



Codice del candidato:

Državni izpitni center



M 0 6 2 4 0 2 1 1 1

SECONDA SESSIONE D'ESAME

MATEMATICA

Prova d'esame 1

Livello superiore

Lunedì, 28 agosto 2006 / 90 minuti

Al candidato è consentito l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile senza interfaccia grafica e senza possibilità di calcolo algebrico o simbolico, del compasso e di due squadretti e un righello. Al candidato va consegnato il fascicolo con allegate due schede di valutazione e due fogli per la minuta.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete attentamente le seguenti indicazioni. Non tralasciate nulla!

Non voltate pagina e non iniziate a risolvere gli esercizi prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto a destra e sulle schede di valutazione.

Questa prova d'esame comprende 12 esercizi, vanno risolti tutti nello spazio sotto il testo dell'esercizio. **I valutatori non terranno conto dei fogli per la minuta.**

È d'obbligo l'uso della penna stilografica o a sfera. **Se ritenete di aver sbagliato tracciate una barra sulle soluzioni errate.** Disegnate i grafici delle funzioni con la matita. Fate attenzione che le risoluzioni siano scritte in modo chiaro e leggibile. Nelle risoluzioni mettete ben in evidenza il procedimento, i calcoli intermedi e le vostre deduzioni.

A pagina 2 trovate un elenco delle formule più impegnative che non è necessario sapere a memoria. Forse qualcuna vi potrà essere utile.

Le soluzioni degli esercizi della prova d'esame non vanno scritti a matita. Se avete risolto l'esercizio con più versioni, indicate in modo inequivocabile la risoluzione da correggere.

Leggete attentamente ogni esercizio, risolvete con ponderazione. Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità.

Il punteggio totale massimo conseguibile è di 80 punti.

Buon lavoro.

Questa prova d'esame ha 16 pagine, di cui 2 vuote.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{p}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$, $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$
, $\operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$;
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$;
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; a è il semiasse reale.
- Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:

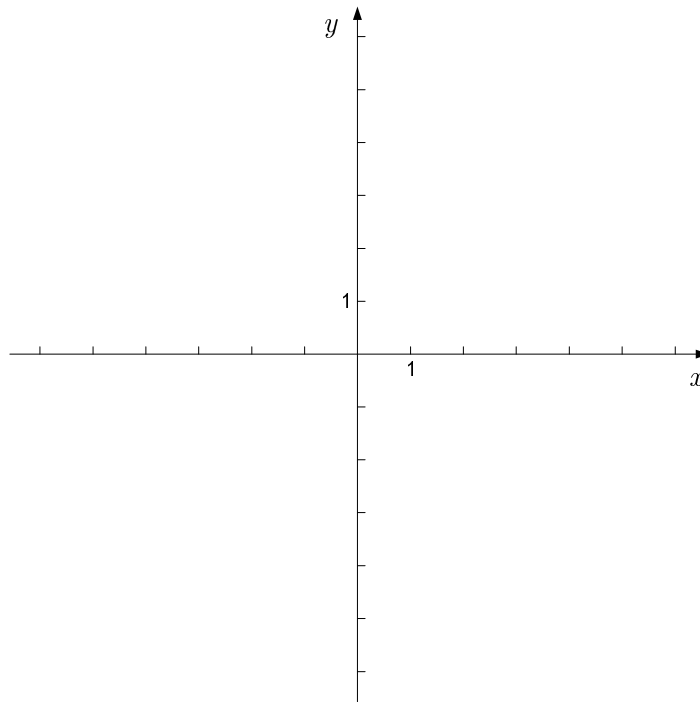
$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$
, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$

01. Calcolate i punti d'intersezione tra la parabola $y = -x^2 + 2x + 3$ e la retta $y = x + 1$.

(6 punti)

02. Sul piano cartesiano che trovate qui sotto tracciate le rette corrispondenti alle equazioni $3 + x = 0$, $2 + y = 0$ e $x - y = 3$ e calcolate l'area del triangolo che esse racchiudono.

(7 punti)



03. È data la funzione $f(x) = \sqrt{3x+4}$. Calcolate $f(4)$ e $f\left(\frac{3}{4}\right)$. Scrivete il campo d'esistenza della funzione f .

(5 punti)

04. Risolvete l'equazione $\log_3(x + 71) + \log_3(x - 9) - \log_3(x - 1) = 2$.

(7 punti)

05. Aleš, Boris, Maja, Nina e Tina si mettono a caso in fila per comperare i biglietti d'ingresso. Qual è la probabilità dell'evento A , che le ragazze si trovino all'inizio della fila?

(6 punti)

06. L'altezza del rombo $ABCD$ misura 9. L'angolo alla base $\sphericalangle DAB = \alpha = 30^\circ$. Calcolate con esattezza la lunghezza del lato e con esattezza la lunghezza della diagonale maggiore del rombo. Fate lo schizzo della figura.

(8 punti)

07. Sono dati i vettori $\vec{a} = (-3, 1)$ e $\vec{b} = (2, 4)$. Scrivete il vettore $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$, calcolate il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{b}$ e l'angolo α tra i vettori \vec{a} e \vec{b} . Approssimate l'ampiezza dell'angolo al centesimo di grado.

(8 punti)

08. Se diminuiamo di 3 il numeratore di una frazione e moltiplichiamo il suo denominatore per 2, otteniamo il numero $\frac{2}{7}$. Se moltiplichiamo il numeratore della stessa frazione per 2 e diminuiamo il suo denominatore di 3, otteniamo il numero 2. Qual è la frazione?

(7 punti)

09. Risolvete nell'insieme dei numeri complessi l'equazione $(1 + i)z + 2i = 1$. Scrivete la parte reale e la parte immaginaria della risoluzione.

(7 punti)

10. Determinate il numero a in modo che il resto della divisione del polinomio $p(x) = x^3 - 2x + a$ con il polinomio $q(x) = x - 3$ sia uguale a 4. Scrivete il quoziente $k(x)$ ottenuto dalla divisione.

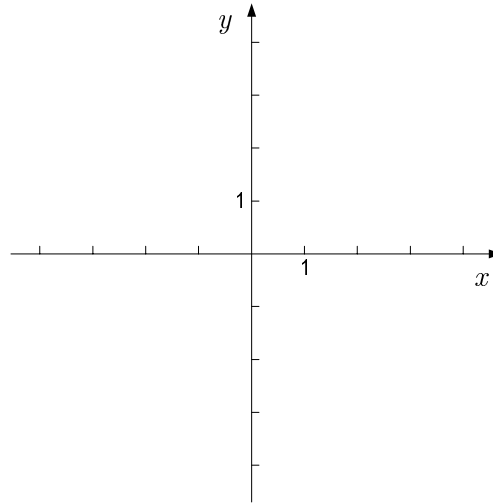
(6 punti)

11. È data la funzione $f(x) = \sin 3x + 4 \cos x$. Calcolate la sua derivata e dimostrate che vale l'uguaglianza $f\left(\frac{\pi}{6}\right) - f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3 + 2\sqrt{3}$.

(6 punti)

12. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 0 \\ 0 & ; 0 \leq x \leq 1. \\ x - 1 & ; x > 1 \end{cases}$. Calcolate $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

(7 punti)



PAGINA VUOTA

PAGINA VUOTA