



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE AUTUNNALE

Livello di base
MATEMATICA
≡ Prova d'esame 1 ≡

Lunedì, 27 agosto 2018 / 120 minuti

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. La pagina 16 è di riserva, usatela solo in mancanza di spazio. Indicate con chiarezza quali quesiti avete risolto su tale pagina. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 16 pagine, delle quali 1 di riserva.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, se n è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, se $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, se $a > b$

Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Compositum di funzioni: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. Per quale numero tra i numeri 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9 è divisibile il numero 102030405060? Cerchiate le risposte esatte nella tabella.

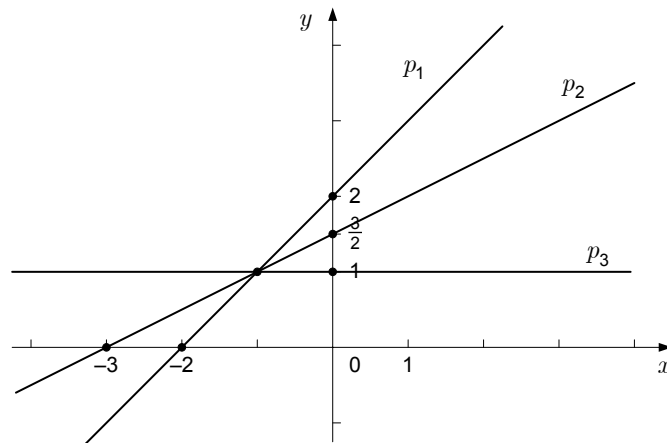
Il numero 102030405060 è divisibile:

per 2	Sì	NO
per 3	Sì	NO
per 4	Sì	NO
per 5	Sì	NO
per 6	Sì	NO
per 8	Sì	NO
per 9	Sì	NO

(7 punti)



2. Nella figura sono disegnate le rette p_1 , p_2 e p_3 .



- 2.1. Scrivete le equazioni delle rette p_1 , p_2 e p_3 .

p_1 : _____

p_2 : _____

p_3 : _____

(4)

- 2.2. Scrivete l'elemento dell'insieme $p_1 \cap p_2 \cap p_3$.

(1)

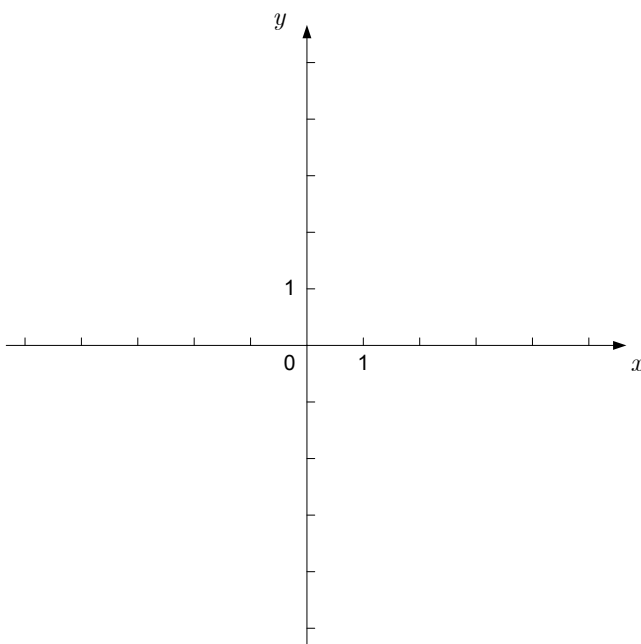
- 2.3. Calcolate l'area del quadrilatero di vertici $(-2, 0)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$ e $(0, 2)$.

(2)

(7 punti)



3. Tracciate nel sistema di coordinate sottostante i vettori $\vec{a} = (2, -1)$, $\vec{b} = (-1, 4)$, il vettore contrario del vettore \vec{a} e la somma dei vettori \vec{a} e \vec{b} . Calcolate la lunghezza del vettore più lungo tra i quattro vettori.



(7 punti)



M 1 8 2 4 0 1 1 1 0 7

4. Determinate tutte le soluzioni delle equazioni senza far uso della calcolatrice:

4.1. $x^2 + 2x + 2 = 0$

(2)

4.2. $2\text{sen } x + 1 = 0$

(2)

4.3. $\tan x + 1 = 0$

(1)

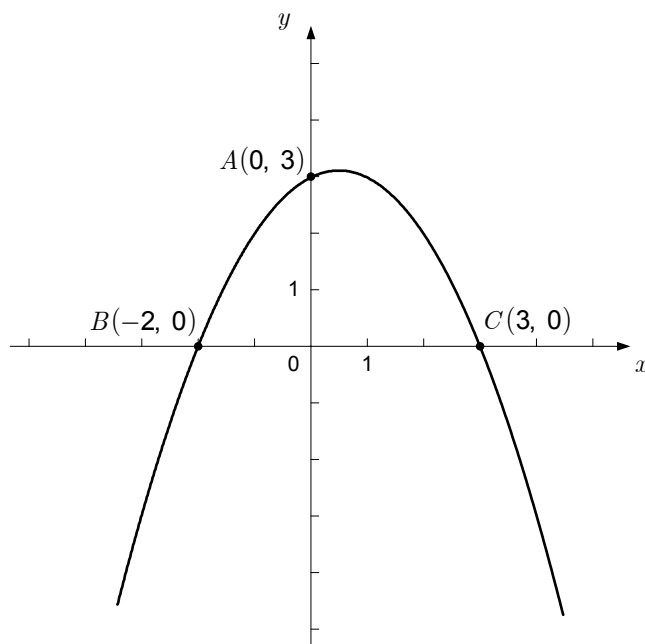
4.4. $x^2 = 4$

(1)

(6 punti)



5. La figura mostra il grafico della funzione f , che passa per i punti A , B e C .

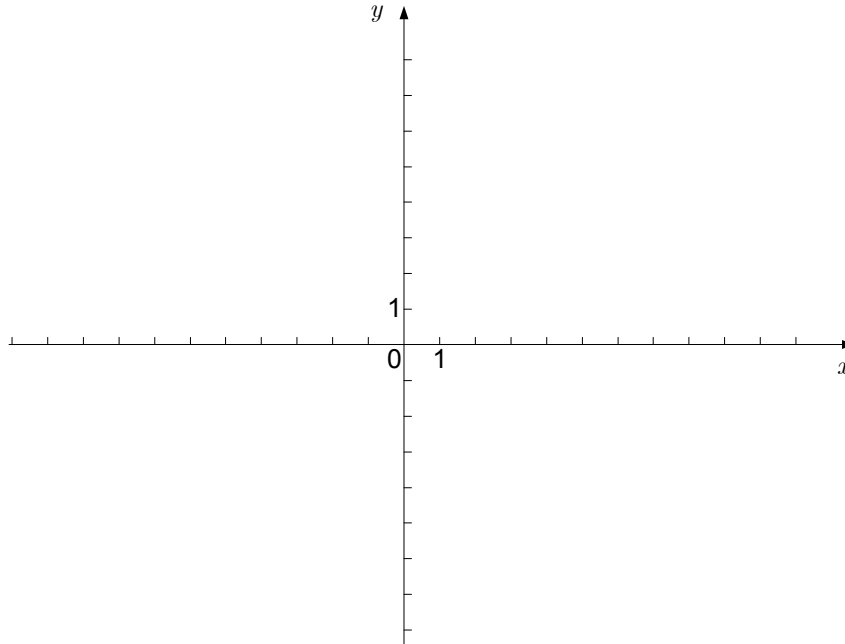


- 5.1. Scrivete la dipendenza della funzione f . (3)
- 5.2. Calcolate le coordinate del vertice del grafico della funzione f . (2)
- 5.3. Esattamente in quanti punti si intersecano il grafico della funzione f e la retta di equazione $y = 0$? (1)
- 5.4. Determinate tutti i valori del parametro $m \in \mathbb{R}$, per i quali il grafico della funzione f e la retta di equazione $y = m$ si intersecano in due punti diversi. (1)

(7 punti)



6. È data la funzione f con la dipendenza $f(x) = \frac{6x}{x^2 - 4}$. Scrivete lo zero, i poli e l'equazione dell'asintoto orizzontale al grafico della funzione f . Calcolate la derivata della funzione f . Tracciate il grafico della funzione f nel sistema di coordinate dato.



(8 punti)



7. Due cisterne vuote, entrambe di forma cilindrica, poggiano sulle rispettive basi.
- 7.1. La prima cisterna ha la forma di un cilindro retto di raggio 3 dm . Versiamo in essa 120 litri di succo di mele riempiendola fino all'altezza di due terzi. Calcolate l'altezza della cisterna. Arrotondate il risultato al decimo di decimetro. (3)
- 7.2. La seconda cisterna ha la forma di un cilindro equilatero (la sezione assiale è un quadrato). Versiamo in essa 120 litri di succo di mele riempiendola fino all'orlo. Calcolate il raggio della cisterna. Arrotondate il risultato al decimo di decimetro. (3)

(6 punti)

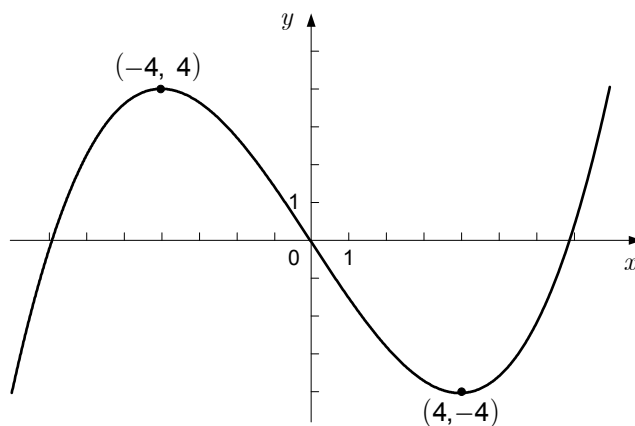


8. Sono date le funzioni f e g con le dipendenze $f(x) = 2\log_3(3x-1) - 1$ e $g(x) = 2\log_3(x-1) + 3$.
Calcolate le coordinate dell'intersezione dei grafici delle funzioni f e g . Scrivete l'intersezione.

(6 punti)



9. La figura mostra il grafico di una funzione dispari che è un polinomio di terzo grado e ha due estremi relativi in $x_1 = -4$ e $x_2 = 4$. Indicate nella tabella sottostante se il valore nella prima colonna è positivo oppure negativo oppure uguale a zero (vedi l'esempio risolto nella prima riga).



Valore			
$f(4)$	negativo	uguale a zero	positivo
$f(0)$	negativo	uguale a zero	positivo
$f'(6)$	negativo	uguale a zero	positivo
$f'(-4)$	negativo	uguale a zero	positivo
$\frac{f(2) - f(0)}{2}$	negativo	uguale a zero	positivo
$\int_0^4 f(x) dx$	negativo	uguale a zero	positivo
$\int_{-4}^4 f(x) dx$	negativo	uguale a zero	positivo

(6 punti)

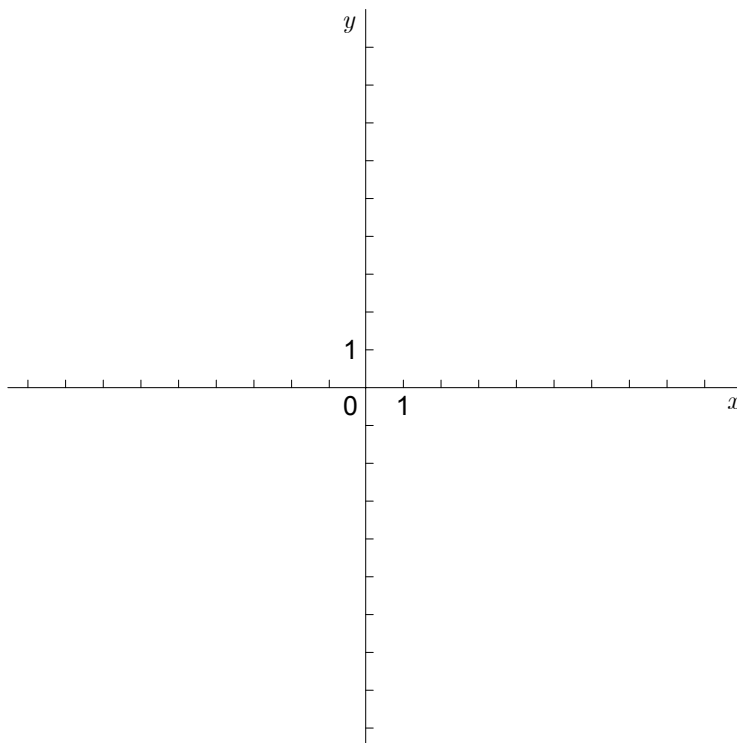


M 1 8 2 4 0 1 1 1 1 3

10. La classe quarta di una scuola è composta da 30 allievi. Il gruppo di fisica è frequentato da 16 allievi, il gruppo di astronomia invece da 18 allievi di tale classe. Due allievi della quarta non frequentano nessuno dei due gruppi.
- 10.1. Quanti allievi della classe quarta frequentano il gruppo di fisica e di astronomia? Scrivete la risposta. (2)
- 10.2. Calcolate la probabilità dell'evento A , che scegliendo a caso un allievo della quarta classe esso frequenti il gruppo di astronomia e non frequenti il gruppo di fisica. (2)
- 10.3. Calcolate la probabilità dell'evento B , che fra tre allievi scelti a caso della classe quarta almeno uno frequenti il gruppo di fisica. (3)
- (7 punti)



11. L'ellisse con il centro nel punto $S(4, 2)$ tangente l'asse delle ordinate (ha con l'asse delle ordinate esattamente un punto in comune), e ritaglia sull'asse delle ascisse un segmento di lunghezza 4. Calcolate i semiassi dell'ellisse e scrivete la sua equazione. Disegnate lo schizzo. I risultati siano esatti.



(7 punti)



M 1 8 2 4 0 1 1 1 1 5

12. La base di una piramide retta di volume $\frac{27}{4} \text{ cm}^3$ è il rettangolo di lati a e b . Indichiamo l'altezza della piramide con h . I numeri a , b e h , in quest'ordine, creano una successione aritmetica crescente di ragione $\frac{3}{2}$. Calcolate le lunghezze degli spigoli di base e l'altezza della piramide.

(6 punti)



PAGINA DI RISERVA