

Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE PRIMAVERILE

Livello di base

MATEMATICA

≡ Prova d'esame 1 ≡

Sabato, 5 giugno 2010 / 120 minuti

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo con simboli, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 2.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 16 pagine, di cui 2 bianche.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{p}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$, $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$
, $\cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$:

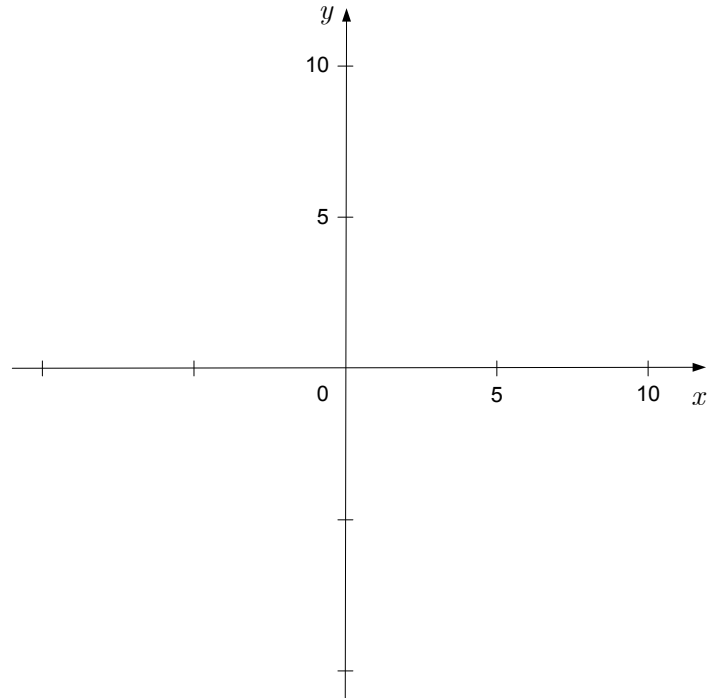
$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; a è il semiasse reale.
- Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$
, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$

01. Nel sottostante sistema coordinato indicate i punti $A(0,5)$ e $B(10,0)$ e tracciate la retta che passa attraverso di essi. Scrivete l'equazione della retta e calcolate l'angolo $\sphericalangle ABO$ (O è l'origine del sistema coordinato). Il risultato sia espresso al primo di grado.

(6 punti)



02. Scomponete le seguenti espressioni nell'insieme dei numeri reali; nel caso in cui ciò non sia possibile, scrivete che esse non sono scomponibili in questo insieme.

(7 punti)

$2x^3 + x^2$
$x^2 - 16$
$x^2 + 25$
$x^2 - 2x + 15$
$x^2 - 6x + 8$
$x^3 + 3x^2 - 9x - 27$

03. Sono date la funzione quadratica $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$ e la funzione lineare $g(x) = 2x - 4$.
Calcolate l'intersezione fra i loro grafici.

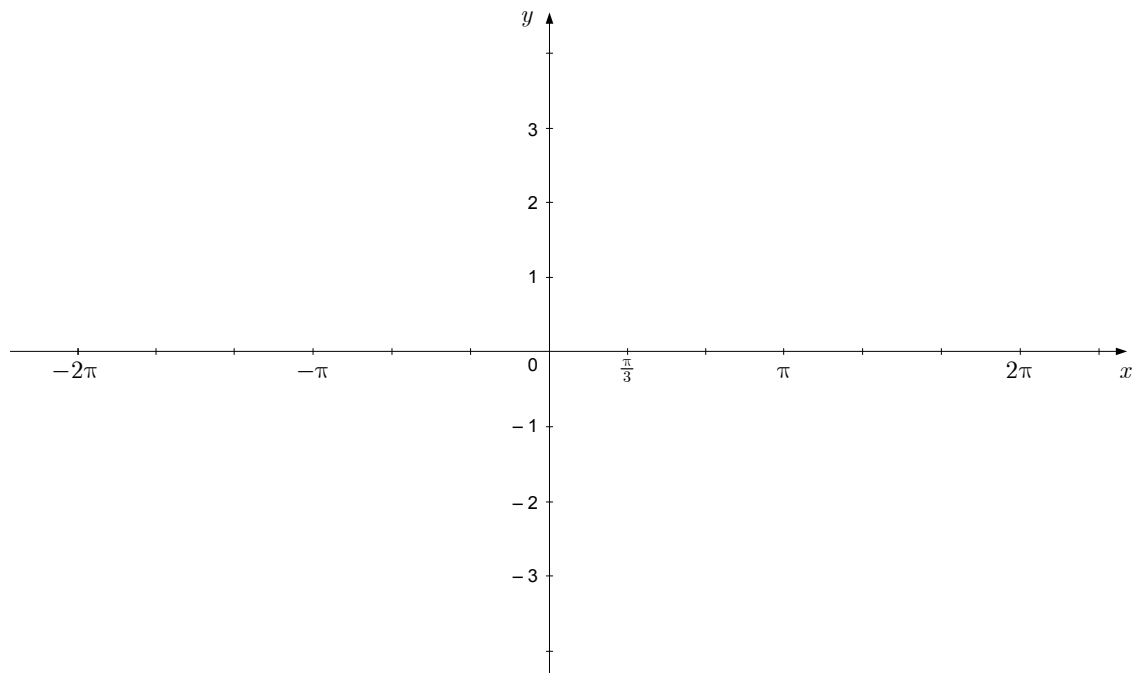
(6 punti)

04. Nel parallelogramma $ABCD$ i lati misurano 6 cm e 4 cm, uno degli angoli interni invece è di 60° . Disegnate lo schizzo della figura. Calcolate l'area del parallelogramma e la lunghezza della sua diagonale maggiore.

(6 punti)

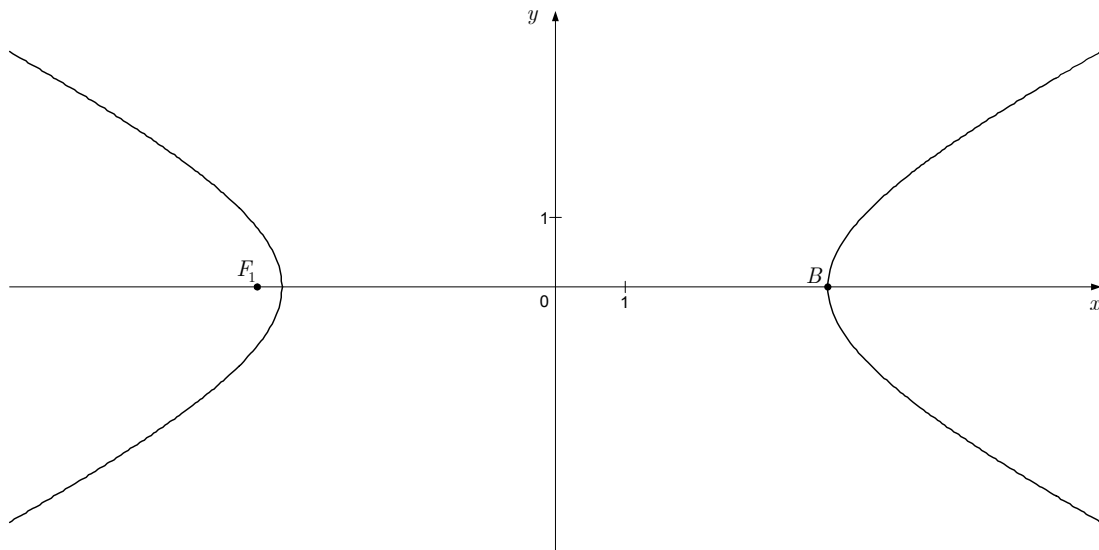
05. È data la funzione $f(x) = 2 \operatorname{sen} x - 1$. Calcolate gli zeri della funzione e tracciate il suo grafico nel sottostante sistema coordinato.

(8 punti)



06. L'iperbole rappresentata nella figura sottostante ha il fuoco nel punto $F_1(-\sqrt{20}, 0)$ e il vertice nel punto $B(4, 0)$. Scrivete l'equazione dell'iperbole e le equazioni dei suoi asintoti.

(8 punti)

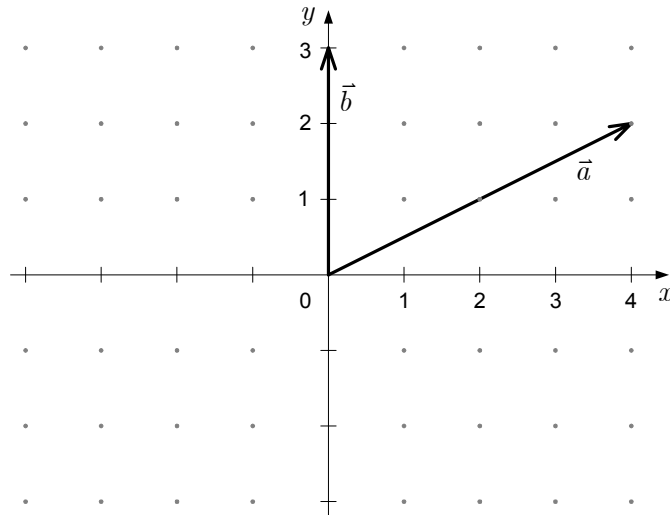


07. Risolvete l'equazione $\log(x + 2) - \log x = 1$.

(5 punti)

08. Nel sottostante sistema coordinato sono tracciati i vettori \vec{a} e \vec{b} . Tracciate il vettore $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$. Quali sono i moduli esatti dei vettori \vec{a} e \vec{b} ? Determinate l'ampiezza dell'angolo φ fra \vec{a} e \vec{b} (il risultato sia espresso al centesimo di grado).

(8 punti)



09. Calcolate il valore dell'espressione $11 \cdot (-1)^{n-1} + (3 - 2 \cdot 2)^n - (-1)^{n+1} + 3 \cdot 1^0$ per ogni numero naturale pari n .

(6 punti)

10. A una festa partecipano 4 coppie sposate, 5 uomini celibi e 3 donne nubili, per un totale di 16 persone. Per un gioco di società vengono estratte a caso due persone. Calcolate la probabilità dei seguenti due eventi:
- A – le due persone estratte sono una coppia sposata,
 - B – le due persone estratte non sono sposate e sono di sesso differente.

(6 punti)

11. Calcolate l'integrale indefinito $\int \frac{x - 2\sqrt{x} + 5x^2}{x^2} dx$.

(7 punti)

12. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = a \ln x + x^2 - 2$ nel punto di ascissa $x_0 = 1$ è perpendicolare alla retta di equazione $2x + 3y - 1 = 0$. Calcolate il numero reale a .

(7 punti)

Pagina bianca

Pagina bianca