



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE PRIMAVERILE

Livello di base
MATEMATICA
≡ Prova d'esame 1 ≡

Sabato, 9 giugno 2012 / 120 minuti

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 16 pagine, di cui 1 vuota.

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, se n è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, se $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\text{Distanza del punto } T_0(x_0, y_0) \text{ dalla retta } ax + by - c = 0: d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a è il semiasse reale

Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

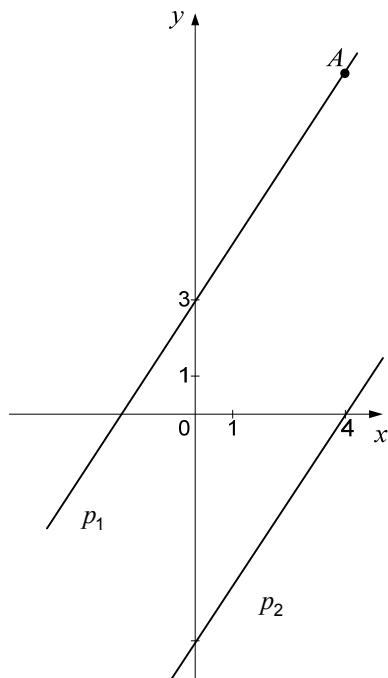
Compositum di funzioni: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

1. Nel sistema di coordinate sono disegnate le rette parallele p_1 e p_2 . La retta p_1 passa per il punto $A(4,9)$. Scrivete nella tabella i coefficienti e le equazioni delle due rette.

(8 punti)



Retta p_1

$$k_1 =$$

$$n_1 =$$

Equazione della retta p_1 :

Retta p_2

$$k_2 =$$

$$n_2 =$$

Equazione della retta p_2 :

2. Riducete le frazioni:

2.1. $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$, $x \neq -1$, $x \neq 1$

(3)

2.2. $\frac{x^5 - 4x^3}{x^6 + 2x^5}$, $x \neq 0$, $x \neq -2$

(5)

(8 punti)

3. Tone ha comperato tre lampade tascabili e due picconi pagando 100 € . Tina ha acquistato allo stesso prezzo quattro lampade tascabili e un piccone e ha pagato 80 € . Quanto costa una lampada tascabile e quanto un piccone? Scrivete la risposta.

(6 punti)

4. In ogni sistema di coordinate sottostante è stato tracciato il grafico della funzione f . Tracciate ancora i grafici della funzioni

$$g_1(x) = -f(x),$$

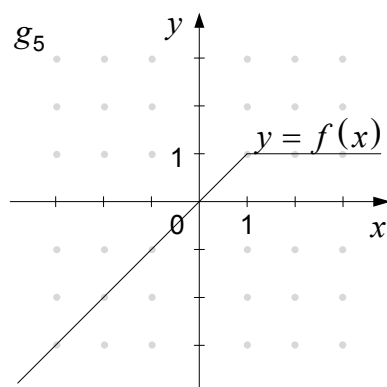
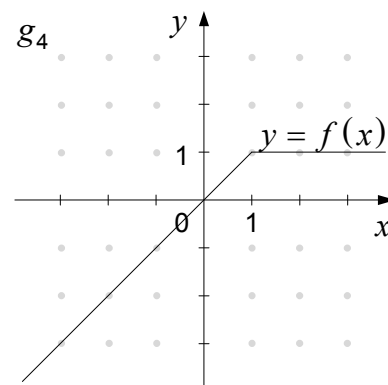
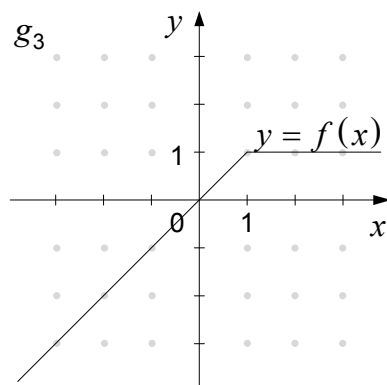
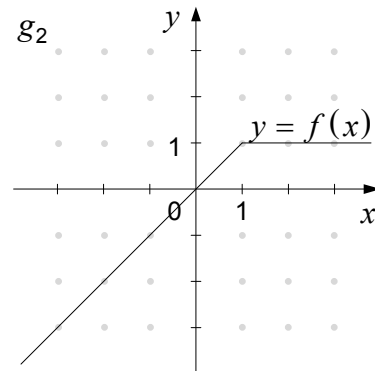
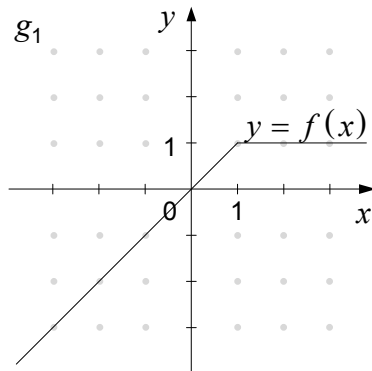
$$g_2(x) = f(x) + 1,$$

$$g_3(x) = f(x - 2),$$

$$g_4(x) = 2f(x) \text{ e}$$

$$g_5(x) = f(-x).$$

(5 punti)



5. Scrivete nella tabella tutti i divisori naturali del numero 36 e i primi sei multipli del numero 6.

Divisori:
Multipli:

Scegliamo a caso uno tra i numeri naturali da 1 a 36 (con 1 e 36 compresi). Calcolate la probabilità degli eventi A, B e C .

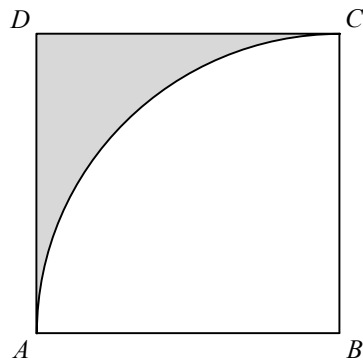
Evento A : Scegliamo il numero 7.

Evento B : Scegliamo il numero che è allo stesso tempo sia un divisore del numero 36 che un multiplo del numero 6.

Evento C : Scegliamo il numero che è divisore del numero 36 oppure multiplo del numero 6.

(7 punti)

6. Nel quadrato $ABCD$, il cui lato è di lunghezza 4, disegniamo un arco con centro nel vertice B (v. figura).



Calcolate con esattezza il perimetro e l'area della parte ombreggiata della figura.

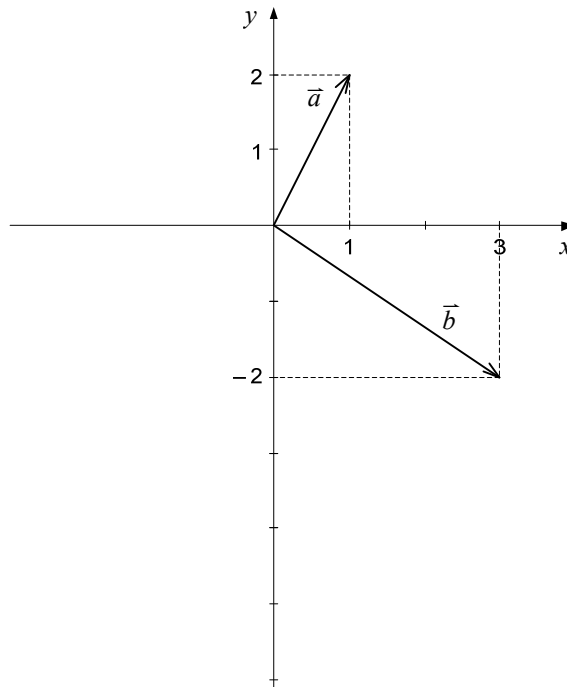
(6 punti)

7. Calcolate la base a della funzione logaritmica $f(x) = \log_a x$ il cui grafico passa per il punto $A\left(\frac{1}{8}, -\frac{3}{2}\right)$.

(6 punti)

8. Nel sistema di coordinate sono disegnati i vettori \vec{a} e \vec{b} . Scrivete i due vettori con le coordinate. Calcolate il vettore $\vec{c} = -2\vec{a} + \vec{b}$ e disegnatecelo nel sistema di coordinate. Calcolate inoltre il vettore $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{a}$.

(7 punti)



9. È dato il triangolo ABC di dati $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 50^\circ$ e $a = 7$ cm. Calcolate all'esattezza del millimetro la lunghezza del lato b . Calcolate poi l'area del triangolo con l'esattezza al cm^2 .

(7 punti)

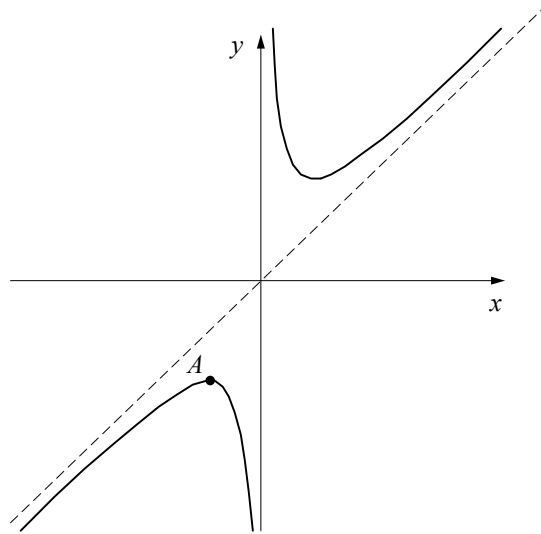
10. Dimostrate che il numero -4 è uno degli zeri del polinomio $p(x) = x^3 + 6x^2 + 10x + 8$. Calcolate gli altri due zeri del polinomio p . Scrivete l'intersezione N del grafico del polinomio p con l'asse delle ordinate. Il punto T appartiene al grafico del polinomio p e la sua ascissa è -1 . Scrivete il punto T .

(7 punti)

11. I numeri $\sqrt{2x+2}$, $3-4x$ e $6-6x$ formano una successione aritmetica finita. Calcolate x e scrivete la successione.

(7 punti)

12. La figura mostra il grafico della funzione $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x}$.



Calcolate la derivata della funzione. Nel punto A la funzione raggiunge il suo massimo relativo. Scrivete la distanza d_1 del punto A dalla retta $x = 4$ e la distanza d_2 del punto A dalla retta $y = -1$.

(6 punti)

Pagina vuota