Codice del candidato:

Državni izpitni center

M 2 1 1 4 0 1 1 2 I

SESSIONE PRIMAVERILE

Livello di base

MATEMATICA

Prova d'esame 2

A) Quesiti brevi

B) Quesiti strutturati brevi

Sabato, 5 giugno 2021 / 90 minuti (30 + 60)

Materiali e sussidi consentiti:
Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, degli strumenti geometrici (un compasso e un righello, anche una squadretta) e la calcolatrice.
Il fascicolo contiene l'allegato con le formule e i due fogli della minuta, che il candidato deve staccare con attenzione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra.

La prova d'esame si compone di due parti, denominate A e B. Il tempo a disposizione per l'esecuzione dell'intera prova è di 90 minuti: vi consigliamo di dedicare 30 minuti alla risoluzione della parte A, e 60 minuti a quella della parte B.

La parte A della prova d'esame contiene 8 quesiti brevi; la parte B della prova contiene 6 quesiti strutturati brevi. Il punteggio massimo che potete conseguire è di 60 punti, di cui 20 nella parte A e 40 nella parte B. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte all'interno della prova, **nei riquadri appositamente previsti,** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le pagine 13 e 20 sono di riserva e vanno usate solo in caso di carenza di spazio. Qualora le doveste utilizzare, non dimenticate di indicare chiaramente quali quesiti avete risolto su di esse. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 1 vuota e 2 di riserva.

Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia

Formule

(**Somma e differenza di cubi**) Per qualsiasi $a,\ b \in \mathbb{R}$ vale $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(**Teorema di Euclide e dell'altezza**) Il triangolo rettangolo ha i cateti a e b e l'ipotenusa c. L'altezza all'ipotenusa è h_c, la proiezione ortogonale del cateto a all'ipotenusa è a_1, la proiezione ortogonale del cateto b all'ipotenusa è b_1. Quindi vale $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{h_c^2 = a_1 b_1}$.

(**Raggio della circonferenza circoscritta e della circonferenza inscritta a un triangolo**) Il triangolo ha i lati a, b e c, il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$, l'area è A, il raggio della circonferenza inscritta al triangolo dato è r e il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo dato è R. Perciò $\boxed{r = \frac{A}{p}}$ e $\boxed{R = \frac{abc}{4A}}$.

(**Formula di Erone**) Il triangolo ha i lati a, b e c, il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$. Quindi la sua area è $\boxed{A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$.

(**Area del triangolo**) Siano $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ e $C(x_3,\ y_3)$ punti nel piano. L'area del triangolo di vertici A, B e C è $\boxed{A = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Sfera**) L'area della superficie totale e il volume della sfera di raggio r sono $\boxed{S = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Teoremi di addizione**) Per qualsiasi $x,\ y \in \mathbb{R}$ vale

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Per qualsiasi $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, per i quali $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ per qualsiasi $k \in \mathbb{Z}$ e $\tan x \tan y \neq -1$, vale $\boxed{\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Formule di bisezione**)

Per qualsiasi $x \in \mathbb{R}$ vale $\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}$.

Per un qualsiasi $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ vale $\boxed{\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Ellisse**) L'ellisse nel piano ha i semiassi a e b $(a > b)$, la sua eccentricità lineare è e, la sua eccentricità numerica è ε. Quindi vale $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Iperbole**) L'iperbole nel piano ha il semiasse reale a e il semiasse immaginario b, la sua eccentricità lineare è e, la sua eccentricità numerica è ε. Quindi vale $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola nel piano di equazione $y^2 = 2px$ ha il fuoco in $\boxed{F\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$, l'equazione della retta direttrice della parabola data è $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Successione aritmetica**) La somma dei primi n termini della successione aritmetica (a_n) è $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Successione geometrica**) La somma dei primi n termini della successione geometrica (a_n) di ragione $q \in \mathbb{R}$ è $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, se $q \neq 1$, e $\boxed{S_n = na_1}$, e $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ e $\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1}$.

Pagina vuota

Foglio per la minuta

M 2 1 1 4 0 1 1 2 I 0 6

Foglio per la minuta

Foglio per la minuta

M 2 1 1 4 0 1 1 2 I 0 8

Foglio per la minuta

A) QUESITI BREVI

1. Risolvete la disequazione $5+\frac{x-3}{2}<3x-4$.

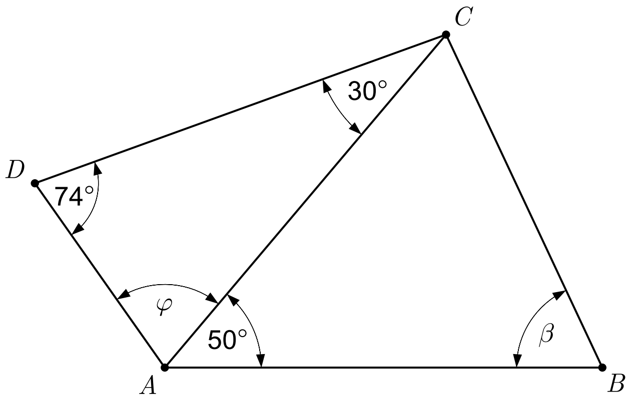
(2 punti)

2. In una gara ciclistica, il 20 % dei corridori ha abbandonato la gara. Hanno tagliato il traguardo 72 corridori. Qual era il loro numero totale?

(2 punti)

M 2 1 1 4 0 1 1 2 I 1 0

3. La figura mostra il quadrilatero $ABCD$. Calcolate l'ampiezza degli angoli φ e β, se $|AC| = |AB|$.



(3 punti)

4. Nella tabella sottostante sono state riportate alcune misurazioni della temperatura. Calcolate la temperatura media. Arrotondate il risultato a due cifre decimali.

Misurazione	Frequenza
16 °C	1 volta
18 °C	1 volta
19 °C	6 volte
20 °C	11 volte
21 °C	8 volte
23 °C	3 volte
24 °C	1 volta

(3 punti)

5. Calcolate il numero che nella divisione per 11 dà come quoziente 3 e come resto 7.

(2 punti)

6. È dato il triangolo ABC con i lati che misurano $|BC| = a =$ 8 cm, $|AC| = b =$ 9 cm e $|AB| = c =$ 10 cm. Calcolate l'ampiezza dell'angolo interno al vertice B. Arrotondate il risultato al primo di grado.

(3 punti)

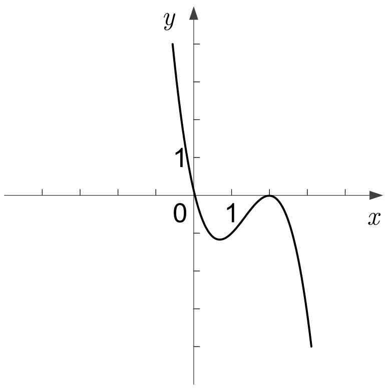
M 2 1 1 4 0 1 1 2 I 1 2

7. Qui sotto sono riportati i primi tre termini di una successione geometrica, il cui primo termine $a_1 = 27$. Scrivete nei riquadri il quarto termine e la ragione q di tale successione.

27, 9, 3, $\boxed{}$ $q = \boxed{}$

(2 punti)

8. La figura mostra il grafico del polinomio $p\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Nella tabella sottostante sono riportate alcune affermazioni. Nella colonna di destra della tabella cerchiate SÌ se l'affermazione è vera, NO se l'affermazione è falsa.



Affermazione	Verità/Falsità dell'affermazione	
Il coefficiente direttivo del polinomio p è positivo.	SÌ	NO
Il grado del polinomio è un numero dispari.	SÌ	NO
$\int_0^2 p(x)\,\mathrm{d}x$ è un numero positivo.	SÌ	NO

(3 punti)

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.

Pagina di riserva

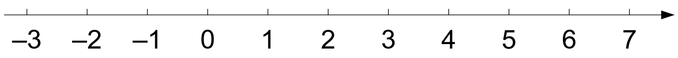
VOLTATE IL FOGLIO.

B) QUESITI STRUTTURATI BREVI

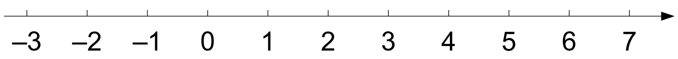
1. Sono dati gli insiemi $A=(-1,\ 3]$ e $B=\{x\in\mathbb{R};\ x<2\}$.

Rappresentate gli insiemi A e B sulla retta numerica.

A



B



Ogni insieme nella colonna di sinistra della tabella è uguale a uno tra gli intervalli nella colonna di destra. Gli intervalli nella colonna di destra sono indicati con i numeri da 1 a 5.

Negli spazi appositi della tabella, riportate il numero dell'intervallo corrispondente a ciascuno degli insiemi indicati nella colonna di sinistra (la prima riga è stata già completata correttamente).

B	5
$A\cap B$	
$A\cup B$	
$A\setminus B$	

1: $[2,\ 3]$

2: $[2,\ \infty)$

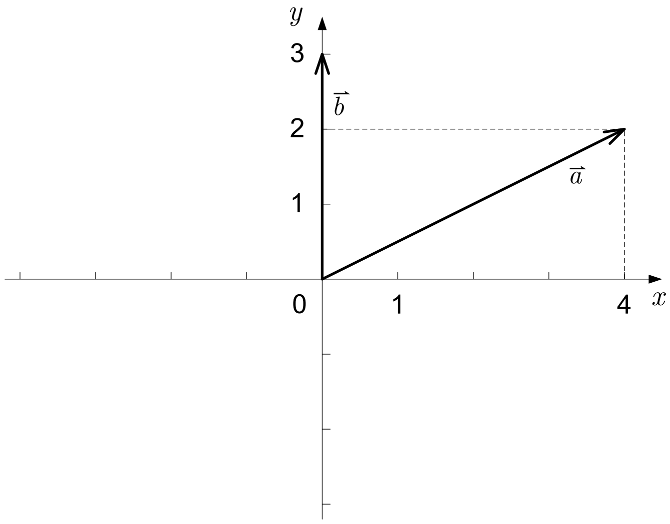
3: $(-1,\ 2)$

4: $(-\infty,\ 3]$

5: $(-\infty,\ 2)$

(5 punti)

2. Nel piano, corredato con un sistema di coordinate, sono disegnati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$. Disegnate il vettore $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$. Quali sono le lunghezze dei vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$? Quanto misura l'angolo φ tra $\vec{a}$ e $\vec{b}$? Arrotondate il risultato al centesimo di grado.

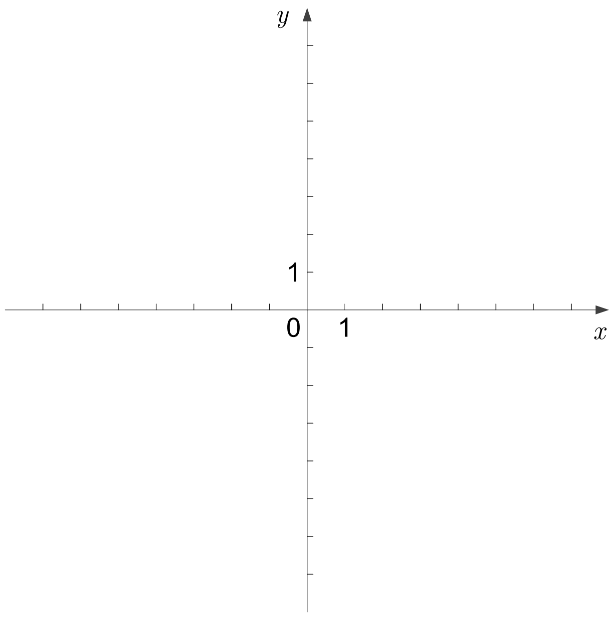


(8 punti)

M 2 1 1 4 0 1 1 2 I 1 6

3. È data la funzione f con la dipendenza $f(x) = 3 \cdot 2^x - 1$.

   Tracciate nel piano, corredato con un sistema di coordinate, il grafico della funzione f e scrivete l'equazione dell'asintoto del grafico.



   Se proiettiamo il grafico della funzione f attraverso la bisettrice dei quadranti dispari otteniamo il grafico della funzione g. Scrivete la dipendenza della funzione g.

(6 punti)

4. In un contenitore ci sono 18 palline. Metà di esse è di colore bianco, un terzo di colore azzurro, le rimanenti sono rosse.

   Scegliamo a caso una pallina. Qual è la probabilità dell'evento A, che la pallina scelta sia rossa?

   Scegliamo a caso due palline. Qual è la probabilità dell'evento B, che ambedue le palline siano bianche?

   Scegliamo a caso tre palline. Qual è la probabilità dell'evento C, che le tre palline scelte siano di diverso colore?

(8 punti)

M 2 1 1 4 0 1 1 2 I 1 8

5. Risolvete l'equazione $\cos x + \cos 2x = 0$.

(6 punti)

6. Sono date le funzioni f e g con le dipendenze $f(x) = 2x^3$ e $g(x) = x^2 + 1$.

Dimostrate che i grafici delle funzioni f e g si intersecano solo in un punto di ascissa $x = 1$.

Calcolate l'angolo con il quale si intersecano i grafici delle funzioni f e g. Arrotondate l'ampiezza dell'angolo al primo di grado.

(7 punti)

Pagina di riserva