost nasprotno enaka začetni hitrosti; telo se odbije z enako hitrostjo nazaj.

Poseben primer je trk enako težkih teles (A=1) Vpadno telo se ustavi, prej mirujoče telo pa se začne gibati z vpadno hitrostjo.

## 2. 9. RELATIVISTIČNA ENERGIJA IN GIBALNA KOLIČINA

Pri jedrskih reakcijah, kjer se spreminja sestava atomskih jeder, se masa udeležencev reakcije ne ohranja. Če se pri reakciji sprošča energija (eksotermna reakcija), je masa vseh sodelujočih delcev po reakciji manjša kot pred njo. Nasprotno pa se masa udeležencev poveča pri endotermni reakciji, ki poteka le, če dovedemo energijo. Masa snovi se poveča na račun energije, energija pa se sprošča na račun manjše mase.

Energijska enačba:  $W = mc^2$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Spreminjanje mase delca:

$m_0$  – mirovna ali lastna masa delca (masa mirujočega delca). Masa delca je pravzaprav enaka lastni masi pri relativno majhnih hitrostih in zelo naraste, če se hitrost približa svetlobni hitrosti.

Hitrost delca se lahko poljubno približa svetlobni, vendar je ne more doseči.

Celotno energijo, ki jo vsebuje mirujoč prost delec, imenujemo lastna energija delca:  $W_0 = m_0 c^2$   
 $W_0 = m_0 c^2$

### RELATIVISTIČNA KINETIČNA ENERGIJA

$$W_k = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) m_0 c^2 = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) m_0 c^2$$

Relativistična kinetična energija:

Na splošno lahko vzamemo, da je masa delca stalna, če je sprememba energije v primerjavi z lastno energijo delca majhna.

### RELATIVISTIČNA GIBALNA KOLIČINA

$$G = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Relativistični izraz za gibalno količino delca:

$$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Relativistična energija:

Relativistična zveza med energijo in gibalno količino:  $W^2 = W_0^2 + c^2 G^2 = W_0^2 + c^2 G^2$

Energija fotona:  $W = hv = mc^2$

Gibalna količina fotona:  $G = \frac{h}{\lambda}$

## 2. 10. GOSTOTA SNOVI

Gostota snovi:  $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{\Delta m}{\Delta V}$  [kg/m<sup>3</sup>]

Z gostoto izrazimo zbitost snovi. Snov je homogena, če je masa enakomerno razporejena po notranjosti snovi. Pri heterogeni snovi se gostota spreminja v sami snovi in nas zato zanima povprečna gostota snovi.

Specifična teža:  $\gamma = \frac{F_g}{V} = \frac{m}{V}g = \rho g$   $\gamma = \frac{F_g}{V} = \frac{m}{V}g = \rho g$  [N/m<sup>3</sup>]

## 2. 11. ATOMI IN MOLEKULE

Atomi so osnovni gradniki kemičnih elementov.

Atomska enota mase:  $u = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kgu} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Relativna atomska masa (pove šr. atomskih enoz mase):  $m_a = A u$   $m_a = A u$

Št. atomov:  $N = \frac{m}{m_a} = \frac{m}{A u} N = \frac{m}{m_a} = \frac{m}{A u}$

Molekule so osnovni gradniki spojin.

Relativna molekulska masa M.

Masa molekule:  $m_m = M u$   $m_m = M u$

Prostornina molekule:  $\frac{V}{N} = \frac{M u V}{\rho N} = \frac{M u}{\rho}$

## KILOMOL IN AVOGADROVO ŠTEVILO

1 kmol snovi vsebuje toliko kg snovi, kolikor je njena relativna molekulska masa:  $m_k = M \text{ kg}$   
 $m_k = M \text{ kg}$

Avogadrovo število (število molekul v 1kmol snovi):  $N_A = 6,0 \times 10^{26}$   $N_A = 6,0 \times 10^{26}$

## MEDATOMSKE SILE

Med atomi delujejo električne medatomske sile.

Atomi so navzven električno nevtralni, sile pri veliki razdalji med njimi so zato šibke; zaznavne postanejo le, če se atomi zelo približajo. Pravimo, da imajo medatomske sile kratek doseg.

## 2. 12. POVRŠINSKI POJAVI

Gladina, s katero je kapljevina zgoraj omejena, je napeta. Napetost je posledica delovanja sil med molekulami, ki imajo kratek doseg.

## POVRŠINSKA ENERGIJA

Površinska energija kapljevine:  $W_s = \sigma SW_s = \sigma S$

Površinska napetost:  $\sigma$  [J/m<sup>2</sup> = N/m]

Površinska napetost je odvisna od vrste snovi na obeh straneh proste gladine, pa tudi od temperature in primesi na gladini. Z večanjem temperature se napetost zmanjšuje. (Milo zmanjša površinsko napetost vode, sol jo poveča.)

Ob povečanju površine gladine se poveča površinska energija, za to pa je potrebno delo. Pri tem premagujemo silo površinske napetosti.

Zaradi površinske napetosti se skuša površina gladine čim bolj zmanjšati, saj se s tem bolj zmanjša površinska potencialna energija. To je razlog, da se manjša količina kapljevine oblikuje v kroglaste kaplje. Kroglasto telo ima namreč pri dani prostornini najmanjšo površino in zato tudi najmanjšo površinsko energijo. (Primer: živo srebro.)

Poleg površinske se mora upoštevati tudi težnostna potencialna energija, ki je odvisna od višine težišča kapljice.

## POVRŠINSKI TLAK

Tlak na notranji strani zakrivljene gladine je večji kot na zunanji strani, saj se površina zakrivljene gladine skuša zaradi površinske napetosti čim bolj zmanjšati. Razliko med zunanjim in notranjim tlakom imenujemo površinski tlak.

Površinski tlak:  $\Delta p = \frac{2\sigma}{r} \Delta p = \frac{2\sigma}{r}$

16

## MOČENJE

Površinska napetost nastaja tudi na mejni ploskvi med trdnino in kapljevino ter trdnino in zrakom. Ob stiku se posamezne gladine oblikujejo tako, da je celotna površinska potencialna energija najmanjša. Pri tem kapljevina moči površino trdnine ali pa je ne moči.

Ko kapljevina moči trdnino se njena gladina ob steni ukrivi navzgor. To se zgodi, če je površinska napetost med trdnino in zrakom večja od napetosti med kapljevino in trdnino, tako da se površina mejne ploskve med trdnino in kapljevino poveča.

Tangenta na ploskev med gladino in zrakom v stični točki vseh treh snovi oklepa z ravnino trdnine kot, ki ga imenujemo kot močenja. Kapljevina tem bolj moči površino trdnine, čim manjši je kot močenja. V primeru, da je kot nič, kapljevina povsem moči trdnino.

Ko kapljevina ne moči trdnine je površinska napetost med trdnino in kapljevino večja kot med trdnino in zrakom. Njena gladina se ukrivi navzdol. Površina med kapljevino in površino se čim bolj zmanjša, površina med trdnino in zrakom pa čim bolj poveča. Med kapljo in trdnino se vrine zrak, zato se skupna površina kaplje in trdnine zmanjša. Kot močenja je večji od 90°. V mejnem primeru, da bi bil kot 180°, kapljevina sploh ne moči trdnine.

## KAPILARNI POJAVI



KAPILARNI DVIG: Zaradi krivine se tlak nad gladino v kapilari zmanjša, zunanji zračni tlak, ki pritiska na zunanjo gladino, pa potisne kapljevino v kapilari navzgor za določeno višino, tako da je zmanjšanje tlaka zaradi površinske napetosti ukrivljene gladine enako težnemu tlaku dvignjene kapljevine v

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r} \quad h = \frac{2\sigma}{\rho g r}$$

kapilari.

Kapilarni dvig je tem večji, čim večja je površinska napetost kapljevine, čim lažja je kapljevina ter čim tanjša je kapilara.

KAPILARNI SPUST: V kapilari nastane narobe obrnjen meniskus in se za določeno višino spusti pod gladino okolišne kapljevine. (Kapilarni spust računamo z isto enačbo kot kapilarni dvig.)

## 2. 13. TLAK V MIRUJOČI TEKOČINI

Tlak, ki ga sila od zunaj povzroča na gladini ali na stenah posode, se s trki med delci razširi v vso notranjost tekočine in deluje v vsaki točki tekočine.

### TEŽNI TLAK

Tlak se zaradi teže tekočine (težni ali hidrostatični tlak) povečuje z globino, v vodoravni smeri se ne spreminja.

Tlak v homogeni tekočini:  $\Delta p = \rho g h \Delta p = \rho g h$

Tlak v globini:  $p = p_0 + \rho g h \quad p = p_0 + \rho g h$

Vezna posoda – sistem večih posod, ki so med seboj povezane tako, da se kapljevina lahko pretaka iz ene v drugo.

Kapljevinast manometer uporabljamo za merjenje tlaka. Merimo ga tako, da ga uravnovesimo s tlakom stopca merilne kapljevine. En krak je zataljen in brez zraka, drugi krak je priključen na prostor z merjenim tlakom. Če odčrtamo razliko, dobimo merjeni tlak.

Kovinski manometer uporabljamo za merjenje tlaka. Okrogla škatlica je zaprta z valovito membrano, na katero od zunaj pritiska merjeni tlak. Membrana se upogne sorazmerno z velikostjo merjenega tlaka. Upogib se prenese na merilni kazalec.

ZRAČNI TLAK – najpogostejši na višini morske gladine. Čim hladnejši je zrak, tem gostejši je; čim večja je relativna vlažnost, tem manjša je gostota. Z višino se gostota zraka zmanjšuje.

Elektronski višinometri računajo višino na podlagi temperature in zračnega tlaka.

### VZGON

Vzgon je rezultanta sil, s katerimi obdajajoča tekočina z vseh smeri pritiska nanj. Rezultanta pritiskov tekočine je usmerjena navzgor, ker tekočina pritiska na površino potopljenega telesa v pravokotnih smereh in ker se tlak tekočine z globino povečuje.

Sila vzgona je usmerjena navzgor in je enaka teži izpodrinjeni tekočine.

$$F_{vz} = V\rho_0g$$

Na prosto telo v tekočini deluje rezultanta teže in vzgona:  $mg - F_{vz} = (\rho - \rho_0)Vg$

Ko telo plava na gladini, je potopljen tolikšen del njegove prostornine, da je vzgon enak teži telesa:

$$mg = F_{vz} \quad \text{ali} \quad \rho Vg = \rho_0 V_1 g \quad \frac{V_1}{V} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

Kolikor večja je gostota tekočine v primerjavi z gostoto plavajočega telesa, toliko manjši del telesa je potopljen. Areometer – priprava za merjenje gostote kapljevine na podlagi vzgona.

## 2. 14. GIBANJE TEKOČIN

Hitrost je na različnih območjih tekočine na splošno različna in se s časom spreminja. Podatki o smeri in velikosti hitrosti v različnih delih tekočine sestavljajo hitrostno polje tekočine.

Tokovnica je črta, katere tangente kažejo smer hitrosti tekočine. Pri stacionarnem gibanju tekočine se slika tokovnic ne spreminja s časom. Na splošno je gibanje nestacionarno.

Gibanje je laminarno, če se tokovnice vijejo druga ob drugi v plasteh, ne da bi se prepletale ali križale. Gibanje je turbulentno, če se tokovnice prepletajo in mešajo, zaradi česar je to gibanje zelo nestacionarno. Za to gibanje so značilni vrtinci.

Stacionarnost gibanja zahteva, da teče skozi vsak prečni prerez dane tokovne cevi enako velik tok: tok se vzdolž tokovne cevi ne spreminja.

Kjer se tokovnice zgostijo (prerez zmanjša), se hitrost tekočine poveča; na povečanem prerezu, kjer se tokovnice redčijo, pa se hitrost tekočine zmanjša.

Razcepitev prostorskega toka – razvejitev tokovne cevi na več manjših cevi.

### BERNOULLIJEVA ENAČBA

(ni v katalogu)

Ohranitev prostorninsega toka tekočine:  $v_1 S_1 = v_2 S_2$

Delo:  $\Delta A = (p_1 - p_2)\Delta V$

Če zanemarimo energijske izgube, je vsota sprememb energij enaka prejetemu delu:

$$\Delta A = \Delta W_k + \Delta W_p \quad \text{ali} \quad (p_1 - p_2)\Delta V = \frac{1}{2} \Delta m (v_2^2 - v_1^2) + mg(h_2 - h_1)$$

$$\Delta A = \Delta W_k + \Delta W_p \quad \text{ali} \quad (p_1 - p_2)\Delta V = \frac{1}{2} \Delta m (v_2^2 - v_1^2) + mg(h_2 - h_1)$$

Bernoullijeva enačba:  $p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (h_2 - h_1)$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (h_2 - h_1)$$

Vsota tlaka, gostote kinetične energije in gostote potencialne energije je za vsak prerez tokovne cevi

enako velika:  $p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2$

Pri stacionarnem pretakanju tekočine se prostorski tok po tokovni cevi ne spreminja:  $\phi_V = vS$   
 $\phi_V = vS$

### IZTEKANJE TEKOČINE IZ POSODE

Pokončna valjasta posoda je napolnjena s kapljevino; zgoraj je odprta (na gladino pritiska zunanji tlak). Ob dnu posode je majhna luknjica, skozi katero izteka kapljevina v vodoravni smeri. Hitrost, s katero izteka, se nanaša na prerez iztekajočega curka, pri katerem je tlak kapljevine enak zunanjemu zračnemu tlaku. Vzamemo, da je prerez luknjice majhen v primerjavi s ploskvijo gladine kapljevine v posodi. Gladina se torej zaradi iztekanja skoraj ne znižuje (njena hitrost je 0).

Tekočina izteka iz posode s tolikšno hitrostjo, kot da bi prosto padla z višine gladine v posodi.

(Med vodoravnim pretakanjem tekočine ne upoštevamo spremembe potencialne energije).

Tlak se poveča, če se hitrost zmanjša, to je, če se tokovnice redčijo ali če se poveča presek tokovne cevi.

Venturijeva cev: 
$$v = \sqrt{\frac{2S_1^2 \Delta p}{\rho(S^2 - S_1^2)}} \quad v = \sqrt{\frac{2S_1^2 \Delta p}{\rho(S^2 - S_1^2)}}$$

Primer: Če piha veter, se zračne tokovnice nad slemenom strehe zgostijo in zračni tlak na streho se zmanjša. Ker se tlak mirujočega zraka na podstrešju praktično ne spremeni, lahko nastane rezultanta zračnih pritiskov v smeri navzgor, ki je večja od teže strehe; streha se dvigne in zračni tok jo odnese.

19

Zmanjšanje zračnega tlaka zaradi povečane hitrosti izkoriščajo tudi za dinamični vzgon letal s krili in propelerji.

## 2. 15. DEFORMACIJA TRDNIN

Če na telo delujeta dve nasprotno enaki sili in je zato v ravnovesju, se telo deformira – lahko se raztegne (če sta sili usmerjeni navzven) ali skrči (če sta sili usmerjeni navznoter).

Deformacija telesa je lahko prožna ali neprožna (odvisno od deformacije ob razbremenitvi).

### DINAMOMETER

Dinamometer je naprava za merjenje sile ob pomoči prožne vzmeti. Prožna vzmet se pod vplivom merjene sile elastično deformira.  $F = kx$

Sorazmernostna konstanta med silo in nastalim raztežkom je konstanta prožnosti vzmeti. Pove, kolikšna sila je potrebna, da se vzmet raztegne za enoto dolžine.

### HOOKOV ZAKON

Velikost deformacije telesa je odvisna od sile in ploskve, na katero sila deluje v pravokotni smeri.

Natezna napetost (sila je usmerjena pravokotno iz ploskve):  $\sigma = \frac{F}{S} \sigma = \frac{F}{S}$  [N/m<sup>2</sup> = Pa]

Če pa je sila usmerjena pravokotno v ploskev, govorimo o tlaku:  $p = \frac{F}{S} p = \frac{F}{S}$

Relativni ali specifilni raztezek:  $\varepsilon = \frac{x}{b} \varepsilon = \frac{x}{b}$

Hookov zakon, ki velja le za majhne relativne raztezke, pravi, da je natezna napetost premo

sorazmerna z relativnim raztezkom:  $\sigma = E\varepsilon \sigma = E\varepsilon$

E [N/m<sup>2</sup>] – prožnostni modul snovi (sorazmernostna konstanta).

$$k = \frac{ES}{b} k = \frac{ES}{b}$$

### STISLJIVOST

Pri tlačilni deformaciji tlak iz vseh strani pritiska na mejno ploskev telesa in ga stiska. Telo reagira z enako velikim notranjim tlakom; ta deluje navzven in vzdržuje ravnovesje z zunanjim tlakom. Če se zunanji tlak poveča, se telo stisne in za toliko se poveča tudi tlak v notranjosti. Nastala sprememba prostornine je negativna.

Hookov zakon za stiskanje:  $\frac{\Delta V}{V} = -\chi \Delta p \frac{\Delta V}{V} = -\chi \Delta p$

$\chi$  [m<sup>2</sup>/N] - stisljivost snovi.