



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE AUTUNNALE

Livello di base
MATEMATICA
≡≡ Prova d'esame 2 ≡≡

- A) Quesiti brevi
B) Quesiti strutturati brevi

Giovedì, 25 agosto 2022 / 90 minuti (30 + 60)

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, degli strumenti geometrici (un compasso e un righello, anche una squadretta) e la calcolatrice. Il fascicolo contiene l'allegato con le formule e i due fogli della minuta, che il candidato deve staccare con attenzione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra.

La prova d'esame si compone di due parti, denominate A e B. Il tempo a disposizione per l'esecuzione dell'intera prova è di 90 minuti: vi consigliamo di dedicare 30 minuti alla risoluzione della parte A, e 60 minuti a quella della parte B.

La parte A della prova d'esame contiene 8 quesiti brevi; la parte B della prova contiene 6 quesiti strutturati brevi. Il punteggio massimo che potete conseguire è di 60 punti, di cui 20 nella parte A e 40 nella parte B. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte all'interno della prova, **nei riquadri appositamente previsti**, utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le pagine 13 e 20 sono di riserva e vanno usate solo in caso di carenza di spazio. Qualora le doveste utilizzare, non dimenticate di indicare chiaramente quali quesiti avete risolto su di esse. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 1 vuota e 2 di riserva.

**Formule**

(Somma e differenza di cubi) Per qualsiasi $a, b \in \mathbb{R}$ vale $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Teorema di Euclide e dell'altezza) Il triangolo rettangolo ha i cateti a e b e l'ipotenusa c . L'altezza all'ipotenusa è h_c , la proiezione ortogonale del cateto a all'ipotenusa è a_1 , la proiezione ortogonale del cateto b all'ipotenusa è b_1 . Quindi vale $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$.

(Raggio della circonferenza circoscritta e della circonferenza inscritta a un triangolo) Il triangolo ha i lati a, b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$, l'area è A , il raggio della circonferenza inscritta al triangolo dato è r e il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo dato è R .

$$\text{Perciò } r = \frac{A}{p} \text{ e } R = \frac{abc}{4A}.$$

(Formula di Erone) Il triangolo ha i lati a, b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$. Quindi la sua area è

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

(Area del triangolo) Siano $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ punti nel piano. L'area del triangolo di vertici A, B e C è

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|.$$

(Sfera) L'area della superficie totale e il volume della sfera di raggio r sono $S = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Teoremi di addizione) Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, per i quali $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ per qualsiasi $k \in \mathbb{Z}$ e

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ vale } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Formule di bisezione)

$$\text{Per qualsiasi } x \in \mathbb{R} \text{ vale } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Per un qualsiasi } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ vale } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Ellisse) L'ellisse nel piano ha i semiassi a e b ($a > b$), la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Iperbole) L'iperbole nel piano ha il semiasse reale a e il semiasse immaginario b , la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola nel piano di equazione $y^2 = 2px$ ha il fuoco in $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, l'equazione della retta direttrice della parabola data è $x = -\frac{p}{2}$.

(Successione aritmetica) La somma dei primi n termini della successione aritmetica (a_n) è

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n).$$

(Successione geometrica) La somma dei primi n termini della successione geometrica (a_n) di

ragione $q \in \mathbb{R}$ è $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$, se $q \neq 1$, e $S_n = na_1$, e $q = 1$.

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Pagina vuota

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



Foglio per la minuta



Foglio per la minuta

A large, empty rectangular box intended for taking minutes.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



M 2 2 2 4 0 1 1 2 1 0 7

Foglio per la minuta



Foglio per la minuta

A large, empty rectangular box intended for taking minutes.

**A) QUESITI BREVI**

1. È dato l'insieme $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, S sia l'insieme dei numeri pari e P l'insieme dei numeri primi. Scrivete gli insiemi $C = A \setminus S$ e $D = S \cap P$, elencando i loro elementi.

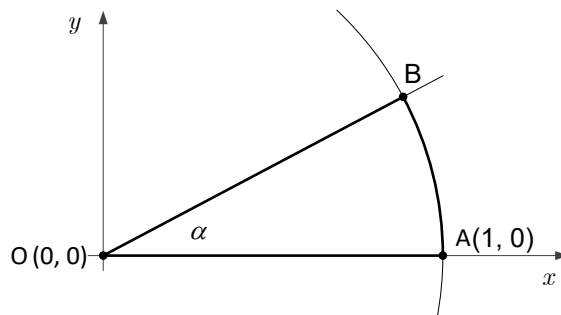
(2 punti)

2. In un triangolo rettangolo la lunghezza di uno dei cateti è doppia rispetto alla lunghezza dell'altro cateto. Calcolate il perimetro del triangolo rettangolo se la lunghezza del cateto più corto è 3.

(3 punti)



3. L'ampiezza dell'angolo α nella figura è di mezzo radiante. Calcolate il perimetro del settore circolare OAB . Scrivete poi l'ampiezza dell'angolo α anche in gradi e in primi.



(3 punti)

4. Se dividiamo il numero naturale n per 8, otteniamo il quoziente 3 e il resto 7. Calcolate n .

(2 punti)



5. In una scuola ci sono 250 maturandi. Di essi, 33 hanno scelto matematica al livello superiore. Quale percentuale di maturandi svolgerà l'esame di maturità al livello di base?

(2 punti)

6. Sia A il punto d'intersezione della retta di equazione $y = \frac{1}{2}x + 2021$ con l'asse delle ordinate, e B il punto d'intersezione della stessa retta con l'asse delle ascisse. Calcolate A e B .

(3 punti)



7. Un cilindro di volume 100 cm^3 ha come base un cerchio di raggio 2 cm . Calcolate l'altezza del cilindro. Arrotondate il risultato a 3 cifre decimali.

(3 punti)

8. Calcolate l'integrale indefinito $\int (x^2 - 2x) dx$.

(2 punti)



M 2 2 2 4 0 1 1 2 1 1 3

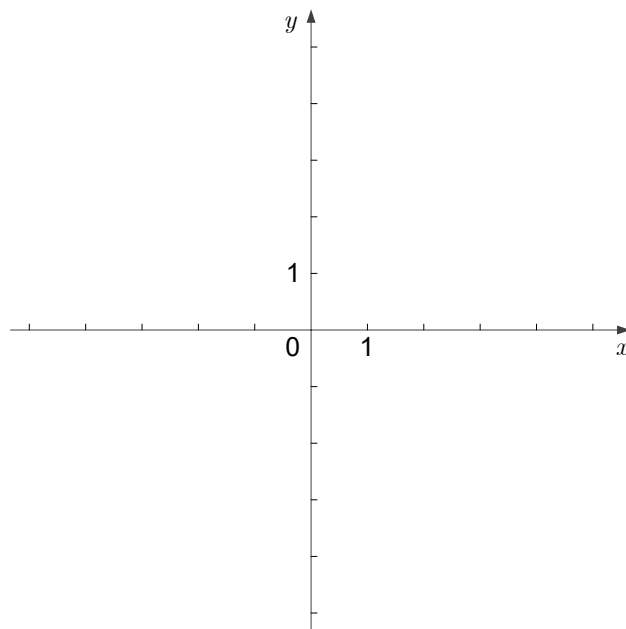
Pagina di riserva

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.

VOLTATE IL FOGLIO.

**B) QUESITI STRUTTURATI BREVI**

1. È data la funzione quadratica f con la dipendenza $f(x) = -2x^2 - 4x$. Calcolate i due zeri della funzione f , il vertice del suo grafico e tracciate il suo grafico. Calcolate il coefficiente angolare della retta tangente al grafico della funzione f nel punto $A(2, y_0)$.



(8 punti)



2. Al mercato abbiamo comperato 6,8 kg di mele di qualità superiore e 3,2 kg di mele di qualità normale. Abbiamo pagato 16,02 €. Le mele di qualità superiore sono del 10 % più care delle mele di qualità normale. Quanto costa un chilogrammo di mele di qualità superiore e quanto costa un chilogrammo di mele di qualità normale? Scrivete la risposta.

(7 punti)

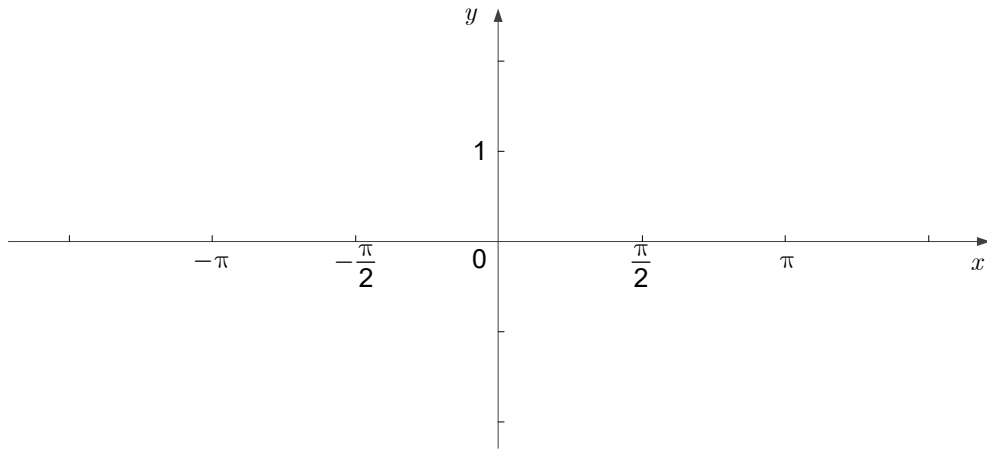


3. Sono dati nello spazio i punti $A(1, 2, 3)$ e $B(2, 3, 4)$ e il vettore $\vec{c} = (1, -2, 1)$. Scrivete il vettore \overline{AB} con le coordinate (componenti). Calcolate la lunghezza esatta del vettore \vec{c} e dimostrate con il calcolo che i vettori \overline{AB} e \vec{c} sono ortogonali.

(6 punti)



4. Sono date le funzioni $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con le dipendenze $f(x) = \sin(2x)$ e $g(x) = \cos x$.
Disegnate nel sistema di coordinate il grafico della funzione f .



Calcolate le ascisse dei punti d'intersezione dei grafici delle funzioni f e g .

(7 punti)



5. È data la successione aritmetica di termine generale $a_n = 2n - 2$.

Calcolate la somma $\sum_{n=1}^{100} a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$.

Dimostrate che la successione, espressa dal termine generale $b_n = 2^{a_n}$, è geometrica.

(6 punti)



6. In una festa c'erano 16 persone: 4 coppie di persone coniugate, 5 uomini non sposati e 3 donne non sposate. Per un gioco di società sono state scelte a caso 2 persone. Calcolate la probabilità degli eventi:

A – le due persone scelte sono una coppia di persone coniugate,
 B – le due persone scelte sono non sposate e di sesso diverso.

(6 punti)



Pagina di riserva