Codice del candidato:

Državni izpitni center

M 1 6 1 4 0 2 1 1 I

SESSIONE PRIMAVERILE

Livello superiore

MATEMATICA

Prova d'esame 1

Sabato, 4 giugno 2016 / 90 minuti

Materiali e sussidi consentiti:
Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.
Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. La pagina 16 è di riserva, usatela solo in mancanza di spazio. Indicate con chiarezza quali quesiti avete risolto su tale pagina. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 16 pagine, delle quali 1 di riserva.

Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia

Formule

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, se n è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, se $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$,

$r = \frac{A}{p},\ p = \frac{a+b+c}{2}$

Formule di bisezione:

$\operatorname{sen}\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\operatorname{sen} x}{1+\cos x}$

Teoremi di addizione:

$\operatorname{sen}(x+y) = \operatorname{sen} x \cos y + \cos x \operatorname{sen} y$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 2\operatorname{sen}\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y = 2\cos\frac{x+y}{2}\operatorname{sen}\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\operatorname{sen}\frac{x+y}{2}\operatorname{sen}\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\operatorname{sen}(x \pm y)}{\cos x \cos y}$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$\operatorname{sen} x \operatorname{sen} y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x \cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\operatorname{sen} x \cos y = \frac{1}{2}\left[\operatorname{sen}(x+y) + \operatorname{sen}(x-y)\right]$

Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$:

$A = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a}$, a è il semiasse reale

Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Compositum di funzioni: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$

1. Indichiamo per due numeri naturali qualsiasi m e n con $D(m,\ n)$ il massimo comune divisore dei due numeri e con $v(m,\ n)$ il loro minimo comune multiplo.

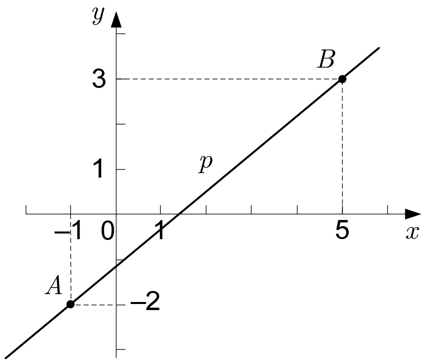
   1.1. Scomponete i numeri 45, 48 e 60 in fattori primi.

   (2)

   1.2. Calcolate $\left(\dfrac{D(45,\ 48)}{D(48,\ 60)} - \dfrac{D(11,\ 23)}{v(4,\ 10)}\right) \cdot v(5,\ 20)$.

   (6)
   (8 punti)

2. La retta p nella figura passa per i punti A e B.



Scrivete l'equazione della retta in una qualsiasi delle forme conosciute. Calcolate l'ampiezza dell'angolo acuto che la retta racchiude con l'asse delle ascisse. Arrotondate il risultato al centesimo di grado.

(6 punti)

3. Siano a e b due numeri reali qualsiasi, $a > 0$ e $b \neq 0$. Ciascuna espressione nella parte sinistra della tabella è uguale a una delle espressioni, indicate con le lettere da A a L nella tabella che trovate qui sotto a destra.

Scrivete, nell'apposito spazio sulla parte destra della tabella, la lettera corrispondente a ciascuna delle espressioni scritta sulla sua parte sinistra (la prima riga è già stata completata correttamente).

a^0	L
$(ab^2)^2$	
$(a+b^2)^2$	
$(ab^2):(ab)^3$	
$\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{ab}$	
$\sqrt{b^2}$	

(A) ab^4

(B) b

(C) $|b|$

(D) a^2b^4

(E) $a^{-2}b^{-1}$

(F) $a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{1}{3}}$

(G) $a^2+2ab^2+b^4$

(H) $\sqrt[5]{a^5b^5}$

(I) a^2+b^4

(J) $a^{-3}b^{-1}$

(K) -1

(L) 1

(5 punti)

4. Interpolate tra i numeri 7 e 448 cinque numeri in modo da ottenere
   a) i primi 7 termini di una successione aritmetica,
   b) i primi 7 termini di una successione geometrica crescente.

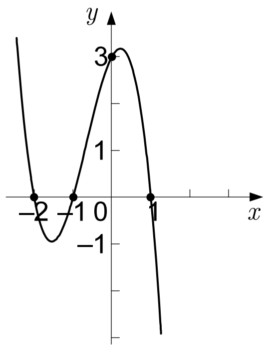
   Calcolate la ragione d e la ragione q e scrivete i termini interpolati in ambedue le successioni.

(6 punti)

5. Determinate i numeri reali x e y in modo che sia vera l'uguaglianza $(2+\mathrm{i}x)\cdot(5+\mathrm{i})=14+\mathrm{i}y$.

(6 punti)

6. La figura mostra il grafico del polinomio $p(x)$ di terzo grado i cui zeri sono $x_1 = -2$, $x_2 = -1$ e $x_3 = 1$.



6.1. Rispondete alle domande seguenti:

Il coefficiente direttivo del polinomio $p(x)$ è positivo o negativo? ____________

Il termine noto del polinomio $p(x)$ è positivo o negativo? ____________

Quante soluzioni reali ha l'equazione $p(x) = 0$? ____________

Scrivete il resto della divisione del polinomio $p(x)$ con il polinomio $q(x) = x^2 - 1$.

____

(4)

6.2. Scrivete la corrispondenza del polinomio p se il suo grafico interseca l'asse delle ordinate nel punto $T(0,\ 3)$.

(4)
(8 punti)

7. Il trapezio $ABCD$ ha i lati $a = |AB| = 9$ cm, $c = |CD| = 4$ cm, $d = |AD| = 6$ cm e l'angolo $\alpha = 60°$.

7.1. Costruite il trapezio $ABCD$. Tracciate attraverso il vertice D la retta parallela p al lato $b = BC$. La retta p interseca il lato a nel punto E. Scrivete il rapporto $|AE|:|EB|$.

(3)

7.2. Calcolate il perimetro e l'area del trapezio $ABCD$. I risultati siano esatti.

(5)
(8 punti)

8. Un terreno di area $405\ \mathrm{m}^2$ ha la forma di un rettangolo. Per recintarlo abbiamo bisogno di $81\ \mathrm{m}$ di rete. Calcolate la lunghezza e la larghezza del terreno.

(6 punti)

M 1 6 1 4 0 2 1 1 I 1 2

9. Sono date le parabole di equazioni $y = x^2 - x - 2$ e $y = x^2$.

9.1. Le parabole si intersecano nel punto P. Calcolate le coordinate del punto P.

(2)

9.2. Scrivete le equazioni delle rette tangenti alle parabole nel loro punto d'intersezione.

(3)

9.3. Calcolate l'angolo tra le parabole.

(2)

(7 punti)

Non scrivete nel campo grigio.

Non scrivete nel campo grigio.

10. In una classe di 28 allievi, 12 sono femmine e 16 sono maschi. Tre maschi si chiamano Anže.

10.1. L'insegnante sceglierà a caso per la prova orale uno degli allievi (femmina o maschio) della classe. Calcolate la probabilità dell'evento A, che l'allievo scelto a caso si chiami Anže.

(1)

10.2. L'insegnante sceglierà a caso per la prova orale due maschi della classe. Calcolate la probabilità dell'evento B, che esattamente uno dei maschi si chiami Anže.

(3)

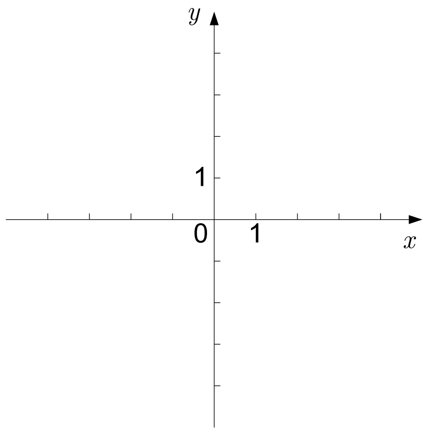
10.3. L'insegnante sceglierà a caso per la prova orale tre allievi della classe. Calcolate la probabilità dell'evento C, che nella tripletta scelta a caso siano rappresentati ambedue i sessi.

(4)

(8 punti)

11. È data la funzione f con la corrispondenza $f(x)=\begin{cases} x^2+c\,; & x>0 \\ 2x+2\,; & x\leq 0 \end{cases}$.

11.1. Nel sistema di coordinate dato tracciate il grafico della funzione f per $c=1$. In quali punti la funzione è continua?

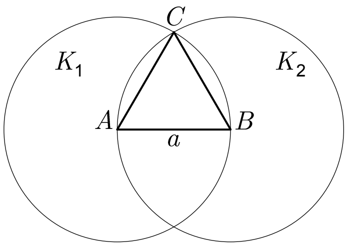


(4)

11.2. Determinate il valore del coefficiente c in modo che la funzione f sia continua per ogni $x \in \mathbb{R}$.

(1)
(5 punti)

12. La figura mostra il triangolo equilatero ABC di lato $a = 2$ cm. Ogni circonferenza passa attraverso due vertici del triangolo e ha il centro nel terzo vertice. Le circonferenze delimitano i cerchi K_1 e K_2. Calcolate l'area dell'intersezione $K_1 \cap K_2$.



(7 punti)

PAGINA DI RISERVA