



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE PRIMAVERILE

Livello di base

MATEMATICA

≡ Prova d'esame 1 ≡

Sabato, 4 giugno 2011 / 120 minuti

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo con simboli, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 2.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 16 pagine, di cui 2 bianche.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{p}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$, $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$, $\cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; a è il semiasse reale.
- Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$
, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$

01. È data la funzione $f(x) = -3x + 5$. Calcolate $f\left(-\frac{1}{2}\right)$. Calcolate per quale valore di x il valore della funzione è $\frac{11}{2}$. Per quali valori di x i valori della funzione sono negativi?

(8 punti)

02. Il primo termine di una successione aritmetica è -4 , il quinto invece 8 . Calcolate la ragione e il centesimo termine di tale successione.

(5 punti)

03. Semplificate l'espressione $((-a)^4)^3 \cdot (-a)^{-3} : a^9$.

(5 punti)

04. In un triangolo acutangolo nel quale il lato b è più lungo del lato a , il lato $a = \sqrt{17}$ cm, l'altezza $h_c = 4$ cm e la mediana $m_c = 5$ cm. Calcolate il lato c e l'area del triangolo. Fate lo schizzo della figura.

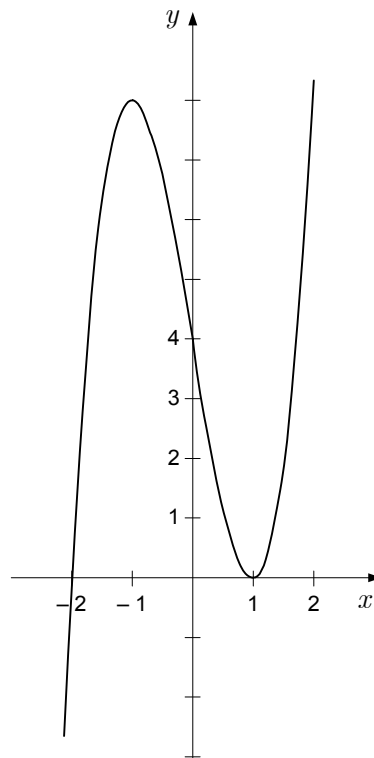
(8 punti)

05. Scrivete il numero complesso $(5 - 10i)^2 (2 + i)^{-1}$ nella forma $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

(6 punti)

06. Scrivete il polinomio di terzo grado il cui grafico è riportato nel sistema coordinato sottostante.

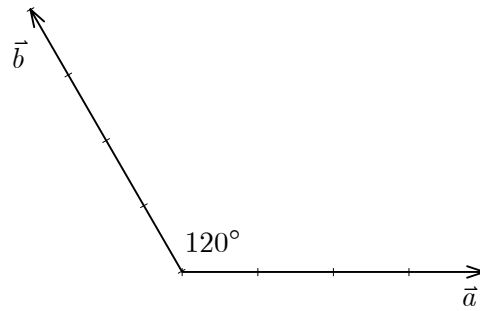
(6 punti)



07. Un'ellisse centrata all'origine del sistema coordinato ha due vertici $T_1(2, 0)$ e $T_2(-2, 0)$ e passa per il punto $A\left(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Scrivete la sua equazione e gli altri due vertici.

(7 punti)

08. I vettori \vec{a} e \vec{b} della figura sottostante hanno il modulo di 4 unità, l'angolo tra di essi è di 120° .



Fate lo schizzo del vettore $\vec{c} = -2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ e calcolate i prodotti scalari $\vec{a} \cdot \vec{b}$ e $\vec{a} \cdot \vec{c}$.

(8 punti)

09. Sia $f(x) = a \cdot 3^{x-1} + b$, $a, b \in \mathbb{R}$. Determinate i numeri a e b in modo che $f(1) = -1$ e $f(3) = -17$. Scrivete il campo di esistenza \mathcal{D}_f e l'insieme immagine \mathcal{Z}_f della funzione ottenuta.

(7 punti)

10. Calcolate gli zeri delle funzioni $f(x) = \sin \frac{x}{3}$ e $g(x) = 2 \sin \frac{x}{3} + 1$.

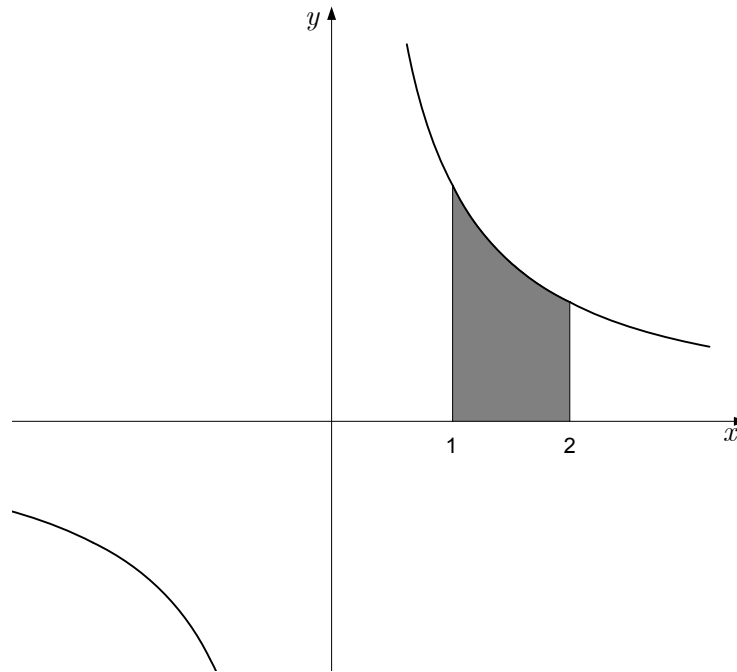
(7 punti)

11. Margherita ha 21 amiche e 11 amici; due degli amici si chiamano rispettivamente Andrea e Borut. A una festa inviterà 3 amiche e 4 amici. In quanti modi lo può fare? Qual è la probabilità che tra gli invitati ci siano Andrea e Borut, se Margherita sceglierà gli invitati a caso?

(6 punti)

12. Nel sottostante sistema coordinato è riportato il grafico della funzione $f(x) = \frac{a}{x}$. Calcolate a due cifre decimali il numero a , se l'area della figura ombreggiata è uguale a 4.

(7 punti)



Pagina bianca

Pagina bianca