



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE AUTUNNALE

Livello di base
MATEMATICA
≡ Prova d'esame 1 ≡

Lunedì, 26 agosto 2013 / 120 minuti

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 16 pagine, di cui 1 vuota.

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, se n è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, se $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\text{Distanza del punto } T_0(x_0, y_0) \text{ dalla retta } ax + by - c = 0: d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, $a > b$

Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a è il semiasse reale

Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Compositum di funzioni: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

1. È dato il numero di quattordici cifre $2222200000111a$. Scrivete tutti i possibili valori della cifra a , per i quali il numero dato è

divisibile per 2: _____

divisibile per 3: _____

divisibile per 4: _____

divisibile per 5: _____

divisibile per 6: _____

divisibile per 9: _____

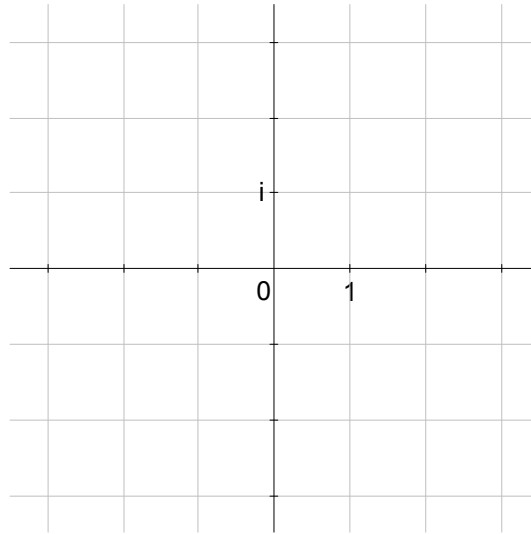
divisibile per 10: _____

(7 punti)

2. Semplificate l'espressione $\frac{a+1}{a+6} - \frac{(a+2)(a-4)}{a^2+4a-12}$, se $a \neq -6$ e $a \neq 2$.

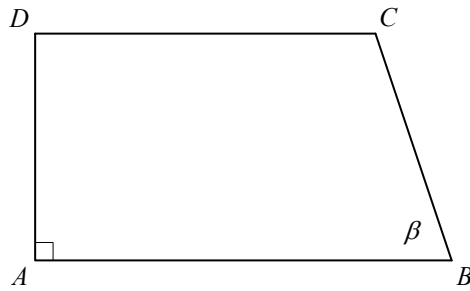
(5 punti)

3. Risolvete l'equazione $x(x-2)+5=0$ e riportate le soluzioni nel piano complesso.



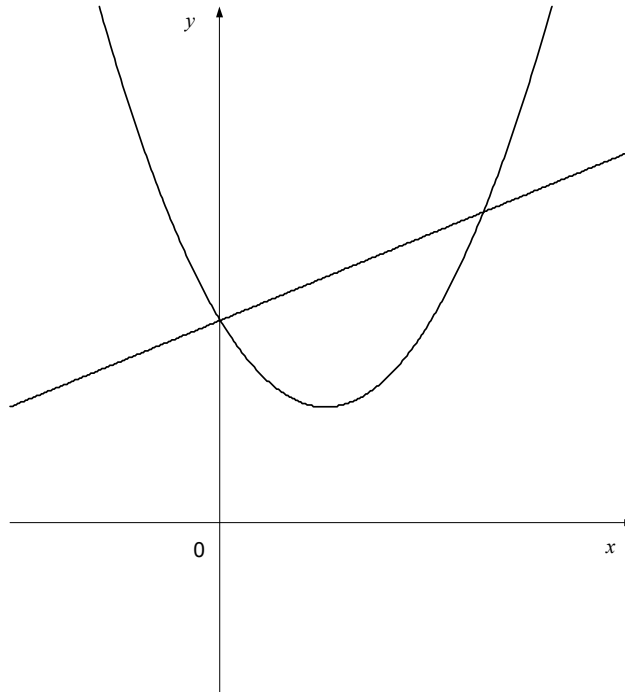
(5 punti)

4. Nella figura è disegnato il quadrilatero $ABCD$. $|AB| = 11$, $|AD| = 6$, $|DC| = 9$, il lato AB è parallelo al lato CD , l'angolo $\sphericalangle BAD = 90^\circ$. Come si chiama questo quadrilatero? Calcolate con esattezza la lunghezza del lato BC e l'ampiezza dell'angolo $\sphericalangle ABC = \beta$ al decimo di grado.



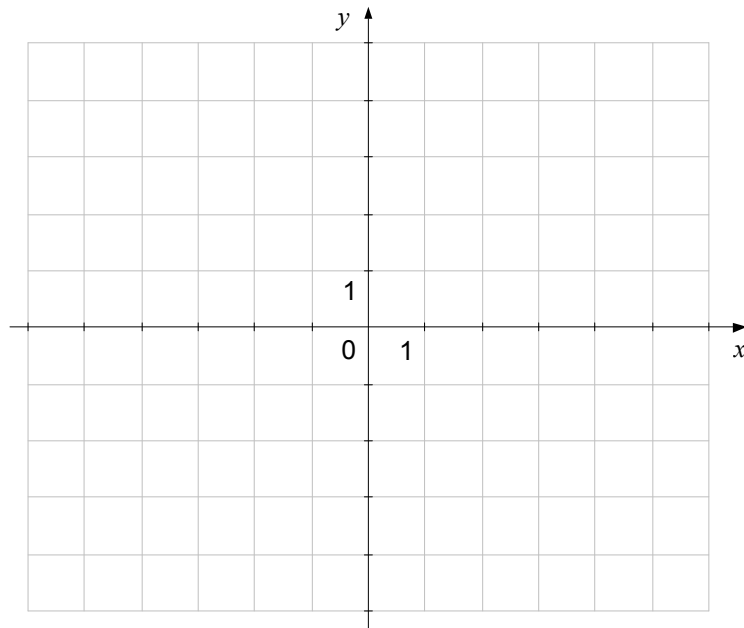
(5 punti)

5. Nella figura sono disegnati i grafici delle funzioni $f(x) = x^2 - 2x + \frac{7}{3}$ e $g(x) = \frac{x}{2} + \frac{7}{3}$. Calcolate le intersezioni dei grafici f e g . Risolvete la disequazione $f(x) > g(x)$. Risolvete il quesito senza far uso della calcolatrice tascabile.



(8 punti)

6. Nel sistema di coordinate dato, disegnate l'ellisse $4x^2 + 9y^2 + 8x + 36y + 4 = 0$. Scrivete il centro e i vertici dell'ellisse.



(8 punti)

7. Nel rettangolo $ABCD$ le lunghezze dei lati siano $|AB| = 4$ e $|AD| = 3$. Il punto T giaccia sul lato AD in modo che $|AT| = 1$. Siano $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ e $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Disegnate lo schizzo indicando i vettori \vec{a} , \vec{b} e \overrightarrow{BT} .

Esprimete il vettore \overrightarrow{BT} con i vettori \vec{a} e \vec{b} .

Dimostrate che i vettori \overrightarrow{BT} e $\frac{3}{16}\vec{a} + \vec{b}$ sono ortogonali.



(8 punti)

8. Risolvete il quesito senza far uso della calcolatrice tascabile.

Applicando le espressioni tra le funzioni goniometriche, calcolate con esattezza il valore dell'espressione $\sin 2x$, se $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ e $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$.

(6 punti)

9. Risolvete il quesito senza far uso della calcolatrice tascabile.
Risolvete le equazioni:

$$\log_x \frac{5}{3} = -1$$

(2)

$$3^x + 3^{x+2} = \frac{10}{9}$$

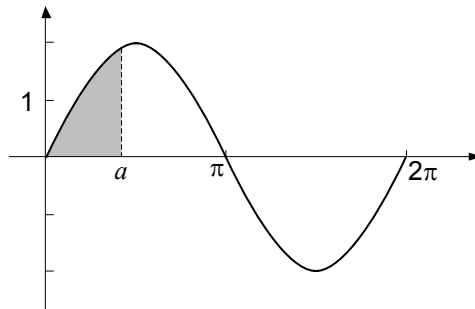
(4)

(6 punti)

10. Tutti i termini di una successione aritmetica sono numeri positivi. Il prodotto tra il primo e il terzo termine della successione è uguale a 5, la somma tra il quinto e il settimo termine è uguale a 10. Calcolate il primo termine e la ragione della successione. Scrivete il termine generale e il trecentesimo termine della successione.

(8 punti)

11. Nella figura è disegnato il grafico della funzione $f(x) = 2\sin x$. Calcolate il numero reale $a \in (0, \pi)$ in modo che l'area della parte ombreggiata della figura tra il grafico della funzione f , la retta $x = a$ e l'asse delle ascisse sia uguale a 1.



(7 punti)

12. A un congresso scientifico partecipano 10 fisici e 8 chimici. Uno solo tra i fisici si chiama France, uno solo tra i chimici si chiama Klemen. I partecipanti al congresso devono eleggere al loro interno un comitato di presidenza formato da 5 membri, di cui 3 devono essere fisici e 2 devono essere chimici.

In quanti modi è possibile procedere all'elezione, se non ci sono altre condizioni?

(2)

Calcolate la probabilità dell'evento A , che nella presidenza ci sia almeno una delle due persone menzionate in precedenza (il fisico France o il chimico Klemen) se i membri per la presidenza vengono scelti a caso tra i fisici e i chimici.

(5)

(7 punti)

Pagina vuota