



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



SESSIONE PRIMAVERILE

**Livello di base**  
**MATEMATICA**  
≡ Prova d'esame 1 ≡

- A) Quesiti brevi  
B) Quesiti strutturati brevi

**Sabato, 5 giugno 2021 / 90 minuti (30 + 60)**

*Materiali e sussidi consentiti:*

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, degli strumenti geometrici (un compasso e un righello, anche una squadretta) e la calcolatrice. Il fascicolo contiene l'allegato con le formule e i due fogli della minuta, che il candidato deve staccare con attenzione.*

**MATURITÀ GENERALE**

**INDICAZIONI PER I CANDIDATI**

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

~~**Nella risoluzione di questa prova d'esame non è consentito l'uso della calcolatrice.**~~

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra.

La prova d'esame si compone di due parti, denominate A e B. Il tempo a disposizione per l'esecuzione dell'intera prova è di 90 minuti: vi consigliamo di dedicare 30 minuti alla risoluzione della parte A, e 60 minuti a quella della parte B.

La parte A della prova d'esame contiene 8 quesiti brevi; la parte B della prova contiene 6 quesiti strutturati brevi. Il punteggio massimo che potete conseguire è di 60 punti, di cui 20 nella parte A e 40 nella parte B. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte all'interno della prova, **nei riquadri appositamente previsti**, utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le pagine 13 e 20 sono di riserva e vanno usate solo in caso di carenza di spazio. Qualora le dovete utilizzare, non dimenticate di indicare chiaramente quali quesiti avete risolto su di esse. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 20 pagine, di cui 1 vuota e 2 di riserva.*



**Formule**

**(Somma e differenza di cubi)** Per qualsiasi  $a, b \in \mathbb{R}$  vale  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ .

**(Teorema di Euclide e dell'altezza)** Il triangolo rettangolo ha i cateti  $a$  e  $b$  e l'ipotenusa  $c$ . L'altezza all'ipotenusa è  $h_c$ , la proiezione ortogonale del cateto  $a$  all'ipotenusa è  $a_1$ , la proiezione ortogonale del cateto  $b$  all'ipotenusa è  $b_1$ . Quindi vale  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$ .

**(Raggio della circonferenza circoscritta e della circonferenza inscritta a un triangolo)** Il triangolo ha i lati  $a, b$  e  $c$ , il semiperimetro è  $p = \frac{a+b+c}{2}$ , l'area è  $A$ , il raggio della circonferenza inscritta al triangolo dato è  $r$  e il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo dato è  $R$ .

$$\text{Perciò } r = \frac{A}{p} \text{ e } R = \frac{abc}{4A}.$$

**(Formola di Erone)** Il triangolo ha i lati  $a, b$  e  $c$ , il semiperimetro è  $p = \frac{a+b+c}{2}$ . Quindi la sua area è

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

**(Area del triangolo)** Siano  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  e  $C(x_3, y_3)$  punti nel piano. L'area del triangolo di

$$\text{vertici } A, B \text{ e } C \text{ è } A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|.$$

**(Sfera)** L'area della superficie totale e il volume della sfera di raggio  $r$  sono  $S = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ .

**(Teoremi di addizione)** Per qualsiasi  $x, y \in \mathbb{R}$  vale

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Per qualsiasi  $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$ , per i quali  $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$  per qualsiasi  $k \in \mathbb{Z}$  e

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ vale } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

**(Formule di bisezione)**

$$\text{Per qualsiasi } x \in \mathbb{R} \text{ vale } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Per un qualsiasi } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ vale } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

**(Ellisse)** L'ellisse nel piano ha i semiassi  $a$  e  $b$  ( $a > b$ ), la sua eccentricità lineare è  $e$ , la sua eccentricità numerica è  $\varepsilon$ . Quindi vale  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ .

**(Iperbole)** L'iperbole nel piano ha il semiasse reale  $a$  e il semiasse immaginario  $b$ , la sua eccentricità lineare è  $e$ , la sua eccentricità numerica è  $\varepsilon$ . Quindi vale  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ .

**(Parabola)** Parabola nel piano di equazione  $y^2 = 2px$  ha il fuoco in  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ , l'equazione della retta direttrice della parabola data è  $x = -\frac{p}{2}$ .

**(Successione aritmetica)** La somma dei primi  $n$  termini della successione aritmetica  $(a_n)$  è

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n).$$

**(Successione geometrica)** La somma dei primi  $n$  termini della successione geometrica  $(a_n)$  di

$$\text{ragione } q \in \mathbb{R} \text{ è } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ se } q \neq 1, \text{ e } S_n = na_1, \text{ e } q = 1.$$

**(Limiti)**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$  e  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .



**Pagina vuota**

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



M 2 1 1 4 0 1 1 1 0 5

### Foglio per la minuta



**Foglio per la minuta**

A large, empty rectangular box intended for handwritten notes or minutes.



M 2 1 1 4 0 1 1 1 0 7

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.

**Foglio per la minuta**



**Foglio per la minuta**

A large, empty rectangular box intended for handwritten notes or minutes.



**A) QUESITI BREVI**

1. Nella tabella sottostante, accanto a ogni affermazione cerciate SÌ se essa è vera (corretta), NO se essa è falsa (sbagliata). L'esempio nella prima riga è già risolto.

| Affermazione                      | Esattezza/Inesattezza dell'affermazione |    |
|-----------------------------------|---|----|
| Il numero $\sqrt{2}$ è razionale. | Sì                                      | NO |
| Il numero $\sqrt{4}$ è naturale.  | Sì                                      | NO |
| Il numero $-3$ è intero.          | Sì                                      | NO |
| Il numero $\pi$ è razionale.      | Sì                                      | NO |

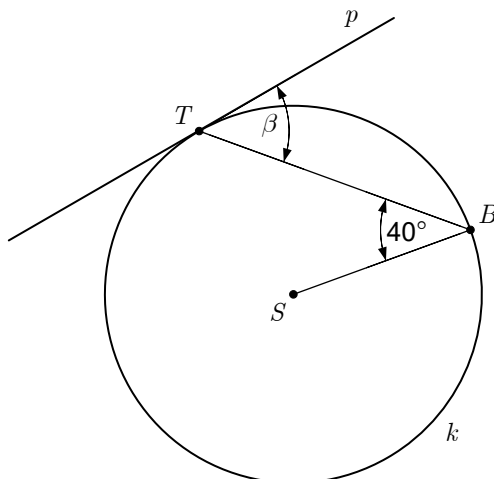
(3 punti)

2. I punti  $A(1, 1)$  e  $B(3, -1)$  appartengono alla retta  $p$ . Sulla retta giacciono anche i punti  $C$  e  $D$ . Scrivete l'equazione della retta  $p$  e calcolate le coordinate mancanti dei punti  $C(-1, y)$  e  $D(x, 0)$ .

(3 punti)

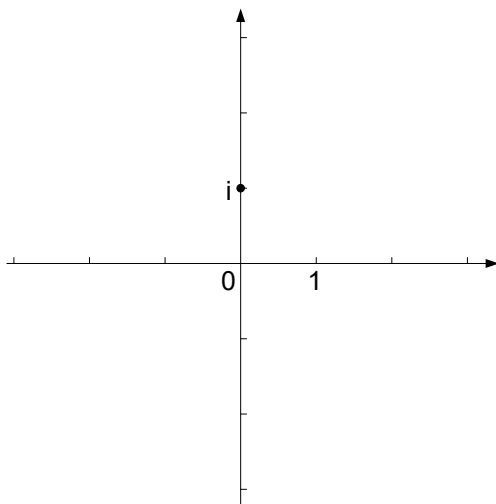


3. La retta  $p$  nella figura è tangente alla circonferenza  $k$ . Calcolate l'ampiezza dell'angolo  $\beta$ .



(2 punti)

4. Siano  $z = 2 + i$  e  $w = -1 + 2i$ . Rappresentate nel piano complesso i numeri  $z$ ,  $w$  e  $z + w$ .



(2 punti)



M 2 1 1 4 0 1 1 1 1 1 1

5. Risolvete l'equazione  $|x - 3| = 11$ .

(2 punti)

6. In un triangolo rettangolo i cateti misurano 11 e 17. Quant'è lunga l'altezza all'ipotenusa  $h_c$ ?

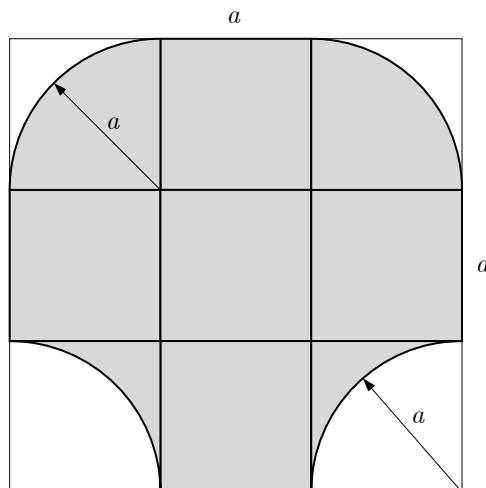
(3 punti)



7. Calcolate la derivata della funzione espressa dalla dipendenza  $f(x) = 5x^2 - 2021x + \cos x$ .

(3 punti)

8. Calcolate l'area della figura geometrica nel disegno. I lati curvi sono archi di cerchio di raggio  $a$ .



(2 punti)



**B) QUESITI STRUTTURATI BREVI**

1. Risolvete le seguenti equazioni senza usare la calcolatrice

$$7^{x-2} = \sqrt{7}$$

e

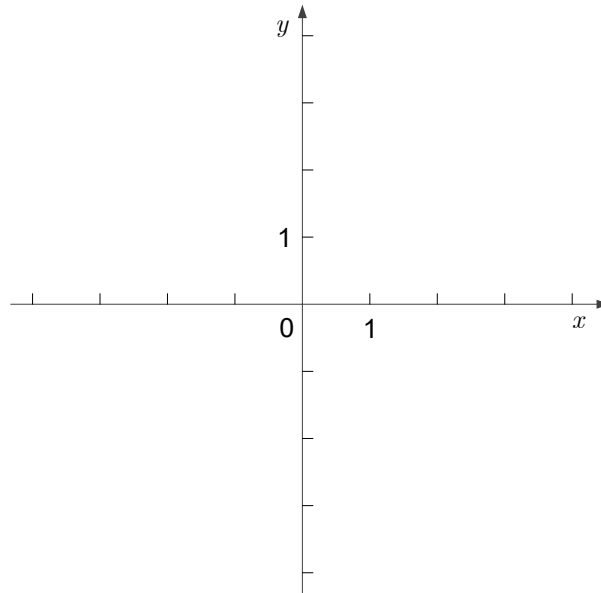
$$\log_7(\sqrt{11-x}) + \log_7(\sqrt{11+x}) = 1.$$

(6 punti)



2. È data la funzione  $f$  con la dipendenza  $f(x) = \begin{cases} 1; & x > -1 \\ x + 2; & x \leq -1 \end{cases}$ .

Tracciate nel piano, corredato con un sistema di assi coordinati, il grafico della funzione  $f$ . Nello stesso sistema di coordinate tracciate la retta di equazione  $y = x$ .

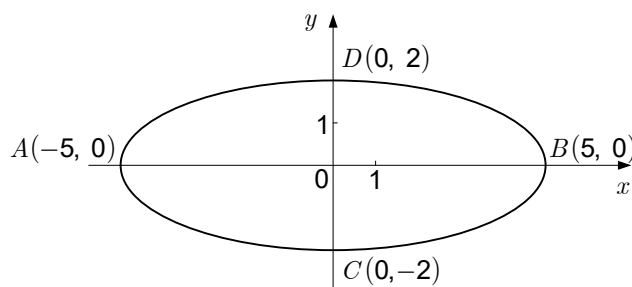


In quanti punti la retta di equazione  $y = x$  interseca il grafico della funzione  $f$ ? Determinate tutti i numeri reali  $k$ , per i quali la retta di equazione  $y = k \cdot x$  interseca il grafico della funzione  $f$  esattamente due volte. Aiutatevi con il grafico.

(5 punti)



3. La figura mostra un'ellisse di vertici  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ . Scrivete i fuochi di tale ellisse. Scrivete anche l'equazione della circonferenza con centro nel punto  $B$  e passante per l'origine del sistema di coordinate.



(8 punti)





4. In una successione aritmetica con il termine generale  $a_n$  vale che:  $a_2 + a_4 = 26$  e  $a_3 + a_5 = 34$ .  
Calcolate la somma dei primi 50 termini di tale successione.

(7 punti)



5. Scrivete la dipendenza della funzione quadratica che ha per  $x = 1$  il valore d'estremo 4 e lo zero in  $x_1 = 3$ .

(7 punti)



M 2 1 1 4 0 1 1 1 1 9

6. Per la funzione  $f$  vale che  $f(0) = 2021$  e  $f'(x) = e^{-x} + 3x^2$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$ . Scrivete la dipendenza della funzione  $f$ . Calcolate anche  $f'(1)$ .

(7 punti)



# Pagina di riserva