



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



SESSIONE PRIMAVERILE

**Livello superiore**  
**MATEMATICA**  
≡ Prova d'esame 1 ≡

**Sabato, 6 giugno 2015 / 90 minuti**

*Materiali e sussidi consentiti:*

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.  
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ GENERALE**

**INDICAZIONI PER I CANDIDATI**

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. La pagina 16 è di riserva, usatela solo in mancanza di spazio. Indicate con chiarezza quali quesiti avete risolto su tale pagina. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 16 pagine, delle quali 1 di riserva.*





## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , se  $n$  è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , se  $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo:  $R = \frac{abc}{4A}$ ,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Distanza del punto  $T_0(x_0, y_0)$  dalla retta  $ax + by - c = 0$ :  $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Area del triangolo di vertici  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellisse:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a > b$

Iperbole:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  è il semiasse reale

Parabola:  $y^2 = 2px$ , fuoco  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Compositum di funzioni:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. Confrontate i numeri  $a$  e  $b$  e inserite nella colonna centrale i simboli  $>$ ,  $<$  oppure  $=$  (basatevi sui primi due esempi, che sono già risolti).

numero $a$		numero $b$
$-1$	$>$	$-\frac{5}{2}$
$-1$	$<$	$\frac{3}{2}$
$-\frac{7}{2}$		$-\frac{5}{2}$
$-\frac{2}{3}$		$-\frac{5}{2}$
$-2\sqrt{3}$		$-3\sqrt{2}$
$\pi$		3,14
$e$		2,7
$2015^{2015}$		2015!

(6 punti)



2. Sono dati i vettori  $\vec{a} = (4, -3, 1)$ ,  $\vec{b} = (-2, 5, 3)$  e  $\vec{c} = (x, 2, 4)$ .

2.1. Calcolate  $2\vec{a} + \vec{b}$ .

(2)

2.2. Calcolate  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

(2)

2.3. Calcolate la lunghezza del vettore  $\vec{b}$ .

(2)

2.4. Determinate  $x$  in modo che i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{c}$  siano perpendicolari fra loro.

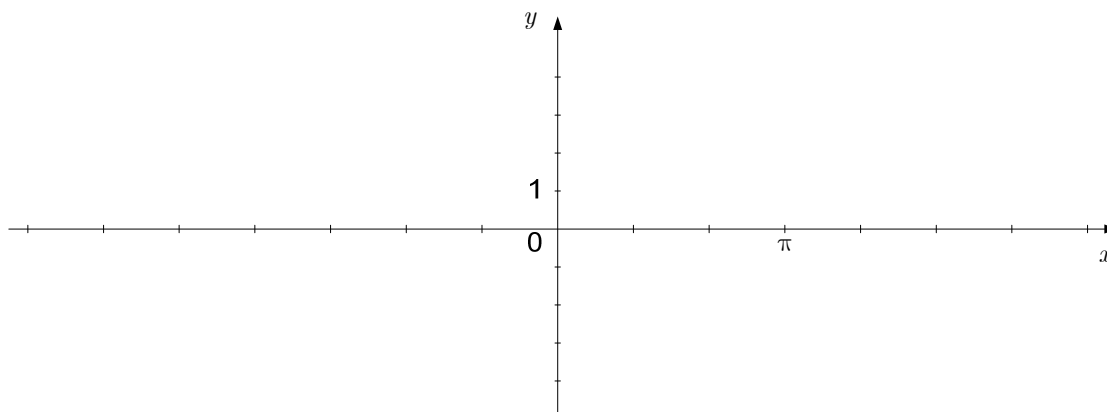
(2)

(8 punti)



3. È data la funzione  $f$  con la dipendenza  $f(x) = 2\text{sen}x - 1$ .

3.1. Tracciate nel sistema di coordinate dato il grafico della funzione  $f$ .



(3)

3.2. Calcolate la derivata  $f'(x)$ .

(2)

3.3. Calcolate l'integrale indefinito  $\int f(x)dx$ .

(3)  
(8 punti)



4. È dato il numero complesso  $z = \sqrt{5} - 2i$ . Calcolate:

4.1.  $z \cdot \bar{z} =$

(2)

4.2.  $|z| =$

(1)

4.3.  $z^2 + i^{19} =$

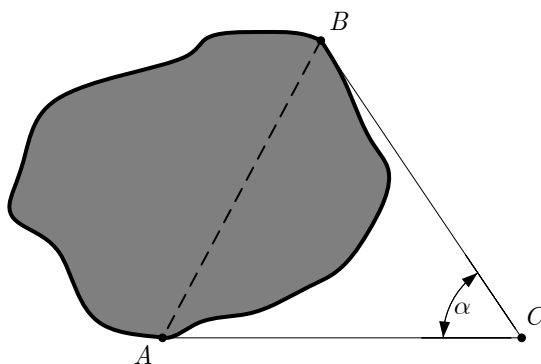
(3)

4.4.  $z^{-1} =$

(2)  
(8 punti)



5. Giovanni ha ricevuto il compito di calcolare la larghezza del lago tra i punti  $A$  e  $B$ . Ha misurato  $|AC| = 255$  m,  $|BC| = 232$  m e  $\alpha = 56^\circ$ . Quanto misura la distanza tra i punti  $A$  e  $B$ ? Arrotondate il risultato all'esattezza del metro.



(5 punti)





6. Indicate per quali valori del numero reale  $x$  il grafico della funzione  $f$ , data con la dipendenza  $f(x) = 2x^2 + 4x - 2$ , giace sotto la retta di equazione  $y = -x + 1$ .

(6 punti)



7. È data la funzione esponenziale  $f$ , espressa con la dipendenza  $f(x) = 3^x - \frac{2}{3}$ .
- 7.1. Calcolate con esattezza le coordinate sconosciute dei punti  $A(-3, y)$  e  $B(x, \frac{25}{3})$  che appartengono al grafico della funzione  $f$ . (5)
- 7.2. Il grafico della funzione  $f$  ha un asintoto orizzontale. Scrivete la sua equazione. La funzione  $f$  è crescente o decrescente? Argomentate la vostra risposta. (2)

(7 punti)



8. In una successione geometrica di ragione 2, la somma dei primi dodici termini è uguale a 28665. Scrivete il termine generale della successione. Quanti termini iniziali della successione sono minori di 3829? Scrivete la risposta.

(7 punti)



9. In una classe di 28 allievi ci sono 20 femmine e 8 maschi.
- 9.1. Lunedì il professore interrogherà un allievo scegliendolo a caso. Calcolate la probabilità che l'allievo prescelto sia un maschio. (2)
- 9.2. Mercoledì saranno interrogati due allievi scelti a caso. Calcolate la probabilità che siano scelte due femmine. (3)
- (5 punti)



10. Una parabola ha l'equazione  $y = -x^2 + 4$ .

10.1. Nel punto  $A(1, 3)$  poniamo la retta tangente alla parabola. Scrivete l'equazione della retta tangente.

(3)

10.2. La parabola, la retta tangente alla parabola nel punto  $A$  e l'asse delle ascisse delimitano una figura semplice. Calcolate la sua area.

(5)

(8 punti)



11. Il rapporto tra il numero di adulti e il numero di bambini a un concerto era di  $2 : 3$ . I bambini erano 456. Il biglietto d'entrata per un adulto era due volte più caro del biglietto d'entrata per un bambino. La somma ricavata dalla vendita dei biglietti ammontava a 14896 Euro. Qual era il prezzo del biglietto per un adulto? Scrivete la risposta.

(6 punti)



12. Calcolate i limiti.

$$12.1. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 2x - 35}$$

(2)

$$12.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}3x}{5x}$$

(2)

$$12.3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}$$

(2)  
(6 punti)



PAGINA DI RISERVA