



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE PRIMAVERILE

Livello di base
MATEMATICA
≡ Prova d'esame 1 ≡

Sabato, 3 giugno 2017 / 120 minuti

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello. Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. La pagina 16 è di riserva, usatela solo in mancanza di spazio. Indicate con chiarezza quali quesiti avete risolto su tale pagina. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 16 pagine, delle quali 1 di riserva.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, se n è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, se $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo : $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\text{Distanza del punto } T_0(x_0, y_0) \text{ dalla retta } ax + by - c = 0: \quad d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

$$\text{Ellisse: } e^2 = a^2 - b^2, \quad \varepsilon = \frac{e}{a}, \quad a > b$$

$$\text{Iperbole: } e^2 = a^2 + b^2, \quad \varepsilon = \frac{e}{a}, \quad a \text{ è il semiasse reale}$$

$$\text{Parabola: } y^2 = 2px, \quad \text{fuoco } F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$$

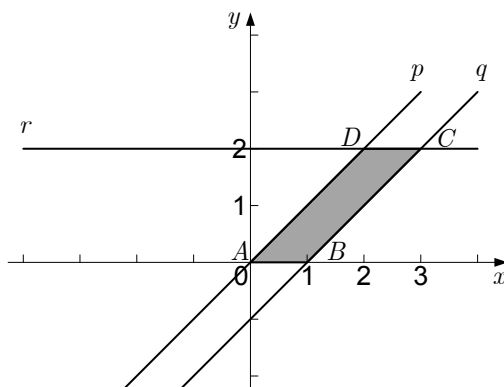
$$\text{Compositum di funzioni: } (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$\text{Formula di Bernoulli: } P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\text{Integrale: } \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$



1. In un sistema di coordinate ortogonali sono state tracciate le rette p , q e r . Le tre rette e l'asse delle ascisse delimitano il parallelogramma $ABCD$ (vedi figura). Scrivete le equazioni delle tre rette e calcolate l'area e il perimetro del parallelogramma. I risultati siano esatti.



Equazione della retta p : _____

(1)

Equazione della retta q : _____

(1)

Equazione della retta r : _____

(1)

Area del parallelogramma $ABCD$: _____

(2)

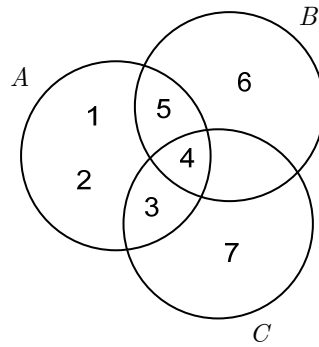
Perimetro del parallelogramma $ABCD$: _____

(2)

(7 punti)



2. Nella figura sono stati disegnati gli insiemi A , B e C . Scrivete gli insiemi elencando i loro elementi.



$$A = \underline{\hspace{10em}}$$

$$B \cap C = \underline{\hspace{10em}}$$

$$B \cup A = \underline{\hspace{10em}}$$

$$A - C = \underline{\hspace{10em}}$$

$$B \times (A \cap B \cap C) = \underline{\hspace{10em}}$$

(1)

(1)

(1)

(1)

(1)

(5 punti)



3. Risolvete le seguenti equazioni. I risultati siano esatti.

3.1.

$$x^2 + 2x = 4$$

(2)

3.2.

$$4^x = 2$$

(1)

3.3.

$$\log_4 x = 2$$

(1)

3.4.

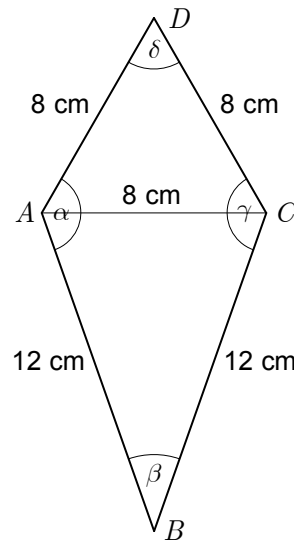
$$4 \operatorname{sen} x = 2$$

(3)

(7 punti)



4. Calcolate le ampiezze degli angoli interni del quadrilatero $ABCD$ e la lunghezza della diagonale $f = |BD|$.



(8 punti)



5. Sia $z = x(4 - 3i) + 5i + i^2$, $z \in \mathbb{C}$. Calcolate il numero reale x in modo che valga $\operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z$.

(5 punti)



6. Nello spazio \mathbb{R}^3 sono dati i vettori $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (3, -2, -1)$ e $\vec{c} = (1, 1, 2)$.

6.1. Dimostrate con il calcolo che i vettori \vec{a} e \vec{b} sono ortogonali.

(2)

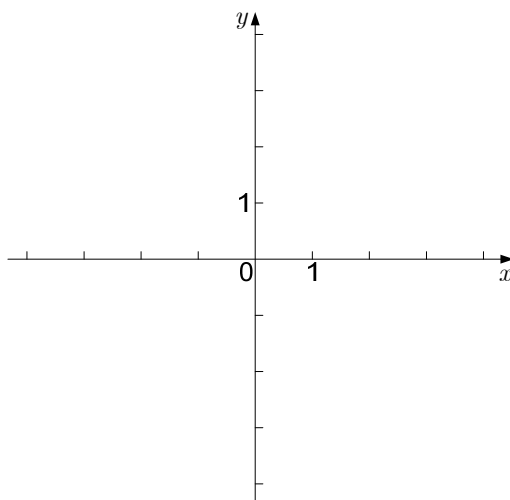
6.2. Calcolate le lunghezze (i moduli) dei vettori \vec{a} e \vec{c} e l'ampiezza dell'angolo φ che essi racchiudono. Approssimate l'ampiezza dell'angolo a due cifre decimali.

(5)

(7 punti)



7. Nel sistema di coordinate dato tracciate l'ellisse di equazione $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$. Scrivete i fuochi dell'ellisse. Scrivete l'equazione della circonferenza che ha il centro nel vertice destro dell'ellisse e tange l'asse delle ordinate.



(7 punti)

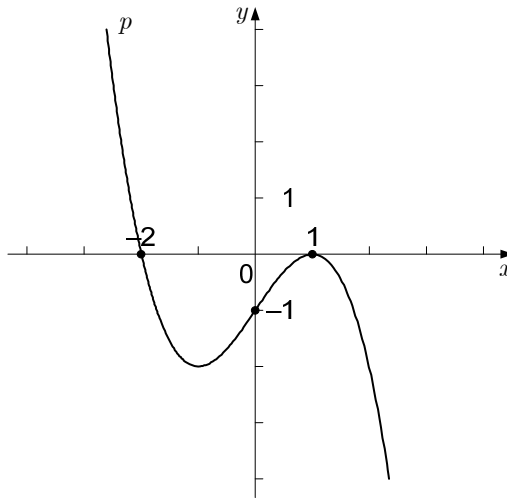


8. Calcolate i valori di x per i quali $x^2 - 3$, $x - 1$ e $1 - 2x$ sono i termini successivi di una successione aritmetica.

(5 punti)



9. La figura sottostante mostra il grafico del polinomio p di terzo grado.



- 9.1. Scrivete la dipendenza del polinomio p nella forma fattorizzata con gli zeri.

(5)

- 9.2. Nel sistema di coordinate dato tracciate il grafico del polinomio $s(x) = p(x) + 1$.

(1)

(6 punti)



10. La funzione razionale f è espressa dalla dipendenza $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$. Scrivete i punti $E_1(x_1, y_1)$ e $E_2(x_2, y_2)$ che sono gli estremi relativi della funzione f . In quale punto la funzione ha il minimo relativo e in quale punto ha il massimo relativo? Argomentate la risposta.

(8 punti)

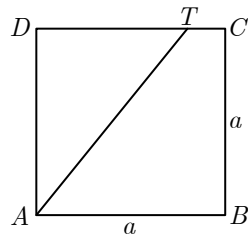


11. Sono date le funzioni reali f e g espresse dalle dipendenze $f(x) = x^2$ e $g(x) = 6 - x$. Calcolate l'area della figura delimitata dai grafici delle funzioni f e g .

(7 punti)



12. In un quadrato di lato a è stato tracciato il segmento AT (vedi figura) in modo che il rapporto tra le aree delle due figure geometriche ottenute sia di $2 : 3$. Calcolate il rapporto tra le distanze $|DT| : |TC|$.



(8 punti)



PAGINA DI RISERVA