



Codice del candidato:

Državni izpitni center



M 1 4 1 4 0 2 1 1 I

SESSIONE PRIMAVERILE

Livello superiore
MATEMATICA
≡ Prova d'esame 1 ≡

Sabato, 7 giugno 2014 / 90 minuti

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.

Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 16 pagine, di cui 1 vuota.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, se n è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, se $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a è il semiasse reale

Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Compositum di funzioni: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. Sono dati gli insiemi $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $C = \{1, 3, 5\}$.
Scrivete gli insiemi $B \cup C$, $A \cap B$, $A \setminus B$ e $A \times (A \setminus B)$ elencando i loro elementi.
Scrivete tutti i sottoinsiemi dell'insieme C .

1.1. $B \cup C =$ _____ (1)

1.2. $A \cap B =$ _____ (1)

1.3. $A \setminus B =$ _____

$A \times (A \setminus B) =$ _____ (2)

1.4. Sottoinsiemi dell'insieme C : _____ (2)

(6 punti)



2. Calcolate il discriminante e determinate tutte le soluzioni delle seguenti equazioni quadratiche. Scrivete i risultati nelle righe corrispondenti della tabella.

Equazione	Discriminante	Soluzioni delle equazioni
$x^2 - 6x + 9 = 0$		
$x^2 - 3x - 10 = 0$		
$x^2 - 6x + 10 = 0$		

(7 punti)



3. Calcolate $\sqrt[3]{a \cdot \sqrt{a \cdot b^3}} : \sqrt[4]{a \cdot b^5}$.

Risolvete il quesito senza usare la calcolatrice, scrivete il risultato nella forma $\sqrt[k]{a^m b^n}$, $k, m, n \in \mathbb{Z}$, k, m, n sono coppie di numeri primi tra loro.

(6 punti)



4. Sviluppiamo la superficie laterale di un cono retto nel piano. Otteniamo un settore circolare che risulta uguale al semicerchio di raggio 12 cm. Calcolate l'area della superficie totale e il volume del cono retto. I risultati siano esatti.

(7 punti)



5. Nello spazio sono dati i punti $A(1,2,3)$, $B(2,3,4)$ e il vettore $\vec{c} = (1,-2,1)$. Scrivete il vettore \overline{AB} con le sue componenti. Calcolate con esattezza la lunghezza del vettore \vec{c} e dimostrate con il calcolo che i vettori \overline{AB} e \vec{c} sono ortogonali tra loro.

(6 punti)

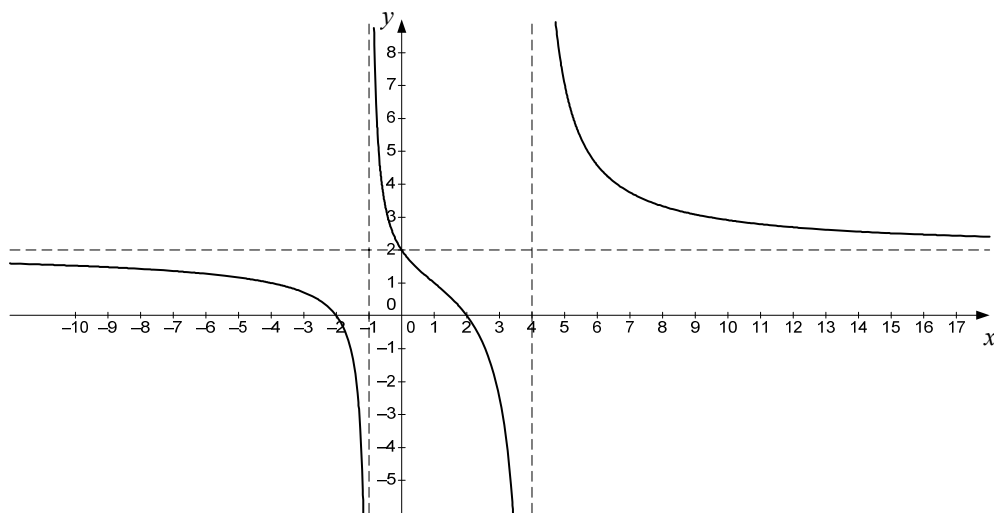


6. Senza far uso della calcolatrice risolvete l'equazione $\log_2 x = 2 - \log_2 (x - 3)$.

(6 punti)



7. La figura riporta il grafico della funzione razionale $f(x) = \frac{2x^2 - a}{x^2 - 3x + b}$.



Completate il testo (leggete i valori dal grafico o calcolateli).

Gli zeri della funzione sono $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ e $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

I poli della funzione sono in $x = \underline{\hspace{2cm}}$ e $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

Il termine noto $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

L'equazione dell'asintoto orizzontale è $\underline{\hspace{2cm}}$.

(4)

Calcolate i valori dei coefficienti a e b .

$a = \underline{\hspace{2cm}}$

$b = \underline{\hspace{2cm}}$

(4)

(8 punti)



8. Senza fare uso della calcolatrice, calcolate il valore esatto delle espressioni $\sin 2x$ e $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ se $\sin x = \frac{3}{4}$ e x è un angolo acuto.

(7 punti)



9. In una piccola impresa sono impiegati 8 maschi e 4 femmine. Quattro di loro parteciperanno a un seminario.

9.1. In quanti modi possono essere scelti i partecipanti al seminario affinché il numero di partecipanti sia uguale per ambedue i sessi?

(2)

9.2. In quanti modi possono essere scelti i partecipanti al seminario affinché il numero di maschi sia maggiore di quello delle femmine?

(2)

9.3. Qual è la probabilità che, in una delegazione scelta a caso, tutti e quattro i partecipanti siano dello stesso sesso?

(3)

(7 punti)



10. I numeri 2, 5, 8, 11 sono i primi quattro termini di una successione aritmetica infinita. Scrivete il termine generale della successione. Determinate quale termine di tale successione è uguale a 6041. Calcolate la somma dei primi 100 termini della successione.

(7 punti)

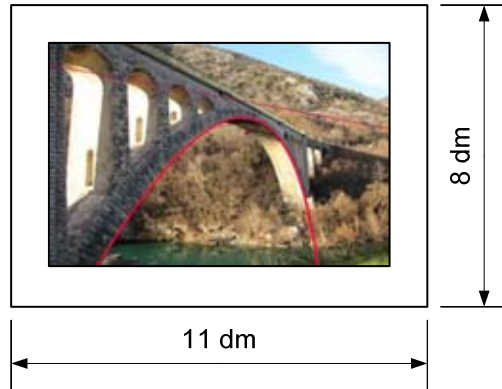


11. È data la funzione reale $f(x) = \frac{a}{x^2}$, $a \in \mathbb{R}^+$, $x \neq 0$. Calcolate il coefficiente a in modo che l'area della figura delimitata dal grafico della funzione $f(x)$, l'asse delle ascisse e le rette $x = 1$ e $x = 4$ sia uguale a 3.

(6 punti)



12. Il profilo esterno della cornice di un quadro è rettangolare e di dimensioni $11 \text{ dm} \times 8 \text{ dm}$. Il passepartout, cioè la parte bianca che sta tra il profilo esterno della cornice e il quadro, ha la stessa larghezza per tutti e quattro i lati. L'area del quadro messo in cornice è di $61,75 \text{ dm}^2$. Calcolate la larghezza del passepartout.



(7 punti)



Pagina vuota