Merjenje premera in gostote kovinskih krog

- poročilo -

Naloge

- izmerite premer kovinskih kroglic in določite njihovo maso
- določite gostoto snovi, iz katere so kroglice

Pripomočki

- 3 različno velike kovinske kroglice
- elektronska tehtnica
- kljunasto merilo ali mikrometerski vijak
- milimetrski papir

Razlaga

Maso snovi izračunamo kot produkt gostote snovi in njene prostornine:

$$m = \rho \cdot V$$

Maso krogle izrazimo iz enačbe:

$$m = \rho \frac{\pi}{6} d^3$$

Volumen krogle pa izračunamo tako: $V = \frac{4\pi \cdot r^3}{3}$

Masa je premo sorazmerna s njihovo prostornino.
Če bi naredili graf mase v odvisnosti od premera, bi trditev da je masa kroglic premo sorazmerna s kubom premera, saj so si grafi nekaterih funkcij zelo podobni. Zato bi bilo bolje, da narišemo graf v odvisnosti od prostornine, ki je linearna funkcija. Graf pa nam pomaga določiti gostoto.

Potek dela

Najprej smo z mikrometrerskim vijakom ali kljunastim merilom izmerili premer treh različno velikih kovinskih kroglic. Vsako kroglico smo izmerili petkrat. Zapisali smo pet meritev za vsako kroglico. Nato smo kroglice še stehtali in meritve vpisali v tabelo.

Meritve

kroglice	premer 2r = d (mm)	Masa (g)
najmanjša kroglica	8,705 mm	2,6 g
	8,71 mm	
	8,69 mm	
	8,71 mm	
	8,70 mm	
srednja kroglica	17,44 mm	21,6 g
	17,44 mm	
	17,43 mm	
	17,44 mm	
	17,42 mm	
največja kroglica	29,3 mm	103,1 g
	29,4 mm	
	29,3 mm	
	29,2 mm	
	29,2 mm	

Napaka mase: (o,1g)
Najmanjša kroglica: 2,6g ± 0,1 g = 2,6g (1 ± 3,8%)
Srednja kroglica: 21,6g ± 0,1g = 21,6g (1± 0,46%)
Največja kroglica: 103,1g ± 0,1g = 103,1g(1 ± 0,097%)

Rezultati

Najmanjša kroglica

- Najprej izračunamo volumen za posamezno meritev premera

$$V=\frac{4\pi\cdot r^3}{3}$$

d_1= 8,705 mm r_1=8,705 mm : 2 = 4,3525 mm

$$V=\frac{4\cdot 3,14\cdot(4,3525\,mm)^3}{3}=\frac{4\cdot 3,14\cdot 82,45487533\,mm}{3}=\frac{1035,633234\,mm}{3}=345,211078\,mm^3$$

= 345,21mm^3

d_2= 8,71 mm r_1=8,71 mm : 2 = 4,355 mm

$V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (4,355\,mm)^3}{3} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 82,597038\,mm^3}{3} = \frac{1037,418808}{3} = 345,8062694\,mm^3$
= 345,8mm^3

d_3= 8,69 mm r_3= 8,69 mm : 2 = 4,345 mm

$V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (4,345\,mm)^3}{3} =$
$\frac{4 \cdot 3,14 \cdot 82,02936363\,mm}{3} = \frac{1030,288807\,mm}{3} = 343,4296024\,mm^3$
= 343,42mm^3

d_4= 8,71 mm r_4=8,71 mm : 2 = 4,355 mm

$V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (4,355\,mm)^3}{3} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 82,597038\,mm^3}{3} = \frac{1037,418808}{3} = 345,8062694\,mm^3$
= 345,8mm^3

d_5= 8,70 mm r_5= 8,70 mm : 2 = 4,35 mm

$V = \frac{4\,x\,3,14\,x\,(4,35\,mm)^3}{3} = \frac{4\,x\,3,14\,x\,82,312875\,mm}{3} = \frac{1033,84971}{3} = 344,61657\,mm^3$
= 344,62 mm^3

Povprečni premer in polmer:

$\bar{d} = \frac{8,705\,mm + 8,71\,mm + 8,69\,mm + 8,71\,mm + 8,70\,mm}{5} = \frac{43,515\,mm}{5} = 8,703\,mm$

$\bar{r} = 8,703 : 2 = 4,3515\,mm$

Povprečni volumen najmanjše kroglice:

$\bar{V} = \frac{344,604\,mm^3 + 346,99\,mm^3 + 344,604\,mm^3 + 346,99\,mm^3 + 344,604\,mm^3}{5} =$

$= \frac{1724,869789\,mm^3}{5} = 344,9739578\,mm^3 = 344,97\,mm^3$

- Izračunamo še absolutno napako volumna

V_1 = 344,604mm^3
V_2 = 346,99mm^3
V_3 = 344,604mm^3
V_4 = 346,99mm^3
V_5 = 344,604mm^3

$\bar{V}$ = 344,9739578mm^3 = 344,97 mm^3

$|V_1 - \bar{V}| =$ 345,211078mm^3- 344,97395mm^3 = -0,2371202mm^3 = 0,24mm^3

$|V_2 - \bar{V}| =$ 345,806269mm^3 - 344,97395mm^3 = -0,832319mm^3 = 0,83mm^3

$|V_3 - \bar{V}| =$ 343,4296024mm^3 - 344,97395mm^3 = 1,5443476mm^3 = 1,54mm^3

$|V_4 - \bar{V}|$ = 345,8062694mm^3 - 344,97395mm^3 = - 0,8323194mm^3 = 0,83mm^3

$|V_5 - \bar{V}| =$ 344,61657mm^3 - 344,97395mm^3 = 0,35738mm^3 = 0,36 mm^3

1/3 od 5 = 1,6 → zaokrožimo na 2 (prečrtamo 2 največja rezultata in zaokrožimo)

ΔV= 0,83mm^3 = 0,8 mm^3

$$V = \bar{V} \pm \Delta V$$
$$V = 344,1\,mm^3 \pm 0,8\,mm^3$$
$$V = 344,1\,mm^3 (1 \pm 0,23\%)$$

- gostota najmanjše kroglice

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{2,6\,g}{344,97\,mm^3} = 0,0075368\,\frac{g}{mm^3} = 7,5368 \cdot 10^{-3}\,\frac{g}{mm^3}$$

- napaka gostote: ker pri obrazcu za gostoto nastopa deljenje, seštevamo relativne napake mase in volumna

$$\delta \rho = \delta m + \delta V = 3,8\% + 0,23\% = 4,03\%$$

$$\Delta\rho = 0,0075368\,\frac{g}{mm^3} \pm 5,35\,\frac{g}{mm^3}$$

Srednja kroglica

- Najprej izračunamo volumne

$$V = \frac{4\pi \cdot r^3}{3}$$

d_1= 17,44 mm r_1= 17,44mm : 2 = 8,72mm

$$V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (8,72\,mm)^3}{3} =$$ 2775,98963mm3 = 2775,99mm^3

d_2=17,44 mm r_1= 17,44mm : 2 = 8,72mm

$$V=\frac{4\cdot 3,14\cdot(8,72mm)^3}{3}=$$ 2775,98963mm3 = 2775,99mm^3

d_3=17,43 mm r_1=17,43mm : 2 = 8,715 mm

$$V=\frac{4\cdot 3,14\cdot(8,715mm)^3}{3}=2771,217156\,mm^3=2771,22\,mm^3$$

d_4=17,44 mm r_1= 17,44mm : 2 = 8,72mm

$$V=\frac{4\cdot 3,14\cdot(8,72mm)^3}{3}=$$ 2775,98963mm3 = 2775,99mm^3

d_5= 17,42 mm r_5= 17,42mm : 2 = 8,71mm

$$V=\frac{4\cdot 3,14\cdot(8,71mm)^3}{3}=$$ 2766,450155mm^3 = 2766,45 mm^3

Povprečni premer in polmer:

$$\bar{d}=\frac{17,44\,mm+17,44\,mm+17,43\,mm+17,44\,mm+17,42\,mm}{5}=\frac{87,17\,mm}{5}=17,434\,mm$$

$\bar{r}=$ 17,434 mm : 2 = 8,717mm

Povprečni volumen srednje kroglice:

$$\bar{V}=\frac{2775,99\,m^3+2775,99\,mm^3+2771,22\,mm^3+2775,99\,mm^3+2766,45\,mm^3}{5}=$$

$$=\frac{13865,6362\,mm3}{5}=2773,12724\,mm^3=2773,13\,mm^3$$

- Izračunamo absolutno napako volumna

V_1 =2775,98963mm^3 = 2775,99mm^3
V_2 =2775,98963mm^3 = 2775,99mm^3
V_3=2771,217156mm^3= 2771,22mm^3
V_4 =2775,98963mm^3 = 2775,99mm^3
V_5 =2766,450155mm^3 = 2766,45 mm^3

$|V_1-\bar{V}|=$ 2775,98963mm^3 – 2773,12724mm3= 2,86239 mm^3 = 2,86 mm^3
$|V_2-\bar{V}|=$ 2771,217156mm^3 - 2773,12724mm3= -1,910084 mm^3 = 1,91 mm^3
$|V_3-\bar{V}|=$ 2775,98963mm^3 - 2773,12724mm3= 2,86239 mm^3 = 22,86 mm^3
$|V_4-\bar{V}|$ = 2775,98963mm^3 - 2773,12724mm3 = 2,86239 mm^3 = 22,86 mm^3

$|V_5 - \bar{V}| =$ 2766,450155mm^3 - 2773,12724mm3 = - 6.671569 mm^3 = 6,67mm^3

Največje 2 rezultata prečrtamo in določimo absolutno napako

ΔV=6,67mm^3 = 6 mm^3

$$V = \overline{V} \pm \Delta V$$
$$V = 2773\,mm^3 \pm 6\,mm^3$$
$$V = 2773\,mm^3 (1 \pm 0,22\%)$$

- Izračunamo še gostoto srednje kroglice

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{21,6\,g}{2773,13\,mm3} = 0,00778904\,\frac{g}{mm^3} = 7,78904 \cdot 10^{-3}\,\frac{g}{mm^3}$$

- napaka gostote

$$\delta\rho = 0,46\% + 0,22\% = 0,68\%$$
$$\rho = 0,00778904\,\frac{g}{mm^3}(1 \pm 0,68\%)$$

$$\Delta\rho = 0,00778904\,\frac{g}{mm^3} \pm 0,9\,\frac{g}{mm^3}$$

Največja kroglica

- Najprej izračunamo volumne

$$V = \frac{4\pi \cdot r^3}{3}$$

d_1=29,3 mm r_1=29,3 : 2 = 14,65mm

$$V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (14,65\,mm)^3}{3} =$$ 13163,7995mm^3= 13163,78mm^3

d_2=29,4 mm r_2= 29,4 : 2 = 14,7 mm

$$V=\frac{4\cdot 3,14\cdot(14,7\,mm)^3}{3}=$$ 13299,04296mm^3=13299,04mm^3

d_3=29,3 mm r_3=29,3 : 2 = 14,65mm

$$V=\frac{4\cdot 3,14\cdot(14,65\,mm)^3}{3}=$$ 13163,7995mm^3= 13163,78mm^3

d_4=29,2 mm r_4= 29,2:2 = 14,6mm

$$V=\frac{4\cdot 3,14\cdot(14,6\,mm)^3}{3}=$$ 13029,47605mm^3=13029,46mm^3

d_5=29,2 mm r_5= 29,2:2 = 14,6mm

$$V=\frac{4\cdot 3,14\cdot(14,6mm)^3}{3}=$$ 13029,47605mm^3=13029,46mm^3

Povprečni premer in polmer

$$\bar{d}=\frac{29,3\,mm^3+29,4\,mm^3+29,3\,mm^3+29,2\,mm^3+29,2\,mm^3}{5}=$$ 29,28mm

$\bar{r}=$ 29,28mm^3 : 2=14,64 mm

Povprečni volumen

$$\bar{V}=\frac{13163,78\,mm^3+13299,04\,mm^3+13163,78\,mm^3+13029,46\,mm^3+13029,46\,mm^3}{5}=$$

$$=\frac{65685,29406\,mm^3}{5}=$$ 13137,11881mm^3 = 13137,12mm^3

- izračunamo še absolutno napako volumna

$|V_1-\bar{V}|=$ 26,68069 = 26.68mm³
$|V_2-\bar{V}|=$ 161,92415 = 161,92 mm³
$|V_3-\bar{V}|=$ 26,68069 = 26,68mm³
$|V_4-\bar{V}|=$ -107,64276 = 107,64 mm³
$|V_5-\bar{V}|=$ -107,64276 = 107,64 mm³

$\Delta V = 107{,}64\ mm^3 = 100\ mm^3$

$$V = \overline{V} \pm \Delta V$$
$$V = 13137\,mm \pm 100\,mm^3$$
$$V = 13137\,mm^3\,(1 \pm 0{,}76\%)$$

- Izračunamo še gostoto največje kroglice

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{103{,}1g}{13137{,}12mm^3} = 0{,}007847991\frac{g}{mm^3} = 7{,}847991 \cdot 10^{-3}\,\frac{g}{mm^3}$$

- napaka gostote

$$\delta\rho = 0{,}09\% + 0{,}76\% = 0{,}17\%$$

Povprečna gostota in njena napaka

$$\bar{\rho} = (\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) : 3 = 0{,}0075368\ \frac{g}{mm^3} + 0{,}00778904\ \frac{g}{mm^3} + 0{,}007847991\ \frac{g}{mm^3} =$$
$$= \frac{0{,}023173831}{3} = 0{,}00772461\,\frac{g}{mm^3} = 7{,}72467 \cdot 10^{-3}\,\frac{g}{mm^3}$$

- izračunamo relativno napako gostote

$$\delta\rho = \delta\,kroglice_1 + \delta\,kroglice_2 + \delta\,kroglice_3$$
$$\delta\rho = 4{,}03\% + 0{,}68\% + 0{,}17\% = 4{,}88\%$$

$$\rho = 0{,}00772461\,\frac{g}{mm^3}\,(1 \pm 4{,}9\%)$$

$$\rho = 7{,}7 \cdot 10^{-3}\,\frac{g}{mm^3} \pm 6\,\frac{g}{mm^3}$$