



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SESSIONE PRIMAVERILE

Livello di base
MATEMATICA
≡≡ Prova d'esame 2 ≡≡

- A) Quesiti brevi
B) Quesiti strutturati brevi

Sabato, 4 giugno 2022 / 90 minuti (30 + 60)

Materiali e sussidi consentiti:

Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, degli strumenti geometrici (un compasso e un righello, anche una squadretta) e la calcolatrice. Il fascicolo contiene l'allegato con le formule e i due fogli della minuta, che il candidato deve staccare con attenzione.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra.

La prova d'esame si compone di due parti, denominate A e B. Il tempo a disposizione per l'esecuzione dell'intera prova è di 90 minuti: vi consigliamo di dedicare 30 minuti alla risoluzione della parte A, e 60 minuti a quella della parte B.

La parte A della prova d'esame contiene 8 quesiti brevi; la parte B della prova contiene 6 quesiti strutturati brevi. Il punteggio massimo che potete conseguire è di 60 punti, di cui 20 nella parte A e 40 nella parte B. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte all'interno della prova, **nei riquadri appositamente previsti**, utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Le pagine 13 e 20 sono di riserva e vanno usate solo in caso di carenza di spazio. Qualora le doveste utilizzare, non dimenticate di indicare chiaramente quali quesiti avete risolto su di esse. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 1 vuota e 2 di riserva.

**Formule**

(Somma e differenza di cubi) Per qualsiasi $a, b \in \mathbb{R}$ vale $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Teorema di Euclide e dell'altezza) Il triangolo rettangolo ha i cateti a e b e l'ipotenusa c . L'altezza all'ipotenusa è h_c , la proiezione ortogonale del cateto a all'ipotenusa è a_1 , la proiezione ortogonale del cateto b all'ipotenusa è b_1 . Quindi vale $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$.

(Raggio della circonferenza circoscritta e della circonferenza inscritta a un triangolo) Il triangolo ha i lati a, b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$, l'area è A , il raggio della circonferenza inscritta al triangolo dato è r e il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo dato è R . Perciò $r = \frac{A}{p}$ e $R = \frac{abc}{4A}$.

(Formula di Erone) Il triangolo ha i lati a, b e c , il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$. Quindi la sua area è $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

(Area del triangolo) Siano $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ punti nel piano. L'area del triangolo di vertici A, B e C è $A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Sfera) L'area della superficie totale e il volume della sfera di raggio r sono $S = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Teoremi di addizione) Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Per qualsiasi $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, per i quali $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ per qualsiasi $k \in \mathbb{Z}$ e

$$\tan x \tan y \neq -1, \quad \text{vale } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Formule di bisezione)

$$\text{Per qualsiasi } x \in \mathbb{R} \text{ vale } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Per un qualsiasi } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ vale } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Ellisse) L'ellisse nel piano ha i semiassi a e b ($a > b$), la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Iperbole) L'iperbole nel piano ha il semiasse reale a e il semiasse immaginario b , la sua eccentricità lineare è e , la sua eccentricità numerica è ε . Quindi vale $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola nel piano di equazione $y^2 = 2px$ ha il fuoco in $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, l'equazione della retta direttrice della parabola data è $x = -\frac{p}{2}$.

(Successione aritmetica) La somma dei primi n termini della successione aritmetica (a_n) è

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n).$$

(Successione geometrica) La somma dei primi n termini della successione geometrica (a_n) di

$$\text{ragione } q \in \mathbb{R} \text{ è } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ se } q \neq 1, \text{ e } S_n = na_1, \text{ e } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Pagina vuota

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



Foglio per la minuta



Foglio per la minuta

A large, empty rectangular box intended for taking minutes.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.



Foglio per la minuta

A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for handwritten notes or minutes.



Foglio per la minuta

A large empty rectangular box intended for taking minutes.

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.

**A) QUESITI BREVI**

1. Sono dati gli insiemi $A = \{a, b, c\}$ e $B = \{b, d, e, f\}$. Scrivete gli insiemi elencando i loro elementi

$$A \cup B =$$

$$A \cap B =$$

$$A \setminus B =$$

(3 punti)

2. Qui sotto sono scritti i termini di una successione aritmetica. Scrivete nelle due cornici vuote il termine mancante e la ragione d della successione.

$$5, 8, 11, \boxed{} \dots \quad d = \boxed{}$$

(2 punti)



3. L'altezza media del primo quintetto di una squadra di basket è di 190 cm. Quanto è alto il centro/pivot se i giocatori alle ali sono alti 190 cm ciascuno e i due difensori 185 cm e 180 cm?

(2 punti)

4. Dopo il ribasso del 20 % un prodotto costa 11,20 EUR. Qual era il suo prezzo prima del ribasso?

(2 punti)



5. Calcolate l'ampiezza dell'angolo α tra le rette di equazioni $y = 3x + 2$ e $y = -x + 2021$.

(3 punti)

6. Scrivete le equazioni dei due asintoti dell'iperbole di equazione $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

(2 punti)



7. Le lunghezze dei lati del triangolo ABC misurano 12,5 cm, 6 cm e 7,5 cm. La lunghezza del lato più lungo del triangolo simile $A'B'C'$ misura 30 cm. Calcolate il perimetro del triangolo $A'B'C'$.
(3 punti)

8. Sia f una funzione integrabile e siano $\int_0^1 f(x) dx = 2$ e $\int_0^{10} f(x) dx = 9$. Calcolate gli integrali

$$\int_0^1 (2 \cdot f(x)) dx \text{ e } \int_1^{10} f(x) dx.$$

(3 punti)

Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio. Non scrivete nel campo grigio.

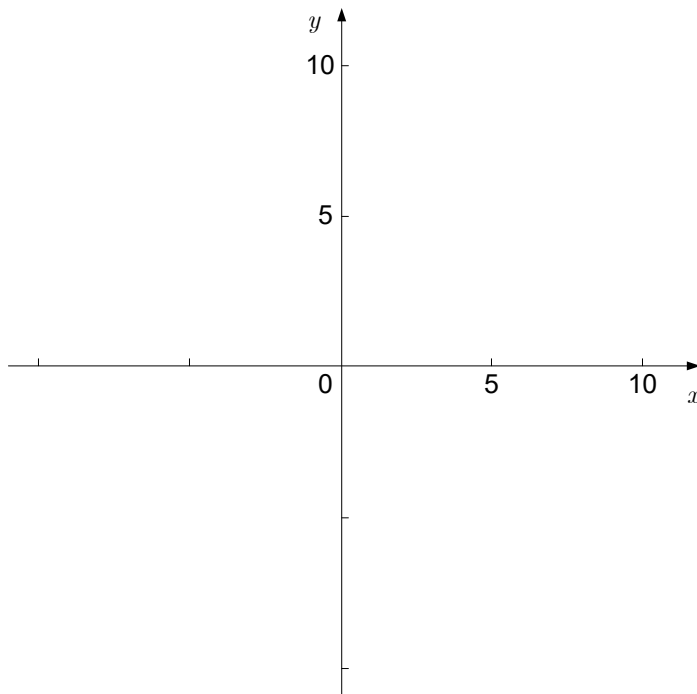


Pagina di riserva

VOLTATE IL FOGLIO.

**B) QUESITI STRUTTURATI BREVI**

1. Nel sistema di coordinate dato, indicate i punti $A(0, 5)$ e $B(10, 0)$, e tracciate la retta che passi per i due punti. Scrivete l'equazione di tale retta e calcolate l'angolo $\sphericalangle ABO$ (O è l'origine del sistema di coordinate). Arrotondate il risultato al primo di grado.



(6 punti)

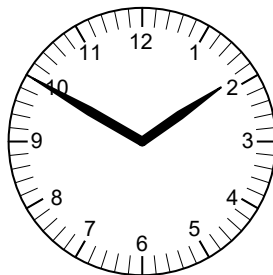


2. È dato il triangolo ABC di dati $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 50^\circ$ e $a = 7$ cm. Calcolate con l'esattezza al millimetro la lunghezza del lato b . Calcolate poi l'area del triangolo con l'esattezza al cm^2 .

(7 punti)



3. In un orologio la lancetta dei minuti è lunga 9 cm, quella delle ore è lunga 6 cm. Scrivete le risposte alle tre domande sottostanti.



Domanda	Risposta
Quale percorso fa la punta della lancetta dei minuti in un'ora?	
Quale percorso fa la punta della lancetta delle ore in un'ora?	
Quale angolo (minore di 180°) racchiudono le due lancette alle ore 13 e 50 minuti? Argomentate la risposta.	

(7 punti)



4. Sono dati i vettori $\vec{a} = (2, -1, 3)$, $\vec{b} = (-1, 2, 4)$ e $\vec{c} = \left(-1, \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$.

Calcolate i vettori $\vec{d} = \vec{a} - 3\vec{b}$ e $\vec{e} = \vec{a} + 2\vec{c}$.

I vettori \vec{a} e \vec{b} sono ortogonali?

I vettori \vec{a} e \vec{c} sono paralleli?

I vettori \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} formano una base nello spazio?

Argomentate tutte e tre le risposte.

(5 punti)



5. Risolvete l'equazione $\sin^2 x - \sin x = \cos^2 x$.

(7 punti)



M 2 2 1 4 0 1 1 2 1 1 9

6. In una successione geometrica il terzo termine è uguale a 40, il sesto a 320.

Il numero 81900 è un termine di tale successione? Argomentate la risposta.

Quanti termini iniziali di tale successione dobbiamo sommare per ottenere come somma 20470?

(8 punti)



Pagina di riserva