

Programma dell' esame di maturità generale

Matematica

■ SPLOŠNA MATURA

Il Programma dell'esame di Maturità generale ha validità dalla sessione primaverile dell'anno 2009 fino a quando entra in uso quello nuovo.

La validità del Programma per l'anno in cui il candidato deve sostenere l'esame di maturità è indicata nel Catalogo dell'esame di maturità generale dell'anno in corso.

Ljubljana 2007



Državni izpitni center

1. Introduzione.....	4
2. Obiettivi dell'esame	5
3. Articolazione e criteri di valutazione dell'esame.....	6
3.1 Schema dell'esame	6
3.2 Tipologia degli esercizi e loro valutazione	7
4. Contenuti d'esame	8
4.1 Insiemi e funzioni	8
4.2 Insiemi numerici.....	9
4.3 Geometria.....	12
4.4 Calcolo vettoriale	17
4.5 Funzioni ed equazioni algebriche	18
4.6 Funzioni ed equazioni trascendenti	23
4.7 Successioni e serie.....	25
4.8 Calcolo combinatorio	26
4.9 Calcolo delle probabilità e statistica.....	27
4.10 Calcolo differenziale e teoria elementare dell'integrazione	28
5. Esempi di esercizi d'esame.....	30
6. Domande per la prova orale.....	34
7. Simboli matematici	49
8. Formule allegate alla prova d'esame	54
9. Candidati con necessità particolari.....	56
10. Bibliografia	57

1. INTRODUZIONE

Il catalogo guida del programma dell'esame di maturità di matematica (Catalogo, nel testo) descrive il percorso d'esame della materia in conformità con la Legge sull'esame di maturità e con le altre prescrizioni di legge in materia.

Nel Catalogo:

1. sono elencati gli obiettivi dell'esame;
2. sono descritti la struttura ed i criteri di valutazione dell'esame orale e scritto per i due livelli di conoscenza, il livello base – LB ed il livello superiore – LS;
3. è presentata nei dettagli la materia da svolgere nei due livelli di conoscenza e le abilità necessarie per affrontare la prova scritta, il livello base - LB, livello superiore - LS;
4. sono elencate le domande per la prova orale;
5. sono elencati gli ausili permessi, gli strumenti richiesti e la terminologia matematica usata.

Nella sezione centrale del Catalogo si trovano i contenuti d'esame, gli argomenti non seguono la disposizione con cui sono solitamente riportati nei libri di testo, ma ogni capitolo contiene un argomento previsto nel programma di matematica per le scuole medie superiori (ad esempio insiemi numerici, funzioni algebriche, ecc.).

Questo elenco dovrebbe riassumere la preparazione di base necessaria al candidato per poter sostenere con successo l'esame in questa materia.

Il capitolo dei Contenuti d'esame contiene:

nella colonna di sinistra vi sono riportati gli argomenti che rientrano nei contenuti generali della materia d'insegnamento secondo il piano di studio, che sono principalmente gli assiomi, le definizioni ed i teoremi (per questi ultimi non si richiede la dimostrazione a meno che non venga esplicitamente indicato il contrario). In questa parte sono elencati i contenuti minimi da svolgere durante le ore d'insegnamento della materia;

nella colonna di destra vi sono elencati gli obiettivi dell'esame.

I membri della CSML IG di matematica

2. OBIETTIVI DELL'ESAME

L'ESAME PERMETTE LA VERIFICA DELLE SEGUENTI CONOSCENZE E ABILITÀ DEL CANDIDATO:

leggere un testo matematico e saperlo interpretare in maniera corretta;

rappresentare con esattezza contenuti matematici in forma scritta, in forma tabellare e mediante grafici e diagrammi;

conoscere il calcolo numerico, saper valutare e scrivere il risultato con una prestabilita esattezza e saperne giudicare la validità;

usare il metodo più adatto;

usare la calcolatrice;

utilizzare gli strumenti fondamentali (righello, squadre e compasso) per il disegno;

interpretare, riformulare ed usare correttamente le asserzioni matematiche formulate verbalmente e simbolicamente;

riconoscere ed applicare le relazioni tra gli oggetti geometrici in due e tre dimensioni;

trarre deduzioni logiche dai dati matematici forniti;

riconoscere modelli e strutture proposti in contesti diversi;

analizzare un problema e scegliere il procedimento più corretto per giungere alla sua soluzione;

utilizzare in modo sinergico le proprie conoscenze nei diversi settori della matematica;

combinare più abilità e tecniche matematiche nella risoluzione di problemi;

presentare un proprio elaborato di matematica in modo logico e chiaro usando la terminologia appropriata e il simbolismo adeguato;

utilizzare le proprie conoscenze matematiche nella quotidianità;

utilizzare la matematica come mezzo di comunicazione, sottolineandone la precisione e l'efficacia comunicativa.

3. ARTICOLAZIONE E CRITERI DI VALUTAZIONE DELL'ESAME

3.1 SCHEMA DELL'ESAME

■ LIVELLO BASE (LB)

Prova scritta

Prova d'esame	Tempo di risoluz.	Apporto al voto	Tipo di valutaz.	Strumenti
LB 1	120 minuti	80 %	esterna	La penna stilografica o la penna a sfera, la matita, la gomma, la calcolatrice tascabile senza interfaccia grafica e senza possibilità di calcolo algebrico o con simboli, il compasso e due squadretti, il righello

Prova orale

3 domande brevi	fino a 20 minuti /15 minuti di preparazione/	20 %	interna	calcolatrice strumenti per il disegno geometrico
-----------------	--	------	---------	---

■ LIVELLO SUPERIORE (LS)

Prova scritta

Prova d'esame	Tempo di risoluz.	Apporto al voto	Tipo di valutaz.	Strumenti
LS 1	90 minuti	53,33 %	esterna	La penna stilografica o la penna a sfera, la matita, la gomma, la calcolatrice tascabile senza interfaccia grafica e senza possibilità di calcolo algebrico o con simboli, il compasso e due squadretti, il righello
LS 2	90 minuti	26,67 %	esterna	La penna stilografica o la penna a sfera, la matita, la gomma, la calcolatrice tascabile senza interfaccia grafica e senza possibilità di calcolo algebrico o con simboli, il compasso e due squadretti, il righello

Prova orale

3 domande brevi /una o due domande accompagnate dal simbolo ⇒/	Fino a 20 minuti /15 minuti di preparazione/	20 %	interna	calcolatrice strumenti per il disegno geometrico
--	--	------	---------	---

Ai candidati è concesso l'uso delle normali calcolatrici scientifiche. Sono vietate le calcolatrici che offrono la possibilità di disegnare i grafici delle funzioni, che risolvono le equazioni o che permettono la comunicazione senza filo. Negli esercizi dove si richiede la costruzione geometrica i candidati devono far uso degli strumenti per il disegno geometrico.

Le risoluzioni degli esercizi devono contenere in modo chiaro e corretto il procedimento, i calcoli intermedi e le deduzioni che hanno portato al risultato.

La prova scritta dell'esame (prova d'esame LB 1, LS 1 e LS 2) viene preparata dalla CSML IG di matematica e viene sostenuta da tutti i candidati della Slovenia iscritti all'esame. Per la prova orale la CSML IG di matematica prepara le schede contenenti tre domande scelte tra quelle pubblicate alla fine di questo Catalogo. La CSML IG di matematica può completare le domande delle schede con esempi concreti. Le schede per il LB contengono domande che non sono introdotte dal simbolo \Rightarrow ; le schede del LS invece possono contenere una o due domande introdotte dal simbolo \Rightarrow .

3.2 TIPOLOGIA DEGLI ESERCIZI E LORO VALUTAZIONE

Prova d'esame	Tipi di esercizi	Valutazione degli esercizi
LB 1	12 esercizi brevi	Ogni esercizio si valuta con un punteggio da 5 a 8 punti
LS 1	12 esercizi brevi	Ogni esercizio si valuta con un punteggio da 5 a 8 punti
LS 2	3 esercizi strutturati, composti da parti brevi collegate e non	ogni esercizio si valuta con un punteggio da 10 a 20 punti
Prova orale	3 domande scelte dall'insieme di domande del Catalogo	ogni risposta si valuta con un punteggio fino a 4 punti

4. CONTENUTI D'ESAME

Il simbolo \Rightarrow introduce i contenuti ed i concetti previsti per il LS.

4.1 INSIEMI E FUNZIONI

1.1 Insiemi

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Uguaglianza di insiemi	Livello base:
Potenza dell'insieme	– usare i diversi modi di rappresentare un insieme
Sottoinsieme	– calcolare con gli insiemi
Insieme vuoto ed insieme universo	– determinare il prodotto cartesiano di insiemi dati non vuoti e rappresentarlo graficamente.
Operazioni con gli insiemi: unione, intersezione, complemento, differenza	Livello superiore (oltre ai precedenti):
Coppia ordinata	– determinare l'insieme potenza e la potenza di un dato insieme finito
Prodotto cartesiano	
\Rightarrow Insieme potenza	

1.2 Funzioni

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Sistema di coordinate ortogonali nel piano – quadranti, distanza tra due punti	Livello base:
Funzione (applicazione, trasformazione) $f: A \rightarrow B$	– determinare il punto medio di un segmento e calcolare la distanza tra due punti, l'area e l'orientazione del triangolo
Dominio e insieme immagine	– rappresentare semplici insiemi di punti nel sistema coordinato
Funzione iniettiva, suriettiva e biiettiva	– individuare il dominio e l'insieme immagine di una funzione
Funzioni reali di variabile reale	– dedurre dal grafico le proprietà della funzione
Operazioni di calcolo con le funzioni	– determinare le proprietà della funzione e tracciare il suo grafico

Proprietà delle funzioni reali:

- funzioni crescenti, decrescenti
- funzioni limitate superiormente e (o) inferiormente, funzioni non limitate
- funzioni pari o dispari
- funzioni periodiche
- zero di una funzione
- segno di una funzione
- intersezione del grafico con l'asse y
- asintoti orizzontali e verticali
- estremi di una funzione

Grafico della funzione

Trasformazioni nel piano:

- traslazione
- simmetria rispetto all'asse delle ascisse, delle ordinate o all'origine
- dilatazione in direzione dell'asse delle ascisse o delle ordinate

Tecniche di rappresentazione del grafico di una funzione

Funzione composta

Funzione inversa

- conoscendo il grafico della funzione f , tracciare i grafici delle funzioni:

$$x \mapsto |f(x)|,$$

$$x \mapsto f(x-c),$$

$$x \mapsto af(x) + b,$$

dove a, b e c sono coefficienti

- dato il grafico di una funzione, appartenente ad una classe di semplici funzioni elementari, ricavare la sua equazione

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- comporre una funzione date due funzioni

- conoscendo il grafico della funzione f , tracciare i grafici delle funzioni:

$$x \mapsto f(kx),$$

$$x \mapsto f(|x|),$$

$$x \mapsto f(kx+b),$$

dove k e b sono coefficienti

- tracciare il grafico di semplici funzioni composte

- determinare graficamente, nei casi in cui sia possibile, la funzione inversa e dedurre l'espressione analitica

4.2 INSIEMI NUMERICI

2.1. Numeri naturali

■ CONTENUTI, CONCETTI

Concetto di numero naturale

Proprietà delle operazioni fondamentali

Relazioni d'ordine e di divisibilità in \mathbb{N}

Numeri primi e numeri composti

Criteri di divisibilità

Multipli e potenze

Massimo comune divisore e minimo comune multiplo

■ OBIETTIVI

Livello base:

- calcolare con i numeri naturali
- stabilire se un numero è divisibile per 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 e 25
- calcolare il massimo comune divisore ed il minimo comune multiplo di numeri assegnati
- usare il teorema
 $M(a, b) \cdot m(a, b) = a \cdot b$
- scomporre un numero mediante il prodotto dei suoi fattori primi

Teorema fondamentale della divisione	Livello superiore (oltre ai precedenti):
Numeri naturali sull'asse numerico	– applicare l'algoritmo di Euclide per la ricerca del massimo comune divisore
⇒ Principio di induzione	– dimostrare semplici enunciati servendosi del principio di induzione
⇒ Algoritmo di Euclide	

2.2 Numeri interi

■ CONTENUTI, CONCETTI

■ OBIETTIVI

Numeri interi sull'asse numerico	Livello base:
Proprietà delle operazioni in \mathbb{Z}	– calcolare con numeri interi
Relazione di divisibilità in \mathbb{Z}	– raccoglimento a fattor comune
Relazione d'ordine in \mathbb{Z} (disuguaglianze)	– calcolare le espressioni: <ul style="list-style-type: none"> • quadrato della somma e della differenza • cubo della somma e della differenza • differenza di quadrati • $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$ e $a^3 + b^3$
Espressioni algebriche	• applicare le formule del Viète al quadrato del trinomio
	– scomporre semplici polinomi
	Livello superiore (oltre ai precedenti):
	– scomporre $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$)

2.3 Numeri razionali

■ CONTENUTI, CONCETTI

■ OBIETTIVI

Frazioni	– calcolare con le frazioni: <ul style="list-style-type: none"> • determinare il minimo comune denominatore • sommare e sottrarre • ridurre ed ampliare • moltiplicare e dividere
Uguaglianza di frazioni	
Rapporti	– determinare se la frazione ha una scrittura decimale finita
Numeri razionali	
Proprietà delle operazioni in \mathbb{Q}	– rappresentare un numero decimale finito o periodico mediante una frazione ridotta ai minimi termini
Ordinamento in \mathbb{Q}	
Frazioni decimali	– applicare le regole di calcolo per le potenze ad esponente intero
Scrittura decimale di un numero razionale	– rappresentare un numero razionale sull'asse numerico

Numeri razionali sull'asse numerico
Potenze con esponente intero
Potenze di dieci (micro, mega, ...)

- costruire un segmento di lunghezza pari ad un numero razionale positivo

2.4 Numeri reali

■ CONTENUTI, CONCETTI

■ OBIETTIVI

Retta numerica (asse reale)

Livello base:

Numeri irrazionali

- calcolare con i numeri decimali e con i numeri in notazione scientifica

Scrittura decimale di un numero irrazionale

- calcolare con una esattezza prestabilita

Arrotondamento

- calcolare con i radicali

Proprietà delle operazioni in \mathbb{R}

- trasformare le espressioni che contengono i radicali:

Relazione d'ordine in \mathbb{R} (disuguaglianze e calcolo con le disuguaglianze)

- estrazione parziale di radice
- razionalizzazione del denominatore

Radicali e regole di calcolo con i radicali

- risolvere semplici equazioni contenenti radicali

Potenze con esponente razionale

- calcolare con il valore assoluto dei numeri

Valore assoluto, sue proprietà e significato geometrico

- calcolo percentuale, applicazioni del calcolo percentuale e calcolo dell'interesse

Intervalli sull'asse reale

- risolvere semplici equazioni e disequazioni con il valore assoluto

Percento

Calcolo con valori approssimati

Livello superiore (oltre ai precedenti):

⇒ Errore assoluto e relativo del valore approssimato

- applicando i teoremi del triangolo rettangolo, costruire il segmento di lunghezza \sqrt{n} ($n \in \mathbb{N}$)

- calcolare o valutare l'errore assoluto e relativo di un valore approssimato

2.5 Numeri complessi

■ CONTENUTI, CONCETTI

Definizione di numero complesso

Proprietà delle operazioni in \mathbb{C}

Valore assoluto di un numero complesso e sue proprietà

Numero complesso coniugato e proprietà di coniugazione

Rappresentazione geometrica dei numeri complessi nel piano complesso

■ OBIETTIVI

Livello base:

- calcolare con i numeri complessi
- calcolare il valore assoluto ed il coniugato di un numero complesso
- rappresentare i numeri complessi nel piano complesso
- risolvere semplici equazioni in \mathbb{C}

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- rappresentare nel piano complesso l'insieme dei punti che soddisfano a date condizioni

4.3 GEOMETRIA

3.1 Fondamenti di geometria nel piano e nello spazio

■ CONTENUTI, CONCETTI

Enti geometrici fondamentali: punto, retta, piano e reciproche relazioni

Parallelismo tra rette

Semiretta e semiretta complementare

Retta origine dei semipiani

Distanza e sue proprietà

Segmento; retta di sostegno del segmento; asse del segmento

Proiezioni ortogonali sulla retta

Insieme convesso

Congruenza

Simmetria assiale e centrale

Traslazione

■ OBIETTIVI

- stabilire e sapere applicare le posizioni reciproche e le relazioni tra gli enti geometrici
- costruire la perpendicolare per un punto ad una retta data
- costruire l'asse di un segmento
- proiettare ortogonalmente un punto su una retta data
- riconoscere un insieme convesso
- riconoscere le figure congruenti e quelle simili
- distinguere i vari tipi di simmetrie
- trasformare una figura con un movimento rigido assegnato

Rotazione

Similitudine

Semispazio

Posizioni reciproche tra rette e piani nello spazio

3.2 Angolo

■ CONTENUTI, CONCETTI

■ OBIETTIVI

Angolo (lati, vertice)

– trasformare i gradi in radianti e viceversa

Congruenza di angoli, ampiezza dell'angolo. Unità di misura angolari (grado, radianti)

– calcolare con gli angoli (in gradi ed in radianti)

– costruire la bisettrice di un angolo

Angolo acuto e ottuso, angolo nullo, angolo retto, piatto e giro

– costruire gli angoli di ampiezza $k \cdot 15^\circ$ ($k = 1, 2, \dots, 10$) con il righello ed il compasso

Coppie di angoli: adiacenti, consecutivi, complementari e supplementari

– dai dati assegnati calcolare la lunghezza della proiezione ortogonale di un segmento

Bisettrice di un angolo

Angoli con lati paralleli e lati perpendicolari; angoli opposti al vertice

Angoli tra due rette parallele ed una retta trasversale

Angoli tra rette

Retta perpendicolare ad un piano, proiezione ortogonale su un piano

Angolo tra una retta ed un piano

Angoli fra piani

3.3 Triangolo

■ CONTENUTI, CONCETTI

Simbologia nel triangolo

Relazioni tra i lati del triangolo

Relazioni tra i lati e gli angoli di un triangolo

Angoli interni ed angoli esterni al triangolo

Triangolo equilatero, isoscele e rettangolo

Teorema di Pitagora

Congruenza di triangoli e relativi teoremi

Similitudine di triangoli e relativi teoremi

Mediana, baricentro

Altezza, ortocentro

Circonferenza inscritta e circoscritta al triangolo

Segmento tra i punti medi di due lati di un triangolo

Teorema del seno e teorema del coseno

Formule per il calcolo dell'area di un triangolo:

$$A = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2},$$

$$A = \frac{ab \sin \gamma}{2},$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

$$A = rp, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

⇒ Teorema di Euclide e teorema dell'altezza

■ OBIETTIVI

Livello base:

- costruire un triangolo se sono dati:
 - i tre lati
 - due lati e l'angolo compreso
 - un lato e due angoli
 - un lato, l'altezza sul lato e l'angolo adiacente (o un altro lato)
- costruire i punti notevoli (baricentro, ortocentro, incentro e circocentro) ad un dato triangolo
- usare il teorema del seno e del coseno
- verificare (applicare) la congruenza e la similitudine dei triangoli
- dividere un segmento in n parti uguali
- dividere un segmento in un dato rapporto
- con dati adeguati calcolare l'area, un lato, l'angolo, il perimetro, l'altezza, la mediana, il raggio della circonferenza inscritta e della circonferenza circoscritta

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- applicare le proprietà dei triangoli in costruzioni più impegnative
- applicare i teoremi dei triangoli rettangoli

3.4. Quadrilateri, poligoni

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Lato, vertice, diagonale	Livello base:
Somma degli angoli interni di un quadrilatero	– dimostrare conoscenze di base relative alla costruzione di quadrilateri
Parallelogramma (rettangolo, quadrato, rombo)	– calcolare gli angoli interni di un poligono regolare di n lati per un qualsiasi numero naturale $n \geq 3$
Proprietà del parallelogramma	– calcolare il numero di diagonali di un poligono di n lati per un qualsiasi numero naturale $n \geq 4$
Trapezio; trapezio isoscele	– calcolare, con dati adeguati, l'area, il perimetro, l'altezza di un parallelogramma o di un trapezio, la diagonale e l'angolo
Deltoide	
Poligono regolare di n lati	
Poligono convesso	Livello superiore (oltre ai precedenti):
Somma degli angoli interni di un poligono di n lati	– applicare le proprietà del parallelogramma, del trapezio e del deltoide in costruzioni più impegnative
Area e perimetro del parallelogramma	
Area e perimetro del trapezio	
Area e perimetro del deltoide	
Area e perimetro di un poligono regolare di n lati	
⇒ Quadrilatero inscritto e circoscritto	

3.5 Cerchio e circonferenza

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Cerchio (centro, raggio)	Livello base:
Retta secante. Corda	– tracciare la retta tangente in un punto qualsiasi della circonferenza
Retta tangente	– calcolare l'area ed il perimetro del cerchio
Posizioni reciproche di due cerchi	– calcolare la lunghezza dell'arco di circonferenza e del settore (segmento) circolare
Arco; settore circolare, segmento circolare	

Teorema di Talete dell'angolo alla circonferenza che insiste sulla semicirconferenza

Angolo al centro. Angolo alla circonferenza

Area e perimetro del cerchio. Il numero π

Lunghezza dell'arco di circonferenza

Area del settore circolare e del segmento circolare

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- tracciare due tangenti alla circonferenza da un punto esterno qualsiasi
- applicare il teorema di Talete dell'angolo alla circonferenza che insiste sulla semicirconferenza e la corrispondenza tra angolo al centro ed angolo alla circonferenza

3.6 Solidi. Volume ed area della superficie

■ CONTENUTI, CONCETTI

■ OBIETTIVI

Solidi: poliedri convessi, solidi di rotazione

Area della superficie

Volume

Prisma

Poliedri regolari (tetraedro, cubo, ottaedro)

Piramide

Cilindro circolare retto

Cono circolare retto

Sfera

Formule per il calcolo dell'area della superficie e del volume dei solidi elencati

⇒ Principio di Cavalieri

- calcolare con i dati convenienti per un dato solido l'area della superficie ed il volume, l'area delle sezioni notevoli, l'altezza del corpo, lo spigolo laterale, lo spigolo di base, la diagonale spaziale ...
- calcolare le ampiezze degli angoli racchiusi tra gli spigoli, rispettivamente tra le facce del solido

4.4 CALCOLO VETTORIALE

4.1 Definizione, somma e sottrazione di vettori. Prodotto del vettore con lo scalare

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Definizione di vettore, uguaglianza di vettori e simbologia	Livello base:
Modulo di un vettore	– sommare vettori
Vettore nullo, vettore opposto	– sottrarre un vettore
Vettore unitario (versore)	– traslare una figura secondo il vettore \vec{a}
Somma di vettori e proprietà	– moltiplicare il vettore \vec{a} per un numero razionale e disegnare il risultato
Sottrazione di vettori	– determinare il versore di un vettore
Prodotto di vettori con scalari e proprietà	Livello superiore (oltre ai precedenti):
Vettori collineari	– verificare la collinearità dei punti nello spazio

4.2 Combinazione lineare di vettori. Base

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Definizione di combinazione lineare	Livello base:
Vettori complanari	– esprimere graficamente il vettore \vec{c} mediante i vettori non collineari \vec{a} e \vec{b} nello stesso piano;
Sistema di coordinate ortogonali nello spazio	– fare semplici esempi di vettori espressi mediante vettori non complanari
Ascissa, ordinata ed applicata di un punto	– calcolare con i vettori (espressi nella base ortonormale)
Base ortonormale nel piano (\vec{i}, \vec{j}) e nello spazio $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$	– stabilire se due vettori sono paralleli
Componenti (coordinate) di un vettore riferito alla base ortonormale nel piano e nello spazio	– scrivere il vettore \overline{AB} con i raggi vettori dei punti A e B
Calcolo vettoriale (somma, sottrazione, prodotto per uno scalare) nella base ortonormale	– determinare le coordinate del punto medio di un segmento con i raggi vettori
Vettori di base, base	

Raggio vettore di un punto

Il vettore \overline{AB} espresso con i raggi vettore dei punti A e B

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- applicare il calcolo vettoriale in geometria (ad es. per dimostrare il parallelismo tra rette, per calcolare l'intersezione tra rette, il baricentro di un triangolo)

4.3 Prodotto scalare

■ CONTENUTI, CONCETTI

■ OBIETTIVI

Angolo tra vettori

Definizione di prodotto scalare e sue proprietà

Condizioni di ortogonalità di due vettori

Prodotto scalare di vettori nella base ortonormale

Modulo di un vettore nella base ortonormale

⇒ Proiezione di un vettore \vec{a} sulla direzione di un altro vettore

Livello base:

- calcolare il prodotto scalare di due vettori
- calcolare l'angolo tra vettori
- calcolare il modulo di un vettore e di un segmento
- stabilire se due vettori sono perpendicolari

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- calcolare, date le coordinate dei suoi vertici la lunghezza dei lati, gli angoli e l'area del triangolo nello spazio

4.5 FUNZIONI ED EQUAZIONI ALGEBRICHE

5.1 Funzione lineare, equazione e disequazione lineare. Sistemi di equazioni e disequazioni lineari

■ CONTENUTI, CONCETTI

■ OBIETTIVI

Funzione lineare $x \mapsto kx + n$

Coefficiente angolare e intercetta $f(0)$ della funzione lineare

Proprietà della funzione lineare

Grafico della funzione lineare

Zero della funzione lineare

Livello base:

- tracciare il grafico di una funzione lineare
- determinare l'equazione della retta:
 - dati due punti della retta
 - dato un punto ed il coefficiente angolare della retta
- scrivere l'equazione della retta in forma segmentaria (quando sia possibile)
- risolvere un'equazione (disequazione) lineare trasformandola in una equivalente

Equazione della retta: forma esplicita, forma implicita, forma segmentaria, attraverso due punti, attraverso un punto e noto il coefficiente angolare	– interpretare ed applicare il grafico di una funzione lineare in situazioni pratiche
Angolo tra rette	– risolvere sistemi di due (tre) equazioni lineari in due (tre) incognite
Condizioni di parallelismo e di perpendicolarità tra rette	– risolvere problemi che si possono tradurre in una equazione lineare o in un sistema di equazioni lineari
Equazioni e disequazioni lineari ad una incognita	Livello superiore (oltre ai precedenti):
Disequazioni lineari a due incognite	– calcolare la distanza di un punto da una retta
Sistemi di disequazioni lineari ad una incognita	– risolvere sistemi di equazioni lineari a più incognite
Sistemi di due (tre) equazioni lineari a due (tre) incognite	– analizzare e risolvere equazioni (disequazioni) lineari e sistemi di due equazioni lineari in due incognite
⇒ Distanza di un punto da una retta	– risolvere un sistema di più disequazioni lineari in due incognite
⇒ Sistemi di disequazioni lineari a due incognite	
⇒ Metodo di eliminazione di Gauss	

5.2 Funzione quadratica, equazione e disequazione quadratica

■ CONTENUTI, CONCETTI

Funzione quadratica

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = a(x - p)^2 + q$$

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Discriminante

Vertice della funzione quadratica

Zeri della funzione quadratica

Grafico della funzione quadratica

Equazione quadratica $ax^2 + bx + c = 0$

Radici dell'equazione quadratica

■ OBIETTIVI

Livello base:

- scrivere l'equazione quadratica con diverse condizioni
- tracciare il grafico di una funzione quadratica
- risolvere un'equazione quadratica
- usare le formule del Viète
- risolvere una disequazione quadratica
- risolvere equazioni riconducibili all'equazione quadratica mediante sostituzione di variabile
- applicare l'equazione quadratica nella risoluzione di problemi

Formule del Viète

Disequazione quadratica

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- risolvere sistemi di disequazioni quadratiche
- usare la disequazione quadratica nella risoluzione di problemi

5.3 Polinomi

■ CONTENUTI, CONCETTI

■ OBIETTIVI

Funzione potenza con esponente naturale

$$f: x \mapsto x^n$$

Polinomi a coefficienti reali

Grado, coefficiente direttivo, termine noto del polinomio

Uguaglianza di polinomi

Regole di calcolo con i polinomi

Grado della somma e grado del prodotto di polinomi

Teorema fondamentale della divisione di polinomi

Algoritmo di Horner

Livello base:

- calcolo con le potenze ad esponente naturale (moltiplicazione, potenza di potenza, semplificazione di espressioni)
- calcolare il valore del polinomio $p(x)$ per un dato valore di x
- risolvere operazioni tra polinomi (somma, sottrazione, moltiplicazione e divisione)
- determinare dal grafico le caratteristiche di un polinomio
- applicare l'algoritmo di Horner:
 - per calcolare il valore di un polinomio per un dato x
 - per scrivere il quoziente ed il resto nella divisione per un polinomio lineare
- determinare gli zeri di un polinomio

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- applicare la condizione, che due polinomi sono uguali esattamente quando hanno uguali i coefficienti

5.4 Teorema fondamentale dell'algebra. Grafico del polinomio

■ CONTENUTI, CONCETTI

■ OBIETTIVI

Zero semplice, zero multiplo

Teorema fondamentale dell'algebra

Numero di zeri reali e complessi di un polinomio

Zeri interi e razionali di un polinomio a coefficienti interi

Livello base:

- scomporre semplici polinomi in fattori lineari o quadratici
- determinare gli zeri (ed il loro grado) dalla scomposizione di un polinomio
- scrivere l'equazione di un polinomio dati gli zeri ed il valore del polinomio per un dato x

Zeri reali di un polinomio (bisezione)

Grafico del polinomio

- comportamento lontano dall'origine
- comportamento nell'intorno dello zero

Derivata del polinomio

- crescita, decrescenza
- punti stazionari
- estremi

- determinare gli zeri interi e razionali di un polinomio a coefficienti interi

- stabilire gli intervalli di crescita, decrescenza, i punti stazionari e gli estremi di un polinomio

- tracciare il grafico di un polinomio rispettando i suoi punti stazionari

- determinare il polinomio dati alcuni suoi valori in corrispondenza ad altrettanti valori della variabile indipendente x

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- usare il metodo di bisezione per determinare gli zeri reali

5.5 Funzioni razionali

■ CONTENUTI, CONCETTI

Funzione potenza con esponente intero negativo

Funzione razionale

Zeri e singolarità (poli) della funzione razionale

Comportamento del grafico della funzione razionale all'infinito (asintoti orizzontali e verticali)

Semplici equazioni e disequazioni razionali

⇒ Asintoti obliqui

■ OBIETTIVI

Livello base:

- tracciare il grafico della funzione potenza $f(x) = x^{-n}$ per $n \in \mathbb{N}$

- eseguire calcoli con le potenze ad esponente intero (moltiplicazione, divisione, potenza di potenza, semplificazione di espressioni)

- eseguire calcoli con le funzioni razionali

- tracciare approssimativamente il grafico di una funzione razionale

- dedurre dal grafico le caratteristiche di una data funzione razionale

- risolvere semplici equazioni e disequazioni razionali

- tracciare il grafico di una funzione razionale usando la derivata

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- tracciare il grafico di una funzione razionale con l'asintoto obliquo

5.6 Equazioni algebriche di secondo grado. Coniche

■ CONTENUTI, CONCETTI

Circonferenza

Ellisse

Iperbole

Parabola

⇒ Equazione $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ e suo significato geometrico

■ OBIETTIVI

Livello base:

- scrivere l'equazione di una circonferenza noti i dati necessari o determinare centro e raggio di una circonferenza data l'equazione
- determinare che cosa rappresenta l'equazione $Ax^2 + Cy^2 = G$ oppure l'equazione $Cy^2 + Dx = 0$ (determinare i semiassi, scrivere le coordinate dei vertici e dei fuochi e le equazioni degli asintoti ossia della direttrice)
- scrivere l'equazione di una conica noti i dati necessari
- determinare le posizioni reciproche tra due coniche o tra una retta ed una conica, calcolare le coordinate dei punti di intersezione
- risolvere semplici equazioni irrazionali

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- scrivere l'equazione di una conica traslata
- scrivere, deducendolo dall'equazione di una conica traslata, le coordinate del vertice, dei fuochi, del centro, le equazioni degli asintoti dell'iperbole, l'equazione della direttrice della parabola, i semiassi della conica

4.6 FUNZIONI ED EQUAZIONI TRASCENDENTI

6.1 Funzione ed equazione esponenziale

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Funzione esponenziale $f : x \mapsto a^x; a > 0, a \neq 1$	Livello base:
Proprietà della funzione esponenziale	– tracciare il grafico di una funzione esponenziale
Grafico della funzione esponenziale	– traslare il grafico di una funzione esponenziale e determinare l'asintoto della funzione traslata
Funzione esponenziale di base e	– dilatare il grafico di una funzione esponenziale nella direzione dell'asse y
⇒ Crescenza e decrescenza esponenziale	– calcolare il valore di espressioni contenenti funzioni esponenziali
	– risolvere semplici equazioni contenenti funzioni esponenziali
	Livello superiore (oltre ai precedenti):
	– risolvere equazioni esponenziali mediante sostituzione di variabile
	– applicare la funzione esponenziale nei problemi di crescita naturale

6.2 Funzione ed equazione logaritmica

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Funzione logaritmica $f : x \mapsto \log_a x; a > 0, a \neq 1$	Livello base:
Proprietà della funzione logaritmica	– tracciare il grafico (stabilendo il dominio, l'asintoto verticale e lo zero) di una funzione logaritmica
Grafico della funzione logaritmica	– dilatare il grafico di una funzione logaritmica in direzione dell'asse y o traslarlo
Regole di calcolo con i logaritmi (logaritmo del: prodotto, quoziente, potenza e radice)	– applicare le regole di calcolo con i logaritmi
Logaritmo decimale e logaritmo naturale	– risolvere semplici equazioni logaritmiche
⇒ Trasformazione di base logaritmica	– utilizzare i logaritmi nella risoluzione di semplici equazioni esponenziali

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- trasformare la base di un logaritmo
- risolvere equazioni (disequazioni) logaritmiche mediante sostituzione di variabile
- utilizzare i logaritmi nella risoluzione di equazioni esponenziali più impegnative

6.3 Funzioni goniometriche

■ CONTENUTI, CONCETTI

Funzioni goniometriche degli angoli acuti nel triangolo rettangolo

Estensione del concetto di angolo

Funzioni $x \mapsto \sin x$, $x \mapsto \cos x$, $x \mapsto \tan x$ e $x \mapsto \cot x$

Definizione delle funzioni goniometriche sulla circonferenza goniometrica

Proprietà delle funzioni goniometriche

Relazioni fondamentali tra funzioni dello stesso angolo

Funzioni goniometriche di angoli complementari

Riduzione al primo quadrante

Grafici delle funzioni goniometriche

■ OBIETTIVI

Livello base:

- calcolare i valori delle funzioni goniometriche degli angoli notevoli: 0° , 30° , 45° , 60° e 90°
- tracciare i grafici delle funzioni goniometriche
- tracciare i grafici delle funzioni:
 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) + B$,
 $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi) + B$
- determinare l'ampiezza e il periodo di un'oscillazione sinusoidale
- esprimere le funzioni goniometriche tramite una data funzione goniometrica
- ridurre al primo quadrante

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- tracciare i grafici delle funzioni:

$$f(x) = A \tan(\omega x + \varphi),$$

$$f(x) = A \cot(\omega x + \varphi)$$

6.4 Teoremi di addizione e conseguenze

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Teoremi di addizione	– semplificare espressioni trigonometriche
Formule di duplicazione	– applicare i teoremi di addizione e le loro conseguenze
Trasformazione di espressioni contenenti funzioni goniometriche in prodotti	– trasformare la somma o la differenza di funzioni goniometriche in prodotto e viceversa
Scomposizione del prodotto di funzioni goniometriche	
⇒ Formule di bisezione	

6.5 Funzioni circolari

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Funzioni circolari $x \mapsto \arcsen x$, $x \mapsto \arccos x$, $x \mapsto \arctan x$	Livello base: <ul style="list-style-type: none">– risolvere semplici equazioni trigonometriche (ad es. mediante trasformazione di una funzione goniometrica, mediante fattorizzazione, mediante scomposizione)
Campo di esistenza ed insieme immagine delle funzioni circolari	Livello superiore (oltre ai precedenti): <ul style="list-style-type: none">– risolvere equazioni trigonometriche (per sostituzione e con l'uso delle formule di bisezione)
Equazioni trigonometriche	

4.7 SUCCESSIONI E SERIE

7.1 Successioni e serie

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Intorno di un punto	Livello base:
Definizione di successione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$	– scrivere alcuni termini di una successione se è dato il termine generale e determinare le proprietà della successione
Proprietà delle successioni (crescenza, decrescenza, limite inferiore o superiore)	– calcolare la media aritmetica e geometrica di due numeri
Progressione aritmetica e sue proprietà	
Progressione geometrica e sue proprietà	

Somma dei primi n termini di una progressione aritmetica e somma dei primi n termini di una progressione geometrica	– calcolare, noti i dati necessari, la somma dei primi n termini di una progressione aritmetica o geometrica ovvero un determinato termine della successione, il quoziente o la ragione
Serie geometrica	– risolvere semplici problemi con il calcolo dell'interesse composto
Calcolo dell'interesse composto	– calcolare la somma di una serie geometrica infinita
⇒ Limite di una successione (convergenza)	Livello superiore (oltre ai precedenti):
⇒ Limite della somma, del prodotto e del quoziente di successioni convergenti	– risolvere problemi impegnativi con il calcolo dell'interesse composto
⇒ Somma parziale, serie	– determinare il limite di una successione convergente
	– calcolare con i limiti

4.8 CALCOLO COMBINATORIO

8.1 Calcolo combinatorio

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Albero combinatorio	– disegnare l'albero combinatorio relativo ad un problema (ad es. ad un torneo)
Teorema fondamentale del calcolo combinatorio (regola del prodotto)	– calcolare $n!$
Regola della somma	– distinguere i vari concetti del calcolo combinatorio ed usare le formule
Permutazioni semplici	– calcolare i valori dei coefficienti binomiali
Disposizioni semplici	– sviluppare la potenza di un binomio
Disposizioni con ripetizione	
Combinazioni semplici	
Teorema del binomio	
Coefficienti binomiali e loro proprietà (triangolo di Tartaglia – Pascal)	
⇒ Permutazioni con ripetizione	

4.9 CALCOLO DELLE PROBABILITÀ E STATISTICA

9.1 Concetti fondamentali. Probabilità

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Prova ed evento	Livello base:
Eventi certi, impossibili e casuali	– calcolare con gli eventi
Eventi elementari e composti	– determinare tutti gli eventi di una prova
Eventi unione, eventi intersezione	– calcolare la probabilità di un evento, dell'evento contrario, degli eventi unione e degli eventi intersezione
Evento implicato, evento contrario	
Definizione di probabilità	Livello superiore (oltre ai precedenti):
Calcolo della probabilità	– calcolare la probabilità condizionata
⇒ Probabilità condizionata	
⇒ Eventi dipendenti ed indipendenti	

9.2 Concetti fondamentali di statistica

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Concetti statistici fondamentali (popolazione, unità, carattere, modalità, campione)	– elaborare individualmente un problema semplice di statistica e rappresentarlo graficamente, ad es:
Rilevazione e spoglio dei dati	• il profitto medio della classe
Rappresentazione dei dati (poligono di frequenza, istogramma di frequenza, torta di frequenza-aerogramma)	• il voto medio e scarto quadratico medio per ogni materia
Media aritmetica	• effettuare un'inchiesta breve e semplice
Scarto quadratico medio (deviazione standard)	

4.10 CALCOLO DIFFERENZIALE E TEORIA ELEMENTARE DELL'INTEGRAZIONE

10.1 Limite di una funzione

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Limite di una funzione	Livello base:
Regole di calcolo con i limiti (limite di una somma, di una sottrazione, di un prodotto e di un quoziente di funzioni)	– determinare (quando esiste) l'asintoto orizzontale di una funzione
Limite all'infinito (asintoto orizzontale)	Livello superiore (oltre ai precedenti):
⇒ Limite infinito (asintoto verticale)	– calcolare il limite di una funzione in un punto con le regole di calcolo dei limiti
⇒ Funzioni continue	– calcolare semplici limiti particolari
	– determinare i punti di discontinuità di una funzione $x \mapsto f(x)$

10.2 Derivata e differenziale

■ CONTENUTI, CONCETTI	■ OBIETTIVI
Rapporto incrementale (quoziente differenziale) di una funzione (interpretazione geometrica)	Livello base:
Definizione di derivata	– conoscere le derivate delle funzioni elementari
Significato geometrico di derivata	– determinare l'equazione della retta tangente ad una curva in un punto
Derivata della somma, sottrazione, prodotto e quoziente di funzioni, derivata del prodotto di una funzione per una costante	– calcolare l'angolo tra due curve
Derivata della funzione composta	– applicare le regole di derivazione
⇒ Derivata della funzione inversa	– calcolare in modo diretto la derivata della funzione composta
⇒ Derivata di funzioni in forma implicita	– determinare attraverso lo studio della derivata prima i punti stazionari, gli intervalli di crescita e di decrescenza, gli estremi di una funzione e tracciarne il grafico
⇒ Approssimazione per mezzo della derivata	Livello superiore (oltre ai precedenti):
	– risolvere problemi di minimo e di massimo
	– valutare la variazione di una funzione facendo uso della derivata
	– calcolare la derivata di una funzione in forma implicita

10.3 Teoria elementare dell'integrazione

■ CONTENUTI, CONCETTI

Definizione di integrale indefinito

Integrale indefinito della somma e della differenza di funzioni ed integrale indefinito di una funzione per una costante

Integrale definito e suo significato geometrico

Proprietà fondamentali dell'integrale definito

Calcolo dell'integrale definito (formula di Newton – Leibniz)

⇒ Metodi di integrazione:
– sostituzione di variabile

■ OBIETTIVI

Livello base:

- conoscere gli integrali indefiniti delle funzioni elementari
- applicare le regole di integrazione
- calcolare l'integrale indefinito di semplici funzioni
- calcolare l'integrale definito, rispettivamente l'area della figura delimitata da curve

Livello superiore (oltre ai precedenti):

- applicare il metodo d'integrazione per sostituzione nel calcolo dell'integrale indefinito e definito
- calcolare il volume di un solido di rotazione

5. ESEMPI DI ESERCIZI D'ESAME

Esempio: esercizio breve

Sono dati i vettori $\vec{a} = (2, -1, 3)$ e $\vec{b} = (1, -2, 5)$ nella base ortonormale $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Scrivete le coordinate dei vettori $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$ e $\vec{y} = \vec{a} + \vec{b}$. Calcolate con esattezza il modulo del vettore \vec{x} e il prodotto scalare $\vec{x} \cdot \vec{y}$.

(6 punti)

Soluzione:

1. Totale: 6 punti

Calcolo di $\vec{x} = (3, 0, 1)$ e $\vec{y} = (3, -3, 8)$ (1+1) 2 punti

Il modulo $|\vec{x}| = \sqrt{10}$ (per la formula o la sua applicazione nel calcolo: *1 punto;

se il modulo non è indicato in modo diverso dal vettore, al candidato si assegna

al massimo 1 punto) 2 punti

Il prodotto scalare $\vec{x} \cdot \vec{y} = 17$ 2 punti

(per la formula, la sua applicazione per il calcolo del prodotto scalare in coordinate o il calcolo, ad

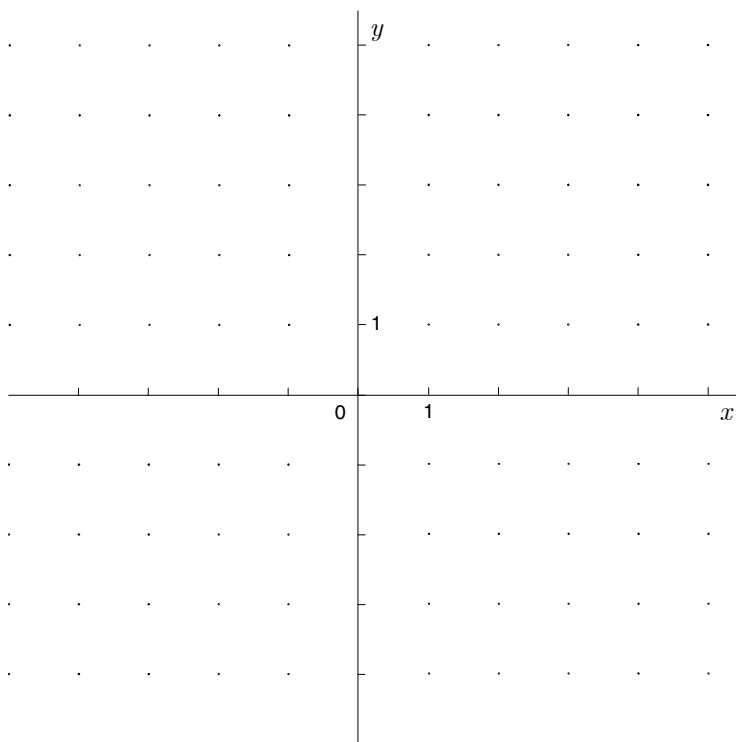
es. $\vec{x} \cdot \vec{y} = 2\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{b}$: *1 punto)

(Se una delle coordinate del vettore \vec{x} è errata e tutti gli altri risultati sono esatti al candidato si assegnano 4 punti)

Esempio: esercizio strutturato

È dato il polinomio $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$.

- a) Determinate i numeri a e b in modo che per $x = 2$ il polinomio $p(x)$ abbia uno zero doppio. (7 punti)
- b) Siano $a = 6$ e $b = 9$. Calcolate gli zeri e gli estremi relativi del polinomio $p(x)$.
Tracciate il grafico del polinomio. (8 punti)
- c) Siano $a = 6$ e $b = 9$ (come al punto b). Calcolate l'area della figura delimitata dal grafico del polinomio $p(x)$ e l'asse delle ascisse nell'intervallo $[-1, 0]$ (5 punti)



Soluzione:

Totale 20 punti

a) 7 punti

1. metodo

L'uso dell'algoritmo di Horner per $p(x)$ 1 punto

L'uso dell'algoritmo di Horner per il quoziente (*1+1) 2 punti

Per il sistema di equazioni $4a + 2b + 12 = 0$
 $4a + b + 12 = 0$ (*2+1) 3 punti

Il calcolo di $a = -3$, $b = 0$ 1 punto

2. metodo

Il polinomio scritto nella forma corretta, ad es. $p(x) = (x - c)(x - 2)^2$ *2 punti

Il polinomio ordinato $p(x) = x^3 - (4 + c)x^2 + (4 + 4c)x - 4c$ 1 punto

L'impostazione del sistema di equazioni

$$-4 - c = a$$

$$4 + 4c = b \dots\dots\dots 3 \text{ punti}$$

$$-4c = 4$$

(Per aver tenuto conto dell'uguaglianza dei polinomi ...*1 punto)

$$\text{Calcolo di } a = -3, b = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ punto}$$

3. metodo

$$\text{La derivata } p'(x) = 3x^2 + 2ax + b \dots\dots\dots 1 \text{ punto}$$

$$\text{Considerando } p(2) = 0 \text{ e } p'(2) = 0 \dots\dots\dots (*1+*2) 3 \text{ punti}$$

Impostazione del sistema di equazioni

$$8 + 4a + 2b + 4 = 0 \dots\dots\dots (1+1) 2 \text{ punti}$$

$$12 + 4a + b = 0$$

$$\text{Il calcolo di } a = -3, b = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ punto}$$

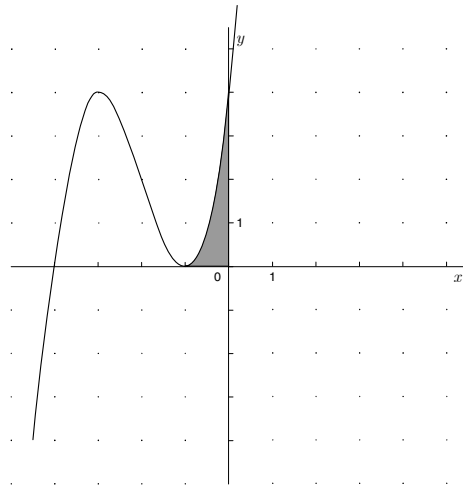
b) 8 punti

$$\text{Il calcolo degli zeri del polinomio } x_1 = -4, x_{2,3} = -1 \dots\dots\dots (1+2) 3 \text{ punti}$$

(Se non viene dedotto che -1 è uno zero doppio, si assegnano solo 2 punti)

$$\text{Il calcolo della derivata } p'(x) = 3x^2 + 12x + 9 \dots\dots\dots 1 \text{ punto}$$

$$\text{Il calcolo degli estremi relativi } T_1(-1, 0), T_2(-3, 4) \dots\dots\dots (1+1) 2 \text{ punti}$$



Per il grafico del polinomio 2 punti

(Nel grafico devono essere visibili: gli zeri, l'intercetta con l'asse delle ordinate e gli estremi)

c) 5 punti

L'impostazione dell'area con l'integrale definito $\int_{-1}^0 (x^3 + 6x^2 + 9x + 4) dx$ 1 punto

Il calcolo dell'integrale indefinito

$\int (x^3 + 6x^2 + 9x + 4) dx = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 + 4x + C$ (anche senza C) 2 punti

(Per due membri esatti ... 1 punto)

L'inserimento degli estremi d'integrazione e il calcolo dell'area $\frac{5}{4}$ (*1+1) 2 punti

6. DOMANDE PER LA PROVA ORALE

1.1 Insiemi

1. Che cos'è l'insieme universo? Che cos'è l'insieme complemento? Che cos'è la differenza tra due insiemi?
2. Quando due insiemi sono uguali? Che cos'è il sottoinsieme? Che cosa sono l'unione e l'intersezione di due insiemi? Che cos'è il prodotto cartesiano?
3. Scrivete l'insieme di tutti:
 - (a) i numeri interi pari;
 - (b) i numeri interi dispari;
 - (c) i multipli di un numero naturale;
 - (d) tutti i numeri interi che nella divisione per un numero naturale n danno come resto r .
- ⇒ 4. Quando due insiemi sono uguali? Che cos'è il sottoinsieme? Che cosa sono l'unione e l'intersezione di due insiemi? L'insieme A ha n elementi, l'insieme B ha m . Quanti elementi hanno gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$?
- ⇒ 5. Che cos'è il prodotto cartesiano di due insiemi? Come si rappresenta il prodotto cartesiano? L'insieme A ha n elementi, l'insieme B ha m elementi. Quanti elementi ha $A \times B$?
- ⇒ 6. Che cos'è l'insieme potenza? Quanti sottoinsiemi ha un insieme di n elementi?
- ⇒ 7. Dimostrate che $A \setminus B = A \cap \complement B$. Dimostrate che $\complement(A \cap B) = \complement A \cup \complement B$.

1.2 Funzioni

1. Descrivete il sistema di coordinate ortogonali nel piano e ricavate la formula per calcolare la distanza tra due punti.
2. Definite il concetto di funzione (proiezione, trasformazione) $f : A \rightarrow B$, il suo dominio e l'insieme immagine. Che cos'è il grafico di una funzione?
- ⇒ 3. Quali sono le condizioni affinché una funzione $f : A \rightarrow B$ sia iniettiva, suriettiva, biiettiva?
4. Quando una funzione reale di variabile reale è crescente, decrescente, limitata superiormente o inferiormente? Potete spiegarlo anche con degli esempi.
5. Spiegate con degli esempi quando una funzione reale di variabile reale è pari, dispari e definite i due concetti.
6. Che cosa significa che una funzione reale di variabile reale è periodica? Che cos'è il periodo minimo? Elencate alcune funzioni periodiche.
7. Che cos'è lo zero di una funzione reale di variabile reale? Descrivete l'andamento del grafico di un polinomio e di una funzione razionale nell'intorno dello zero.

8. Per quali valori dell'argomento x la funzione razionale ha una singolarità? Descrivete l'andamento del grafico della funzione nell'intorno della singolarità (polo).
9. Definite l'asintoto orizzontale di una funzione reale di variabile reale e descrivete graficamente l'andamento asintotico della funzione in presenza di un tale asintoto, quando tale asintoto esista.
- ⇒ 10. Definite il concetto di funzione inversa ed esprimete le condizioni per la sua esistenza, avvalendovi eventualmente di qualche esempio.
11. Quando una funzione reale di variabile reale presenta in un dato punto un minimo (massimo) relativo? Che cos'è il minimo (massimo) assoluto di una funzione?
- ⇒ 12. Illustrate con il grafico della funzione reale $y = f(x)$ le seguenti trasformazioni nel piano: traslazione, simmetria rispetto all'asse delle ascisse, rispettivamente delle ordinate e rispetto all'origine.
- ⇒ 13. Illustrate con il grafico della funzione reale $y = f(x)$ le seguenti trasformazioni nel piano: dilatazione attraverso l'origine, dilatazione attraverso l'asse delle ascisse, rispettivamente delle ordinate.
- ⇒ 14. Che cos'è una funzione composta? Dimostrate che $f \circ g$ non è necessariamente uguale a $g \circ f$.

2.1 Numeri naturali

- ⇒ 1. Spiegate il principio di induzione ed applicatelo ad un esempio semplice.
2. Elencate le proprietà delle operazioni elementari in \mathbb{N} .
3. Definite la relazione di divisibilità in \mathbb{N} : $(a|b)$ ed elencate le sue proprietà.
4. Definite il massimo comune divisore ed il minimo comune multiplo di due numeri. Come si calcolano? Quando due numeri sono primi tra loro?
5. Enunciate il teorema fondamentale della divisione. Che cos'è un multiplo di un numero naturale?
6. Definite un numero pari e un numero dispari e dimostrate che il quadrato di un numero dispari è un numero dispari.
7. Enunciate la definizione di numero primo e di numero composto ed enunciate i criteri di divisibilità per il 2, 3, 4, 5, 6 e 9.
- ⇒ 8. Date la definizione di numero primo e di numero composto ed enunciate i criteri di divisibilità per il 2, 3, 4, 5, 6 e 9. Ricavate i criteri di divisibilità per il 2 e per il 4.
- ⇒ 9. Che cos'è l'algoritmo di Euclide e quando si applica?

2.2 Numeri interi

1. Elencate le operazioni elementari tra i numeri interi e le rispettive proprietà.
2. Elencate e giustificate le proprietà delle potenze con esponente naturale.
- ⇒ 3. Scomponete l'espressione $a^n - b^n$ ($n \in \mathbb{N}$) e verificate l'esattezza.
- ⇒ 4. Scomponete l'espressione $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$) e verificate l'esattezza.

2.3 Numeri razionali

1. Che cos'è una frazione? Quando due frazioni rappresentano lo stesso numero razionale? Definite le operazioni tra frazioni.
2. Descrivete le proprietà delle operazioni in \mathbb{Q} .
3. Com'è ordinato l'insieme \mathbb{Q} ? Dimostrate che tra due numeri razionali esiste sempre almeno un altro numero razionale.
- ⇒ 4. Confrontate due frazioni per grandezza, i loro valori contrari ed i loro valori opposti. Il confronto è sempre possibile?
5. Come scriviamo un numero razionale in forma decimale? Quando la scrittura è finita?
6. Come rappresentiamo i numeri razionali sull'asse numerico?
- ⇒ 7. Come rappresentiamo i numeri razionali sull'asse numerico? Dimostrate che $\sqrt{2}$ non è un numero razionale.
8. Definite la potenza con esponente negativo ed elencate le proprietà di calcolo delle potenze con esponente intero.
9. Che cos'è la percentuale? Illustrate l'aumento, rispettivamente la diminuzione di una grandezza a di $p\%$.

2.4 Numeri reali

1. Elencate le operazioni in \mathbb{R} e le rispettive proprietà. Quali numeri reali vengono chiamati irrazionali? Da che cosa è caratterizzata la rappresentazione decimale di un numero irrazionale?
2. Descrivete la retta numerica o asse reale. Descrivete l'ordinamento dei numeri reali sull'asse reale. Illustrate le proprietà di calcolo delle disuguaglianze.
3. Definite la funzione radice $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$). Qual è il suo dominio e l'insieme immagine?
4. Definite la radice n -esima. Esponete le regole di calcolo con i radicali.
5. Definite la potenza con base positiva ed esponente razionale ed esponete le regole di calcolo con tali potenze.

6. Definite il valore assoluto di un numero reale ed elencatene le proprietà fondamentali.
- ⇒ 7. Che cosa sono l'errore assoluto e l'errore relativo di un valore approssimato?

2.5 Numeri complessi

1. Esponete i motivi che hanno indotto ad introdurre i numeri complessi e definite l'insieme \mathbb{C} .
2. Elencate le operazioni in \mathbb{C} e spiegate le loro rispettive proprietà.
3. Definite il valore assoluto di un numero complesso ed elencatene le proprietà fondamentali.
4. Definite il valore coniugato \bar{z} di un numero complesso ed elencatene le proprietà.
- ⇒ 5. Dimostrate che il valore coniugato della somma è uguale alla somma dei valori coniugati degli addendi.
- ⇒ 6. Dimostrate che il valore coniugato del prodotto è uguale al prodotto dei valori coniugati dei fattori.
7. Come si rappresentano i numeri complessi nel piano complesso? Rappresentate nel piano complesso le operazioni fondamentali in \mathbb{C} : somma, moltiplicazione per (-1) , moltiplicazione con un numero reale positivo, coniugazione.
- ⇒ 8. Determinate nel piano complesso gli insiemi di tutti i numeri complessi z per i quali vale:
 - (a) hanno un dato valore assoluto;
 - (b) hanno una data parte reale;
 - (c) hanno una data parte immaginaria;
 - (d) hanno la parte reale uguale alla parte immaginaria.

3.1 Fondamenti di geometria nel piano e nello spazio

1. Elencate alcuni postulati che si riferiscono agli enti geometrici: punto, retta, piano.
2. Quando due rette sono parallele? Quali proprietà possiedono le rette parallele nel piano? Esponete il postulato di parallelismo tra rette.
3. Indicate quali possono essere le posizioni reciproche tra:
 - (a) due rette nello spazio;
 - (b) due piani nello spazio;
 - (c) una retta ed un piano nello spazio.
4. Quando un insieme è convesso? Che cosa puoi dire sull'intersezione di due insiemi convessi? Riportate alcuni esempi di insiemi convessi.
5. Definite il segmento e la lunghezza del segmento, la retta di sostegno del segmento e l'asse del segmento (nel piano). Che cosa sono la semiretta, il semipiano ed il semispazio?
6. Definite la distanza tra due punti, un punto ed una retta, un punto ed un piano.

7. Definite la proiezione ortogonale di:
 - (a) un punto su una retta;
 - (b) un segmento su una retta;
 - (c) un punto sul piano;
 - (d) un segmento sul piano.
8. Che cos'è l'insieme di tutti i punti del piano che sono:
 - (a) alla stessa distanza a da un punto del piano;
 - (b) equidistanti da due punti del piano;
 - (c) alla stessa distanza a da una retta giacente nel piano.
9. Definite i movimenti rigidi nel piano. Elencate i movimenti rigidi nel piano ed illustrateli con degli esempi.
- ⇒ 10. Dimostrate che la simmetria centrale (origine del sistema coordinato) è un movimento rigido.
- ⇒ 11. Dimostrate che la simmetria assiale è un movimento rigido.
- ⇒ 12. Definite l'omotetia e la similitudine. Definite la similitudine. Elencate i criteri di similitudine dei triangoli.
13. Quando tre punti definiscono un piano? In quale altro modo possiamo individuare un piano nello spazio?

3.2 Angolo

1. Definite l'angolo ed indicate cosa sono: il lato, il vertice, l'angolo nullo, l'angolo retto, l'angolo piatto, l'angolo giro, l'angolo acuto, l'angolo ottuso. Come si misura l'ampiezza degli angoli?
2. Stabilite il significato di: angoli adiacenti, consecutivi, opposti, complementari e supplementari.
3. Definite la congruenza tra angoli. Che cosa vale per le coppie di angoli con i lati paralleli e con i lati perpendicolari?
- ⇒ 4. Definite l'angolo tra due rette, l'angolo tra una retta ed un piano, l'angolo tra due piani. Quando due piani sono perpendicolari?
5. Quando una retta è perpendicolare ad un piano? Che cosa puoi dire di:
 - (a) due rette perpendicolari allo stesso piano;
 - (b) due piani perpendicolari alla stessa retta?

3.3 Triangolo

1. Che cos'è il triangolo? Quando tre numeri possono rappresentare le lunghezze dei tre lati di un triangolo? Che cosa si può dire riguardo agli angoli opposti a ciascun lato?
2. Enunciate il teorema del seno. Quando si applica?
- ⇒ 3. Dimostrate che nel triangolo ABC è valida l'uguaglianza:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

4. Date le definizioni di angolo interno ed angolo esterno ad un triangolo. Dimostrate che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180° . Quant'è la somma degli angoli esterni di un triangolo?
5. Che cosa sono in un triangolo l'altezza relativa ad un lato, l'asse di un lato, la bisettrice di un angolo, l'incentro, il circocentro, il baricentro, l'ortocentro?
6. In un triangolo rettangolo tracciate l'altezza relativa all'ipotenusa. Quanti triangoli simili si ottengono? Motivate la risposta.
- ⇒ 7. In un triangolo rettangolo tracciate l'altezza relativa all'ipotenusa. Quanti triangoli simili si ottengono? Motivate la risposta. Enunciate uno dei teoremi del triangolo rettangolo.
8. Enunciate i teoremi sulla congruenza dei triangoli.
9. Quando due triangoli sono simili? Elencate alcuni teoremi sulla similitudine dei triangoli. Che relazione c'è tra i perimetri e tra le aree di due triangoli simili?
10. Enunciate il teorema del coseno ed il teorema di Pitagora. Dove trovano applicazione?
- ⇒ 11. Dimostrate il teorema del coseno. A cosa si riduce il teorema del coseno nel triangolo rettangolo?

3.4 Quadrilateri, poligoni

1. Definite il parallelogramma. Quali sono le proprietà del parallelogramma? Riportate alcuni esempi.
- ⇒ 2. Definite il parallelogramma ed elencate quali sono le condizioni necessarie e sufficienti affinché un quadrilatero sia un parallelogramma. Quali sono le proprietà del parallelogramma? Riportate alcuni esempi
3. Dimostrate che le diagonali di un parallelogramma si tagliano vicendevolmente a metà.
4. Dimostrate che le diagonali di un rombo sono ortogonali.
5. Definite il trapezio ed il trapezio isoscele ed elencate alcune loro proprietà. Che cos'è la semisomma delle basi di un trapezio? Come si calcola l'area di un trapezio?
6. Ricavate le formule per calcolare l'area del parallelogramma, del triangolo, del deltoide e del trapezio.
7. Definite il poligono regolare di n - lati. Qual è la somma degli angoli interni di un poligono regolare convesso di n - lati? Quante diagonali possiede un poligono di n - lati?
- ⇒ 8. Definite il poligono regolare di n - lati. Qual è la somma degli angoli interni di un poligono regolare convesso di n - lati? Quante diagonali possiede un poligono di n - lati? Ricavate la formula per il calcolo del numero di diagonali di un poligono di n - lati.
- ⇒ 9. Definite il quadrilatero inscritto e circoscritto ad una circonferenza. Quali sono le loro proprietà?
- ⇒ 10. Calcolate la lunghezza del lato e l'area del poligono regolare di n - lati inscritto in una circonferenza di raggio r .

3.5 Circonferenza e cerchio

1. Definite la circonferenza. Descrivete tutte le posizioni reciproche tra due circonferenze nel piano. Per tutte le posizioni reciproche determinate le rispettive relazioni tra i raggi e le distanze tra i centri delle circonferenze.
2. Quali sono le posizioni reciproche tra una retta e una circonferenza che giacciono nello stesso piano? Che cos'è la tangente ad una circonferenza? Come si costruisce la retta tangente in un dato punto della circonferenza?
- ⇒ 3. Come si costruisce la tangente alla circonferenza condotta da un punto esterno ad essa? Quali casi si possono distinguere? Argomentate la costruzione.
4. Definite l'angolo al centro e l'angolo alla circonferenza. Qual è la relazione tra angolo al centro ed angolo alla circonferenza che insistono sullo stesso arco?
- ⇒ 5. Dimostrate il teorema di Talete per l'angolo alla circonferenza che insiste su una semicirconferenza.

3.6 Solidi. Volume ed area della superficie

1. Descrivete il prisma. Spiegate le formule per il calcolo del volume e dell'area della superficie del prisma retto. Quanti tipi di prismi conosci?
2. Descrivete il cilindro circolare retto. Che cos'è la sezione di tale cilindro con un piano che contiene l'asse del cilindro? Che cos'è la sezione del cilindro con un piano perpendicolare al suo asse?
3. Descrivete il cono circolare. Esponete le formule per il calcolo dell'area della superficie e del volume del cono circolare retto.
4. Descrivete la piramide. Esponete le formule per calcolare l'area della superficie e il volume della piramide retta.
- ⇒ 5. Descrivete il cono circolare retto. Esponete le formule per calcolare l'area della superficie e il volume. Che sezioni si ottengono intersecando il cono con un piano parallelo alla base?
- ⇒ 6. Descrivete la piramide. Esponete le formule per calcolare l'area della superficie e il volume. Che sezioni si ottengono intersecando la piramide con un piano parallelo alla base?
- ⇒ 7. Come variano l'area della superficie ed il volume di un parallelepipedo applicando un'omotetia? Ricavate le rispettive formule. Puoi generalizzare il caso particolare?

4.1–4.3 Calcolo vettoriale

1. Quando due vettori sono uguali? Che cos'è il vettore nullo ed il vettore contrario? Come si esegue (graficamente) la somma e la differenza di vettori?
2. Che cos'è la moltiplicazione tra un vettore ed uno scalare? Elencatene le proprietà. Quando due vettori sono collineari? Che cos'è il vettore unitario?
- ⇒ 3. Definite la base nel piano (nello spazio). In quanti modi possiamo esprimere un vettore come combinazione lineare dei vettori di base nel piano (nello spazio)? Che cos'è una base ortonormale?
4. Descrivete il sistema di coordinate ortogonali nello spazio. Rappresentate il raggio vettore di un punto A nella base ortonormale. Che corrispondenza sussiste tra questa rappresentazione e le coordinate del punto A ? Scrivete le componenti (le coordinate) del vettore \overline{AB} mediante le coordinate dei punti A e B .
5. Esprimete le coordinate del punto medio del segmento AB (nello spazio) mediante le coordinate dei punti A e B . Argomentate la risposta.
6. Definite il prodotto scalare ed elencate le sue proprietà. Qual è il valore del prodotto scalare di due vettori collineari? Esprimete la condizione di perpendicolarità tra due vettori.
7. Come si calcola il prodotto scalare di due vettori riferiti ad una base ortonormale? Come si calcola il modulo di un vettore e l'ampiezza dell'angolo tra due vettori riferiti ad una base ortonormale?
- ⇒ 8. Come verifichiamo la collinearità di due vettori nello spazio? Come verifichiamo la collinearità di tre punti nello spazio?

5.1 Funzioni, equazioni e disequazioni lineari. Sistemi di equazioni e disequazioni lineari

1. Definite la funzione lineare. Che cosa rappresenta il suo grafico? Cosa determina, nel grafico, il coefficiente angolare? Come sono rappresentate graficamente due funzioni lineari aventi lo stesso coefficiente angolare?
- ⇒ 2. Determinate la funzione inversa della funzione $f(x) = kx + n; k \neq 0$.
3. Ricavate l'equazione della funzione lineare il cui grafico passa per i punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$.
4. Scrivete l'equazione della retta in forma esplicita, implicita e segmentaria. Le equazioni di quali rette presentano tutte e tre le forme?
5. Come si calcola l'ampiezza dell'angolo tra due rette nel piano cartesiano? Quando due rette sono parallele e quando sono perpendicolari?
6. Segnate la famiglia di rette nel piano che:
 - (a) passano per il punto $T(a, b)$
 - (b) non intersecano una retta data.
7. Che cos'è la soluzione di un'equazione? Quando due equazioni sono equivalenti? Descrivete il procedimento che trasforma un'equazione in una equivalente.

- ⇒ 8. Quante soluzioni ha l'equazione $ax + b = 0$ al variare dei coefficienti a e b ?
- ⇒ 9. Spiegate il significato geometrico della disequazione $f(x) \leq 0$ o $f(x) \geq 0$ per una data funzione f . Come si risolvono le disequazioni?
- 10. Come si risolvono le disequazioni lineari ad una incognita? Che cos'è l'insieme delle soluzioni?
- ⇒ 11. Analizzate la disequazione lineare; $ax + b \geq 0$; $(ax + b \leq 0)$.
- 12. Quali insiemi di punti nel piano soddisfano la condizione:
 $ax + by - c = 0$ se a e b non sono contemporaneamente nulli?
- ⇒ 13. Indicate quali insiemi di punti nel piano soddisfano la condizione:
 - (a) $ax + by - c = 0$ a e b non contemporaneamente nulli;
 - (b) $ax + by - c \geq 0$; $b \neq 0$
- 14. Scrivete un sistema di equazioni a due incognite. Quante soluzioni ammette? Spiegate il loro significato geometrico.
- 15. Cos'è la soluzione di un sistema di equazioni lineari a due incognite? Come si risolve un sistema di equazioni lineari a due incognite?
- ⇒ 16. Illustrate il metodo di eliminazione di Gauss per la risoluzione dei sistemi di equazioni lineari.

5.2 Funzioni, equazioni e disequazioni quadratiche

- 1. Che cos'è la funzione quadratica? Che cos'è il suo dominio? Elencate le tre forme più usate per la funzione quadratica e descrivete il significato dei suoi coefficienti.
- 2. Scrivete l'equazione generale della funzione quadratica. Descrivete il ruolo del coefficiente direttivo, del termine noto e del discriminante della funzione quadratica. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = ax^2$; $a \neq 0$.
- ⇒ 3. Ricavate l'espressione della funzione quadratica riferita al vertice.
- ⇒ 4. Ricavate il grafico della funzione quadratica $f(x) = ax^2 + bx + c$ trasladando e dilatando la parabola di equazione $y = x^2$? Dove si trova il vertice della funzione quadratica?
- 5. Scrivete l'equazione quadratica. Come si risolve? Quando ammette soluzioni in \mathbb{R} e quando in \mathbb{C} ?
- ⇒ 6. Esponete le formule del Viète per l'equazione quadratica $ax^2 + bx + c = 0$ e dimostratele.
- ⇒ 7. Elencate e spiegate le posizioni reciproche:
 - (a) tra parabola e retta;
 - (b) tra due parabole.
- 8. Come si risolve la disequazione quadratica? Cos'è l'insieme delle soluzioni? Spiegate con l'aiuto del disegno.

5.3–5.5 Polinomi. Funzioni razionali

1. Definite la funzione potenza con esponente n (pari, dispari) naturale. Tracciate i grafici per $n = 2, 3$ ed elencate le loro proprietà fondamentali.
- ⇒ 2. Definite la funzione potenza con esponente naturale. Dimostrate quali funzioni potenza sono dispari e quali pari e, studiandone la derivata, individuate gli intervalli di crescita e decrescenza di tali funzioni.
3. Definite il polinomio e descrivete le operazioni fondamentali tra polinomi (somma e moltiplicazione). Quando due polinomi sono uguali?
4. Enunciate il teorema fondamentale della divisione tra polinomi. Descrivete la divisione con un polinomio lineare.
5. Descrivete (senza argomentare e dimostrare) l'algoritmo di Horner e spiegate l'utilizzo.
6. Che cos'è lo zero (semplice o multiplo) di un polinomio? Quanti zeri ha un polinomio di grado n ? Come si può scrivere un polinomio, noti che siano tutti i suoi zeri?
- ⇒ 7. Che cos'è lo zero (semplice o multiplo) di un polinomio? Enunciate il teorema fondamentale dell'algebra. Quanti zeri ha un polinomio di grado n ? Come si può scrivere un polinomio noti che siano tutti i suoi zeri?
8. Quanti zeri reali (complessi) ha un polinomio di quarto grado a coefficienti reali? Elencate tutte le possibilità. Argomentate la risposta.
- ⇒ 9. Dimostrate che è possibile scomporre un polinomio di grado $n \geq 3$ a coefficienti reali in due polinomi fattori a coefficienti reali, noto che sia uno dei suoi zeri complessi $a + bi$, $b \neq 0$.
10. Come si determinano gli zeri interi e razionali di un polinomio a coefficienti interi?
- ⇒ 11. Come si determinano gli zeri interi e razionali di un polinomio a coefficienti interi? Argomentate la risposta.
- ⇒ 12. Illustrate il metodo di bisezione per la determinazione degli zeri reali di un polinomio o per la risoluzione di equazioni. Possiamo, con il metodo di bisezione, determinare uno zero di grado pari?
13. Spiegate il procedimento per la costruzione del grafico di un polinomio. Come influenzano il grado di un polinomio il coefficiente direttivo ed il termine noto? Qual è il comportamento del grafico di un polinomio nelle vicinanze dello zero?
14. Tracciate nello stesso piano cartesiano i grafici delle funzioni potenza con esponente $n = -1, -2, -3$ ed elencate le loro caratteristiche principali. Che cosa hanno in comune tutte le funzioni potenza con esponente negativo?
15. Definite la funzione razionale. Che cos'è lo zero e cos'è la singolarità (polo) di una funzione razionale? Qual è l'andamento del grafico di una funzione razionale lontano dall'origine? Qual è l'andamento del grafico di una funzione razionale nelle vicinanze del polo?
16. Dove la funzione razionale (polinomiale) cambia segno? Come si risolvono le disequazioni razionali (polinomiali)?

- ⇒ 17. Definite la funzione razionale. Quando la funzione razionale ha un asintoto obliquo e come si calcola?

5.6 Equazioni algebriche di secondo grado. Coniche

1. Spiegate cos'è la conica. Elencate, fate lo schizzo e descrivete tutti i tipi di coniche.
2. Enunciate la definizione geometrica di circonferenza. Scrivete l'equazione della circonferenza che ha il centro nel punto $T(p, q)$ e raggio r .
- ⇒ 3. Enunciate la definizione geometrica di circonferenza. Scrivete l'equazione della circonferenza che ha il centro nel punto $T(p, q)$ e raggio r . Esprimate la condizione necessaria e sufficiente affinché l'equazione $Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$ rappresenti una circonferenza.
4. Enunciate la definizione geometrica di ellisse e scrivete l'equazione canonica dell'ellisse con centro nell'origine. Spiegate che cos'è il semiasse.
5. Enunciate la definizione geometrica di iperbole e scrivete la sua equazione canonica. Spiegate i concetti di semiasse e di asintoto.
6. Enunciate la definizione geometrica di parabola e scrivete la sua equazione riferita al vertice. Determinate le coordinate del fuoco e l'equazione della direttrice delle parabole $y^2 = 2px$ e $y = ax^2$.
- ⇒ 7. Quali insiemi di punti nel piano sono definiti dall'equazione:
 $Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$?

6.1–6.2 Funzione esponenziale e logaritmica. Equazione esponenziale e logaritmica

1. Definite la funzione esponenziale, tracciate il suo grafico e descrivetene le proprietà fondamentali.
2. Tracciate nello stesso sistema coordinato alcuni grafici di funzioni esponenziali con base a diverse ($0 < a < 1$, $a > 1$). Che cosa hanno in comune e che cosa hanno di diverso i grafici che hai tracciato?
3. Definite la funzione logaritmica di base a ($a > 0$, $a \neq 1$) e tracciate il suo grafico. Determinate il suo dominio ed elencate le sue proprietà.
4. Illustrate le regole di calcolo con i logaritmi.
- ⇒ 5. Esprimate la corrispondenza tra le funzioni $\ln x$ e $\log x$ ed argomentatela.
- ⇒ 6. Dimostrate:
(a) $\log x^m = m \log x$,
(b) $\log x + \log y = \log xy$
7. Dimostrate che il grafico della funzione logaritmica $f(x) = \log x$ interseca una retta qualsiasi parallela all'asse delle ascisse (calcola il punto d'intersezione).

- ⇒ 8. Spiegate l'uso della funzione esponenziale nella descrizione della crescita naturale.

6.3-6.5 Funzioni goniometriche e circolari. Trigonometria

1. Definite le funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo di cateti a, b ed ipotenusa c e ricavate le relazioni fondamentali.
2. Definite la funzione $x \mapsto \sin x$ per un angolo qualsiasi, tracciate il suo grafico ed elencate le sue proprietà.
3. Definite la funzione $x \mapsto \cos x$ per un angolo qualsiasi, tracciate il suo grafico ed elencate le sue proprietà.
4. Dove e come è definita la funzione $x \mapsto \tan x$? Tracciate il suo grafico e descrivete le sue proprietà.
5. Dove e come è definita la funzione $x \mapsto \cot x$? Tracciate il suo grafico e descrivete le sue proprietà.
- ⇒ 6. Confrontate le funzioni seno e coseno. Quali proprietà hanno in comune e in che cosa si differenziano? Scrivete gli insiemi degli zeri di ambedue le funzioni.
7. Tracciate nello stesso sistema coordinato i grafici delle funzioni seno e coseno e calcola le coordinate dei loro punti di intersezione.
- ⇒ 8. Confrontate le funzioni tangente e cotangente. Quali proprietà hanno in comune e in che cosa si differenziano?
9. Esprimete con la funzione seno le altre tre funzioni goniometriche per angoli α ;
$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ e } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$
- ⇒ 10. Esprimete con la funzione tangente le altre tre funzioni goniometriche per angoli α ;
$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ e } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$
11. Confrontate i valori di tutte le funzioni goniometriche per gli angoli complementari, supplementari ed opposti.
12. Ricavate le formule di duplicazione del seno, del coseno e della tangente sfruttando i teoremi di addizione.
- ⇒ 13. Ricavate le formule di triplicazione per il seno e per il coseno, sfruttando i teoremi di addizione.
- ⇒ 14. Ricavate le formule di bisezione per il seno e per il coseno.
- ⇒ 15. Ricavate le formule di prostaferesi sfruttando i teoremi di addizione.
16. Definite la funzione $x \mapsto \arcsin x$. Qual è il suo dominio e l'insieme immagine?
17. Definite la funzione $x \mapsto \arccos x$. Quali sono il suo dominio e l'insieme immagine?
18. Definite la funzione $x \mapsto \arctan x$. Quali sono il suo dominio e l'insieme immagine?

- ⇒ 19. Definite la funzione $x \mapsto \arcsen x$. Quali sono il suo dominio e l'insieme immagine? Tracciate il suo grafico.
- ⇒ 20. Definite la funzione $x \mapsto \arccos x$. Quali sono il suo dominio e l'insieme immagine? Tracciate il suo grafico.
- ⇒ 21. Definite la funzione $x \mapsto \arctan x$. Qual è il suo dominio e l'insieme immagine? Tracciate il suo grafico.

7.1 Successioni e serie

1. Che cos'è l'intorno di un punto sull'asse numerico? Scrivete la condizione affinché un punto x giaccia in un'intorno di raggio ε del punto a .
2. Che cos'è una successione? Quando è crescente (decrescente), quando è limitata superiormente (inferiormente)?
- ⇒ 3. Che cos'è il limite di una successione? Elencate le regole di calcolo dei limiti di successioni convergenti.
4. Che cos'è una progressione aritmetica? Scrivete il termine generale e la formula per la somma dei primi n termini. Che cos'è la media aritmetica di due numeri?
5. Che cos'è una progressione geometrica? Scrivete il termine generale e la formula per la somma dei primi n termini. Che cos'è la media geometrica di due numeri positivi?
- ⇒ 6. Dimostrate che la media geometrica di due numeri positivi è minore o uguale alla media aritmetica dei due numeri stessi. Quando le due medie sono uguali?
7. Quando esiste la somma di una progressione geometrica infinita e quanto vale, qualora esista, la somma totale?
8. Scrivete e spiegate i concetti fondamentali e le formule del calcolo dell'interesse composto.

8.1 Calcolo combinatorio

1. Enunciate il teorema fondamentale del calcolo combinatorio e la regola della somma. Che cos'è l'albero combinatorio?
2. Che cosa sono le permutazioni semplici e quante sono?
- ⇒ 3. Che cosa sono le permutazioni semplici e quante sono? Che cosa sono le permutazioni con ripetizione e quante sono?
- ⇒ 4. Che cosa sono le disposizioni semplici e le disposizioni con ripetizione? Quante sono le prime e quante le seconde?
- ⇒ 5. Quante sono le proiezioni tra due insiemi finiti? Quante sono tutte le proiezioni biettive tra due insiemi finiti idempotenti?
6. Che cosa sono le combinazioni semplici e quante sono? Che cos'è il coefficiente binomiale e quali sono le sue proprietà?
7. Enunciate il teorema del binomio di Newton. Quanti sono i sottoinsiemi di un insieme di n elementi?

8. Descrivete il triangolo di Tartaglia-Pascal e spiegate la corrispondenza con i coefficienti binomiali.
- ⇒ 9. Enunciate il teorema del binomio di Newton. Quanti sono i sottoinsiemi di un insieme di n elementi? Argomentate la risposta all'ultima domanda.
- ⇒ 10. Confronta le disposizioni semplici con le combinazioni semplici. Che relazione c'è tra D_n^r e C_n^r ?

9.1–9.2 Calcolo delle probabilità e statistica

1. Descrivete con l'aiuto di esempi i concetti fondamentali del calcolo delle probabilità: prova, evento (elementare, composto, casuale) e probabilità dell'evento.
2. Che cos'è la somma di eventi e l'evento complementare? Come si calcola la probabilità dell'evento complementare e la probabilità della somma di eventi?
3. Che cos'è la somma di eventi? Quando due eventi sono incompatibili? Come si calcola la probabilità della somma di eventi incompatibili?
- ⇒ 4. Che cos'è il prodotto di eventi? Come si calcola la probabilità del prodotto?
- ⇒ 5. Definite la probabilità condizionata. Quando due eventi sono indipendenti? Come si calcola la probabilità del prodotto di eventi indipendenti?
6. Descrivete con l'aiuto di esempi i concetti fondamentali della statistica: popolazione, campione, unità statistica, carattere statistico, parametro statistico.
7. Qual è il significato di valore medio e di scarto quadratico medio (deviazione standard) e come si calcolano?
8. Descrivete la rappresentazione dei dati statistici mediante il poligono di frequenza, l'istogramma di frequenza e l'aerogramma di frequenza (torta).

10.1-10.3 Limite di una funzione. Derivata e differenziale. Integrale

- ⇒ 1. Illustrate il concetto di limite di una funzione ed esponete le regole di calcolo del limite della somma, della differenza, del prodotto e del quoziente di funzioni.
- ⇒ 2. Enunciate la definizione di continuità delle funzioni. Riportate l'esempio di una funzione discontinua in un unico punto.
- ⇒ 3. Cosa puoi dedurre sul grafico della funzione f nei seguenti casi:
 - (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ oppure $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$,
 - (b) $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = \infty$ oppure $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$,
 - (c) $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$.
4. Definite il rapporto incrementale di una funzione f ed illustratene il significato geometrico.
5. Che cos'è la derivata di una funzione f in un punto e qual è il suo significato geometrico?

6. Esponete le regole di derivazione della somma, del prodotto e del quoziente di funzioni e ricavate la formula della derivata del prodotto di una funzione per una costante.
7. Illustrate il concetto di estremo relativo di una funzione e di estremo di una funzione in un intervallo. Come si calcolano gli estremi di una funzione derivabile in un intervallo chiuso?
8. Che cos'è un punto stazionario? Come si può stabilire, dallo studio della derivata, se un punto stazionario è un estremo?
- ⇒ 9. Come si approssima con la derivata il valore di una funzione derivabile nell'intorno di un punto?
10. Scrivete le derivate delle seguenti funzioni:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a, b, c \in \mathbb{R}), \quad g(x) = x^r \quad (r \in \mathbb{R}), \quad h(x) = \tan x, \\ u(x) = e^{kx} \quad (k \in \mathbb{R}), \quad v(x) = \ln(kx) \quad (k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}).$$

11. Come si calcola l'ampiezza dell'angolo tra una funzione $f(x)$ e l'asse delle ascisse? Come si calcola l'ampiezza dell'angolo tra i grafici delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$?
12. Che cos'è l'integrale indefinito di una funzione f ? Come si calcola l'integrale indefinito della somma o della differenza tra due funzioni e l'integrale indefinito di una funzione per una costante?
- ⇒ 13. Spiegate il significato geometrico dell'integrale definito di una funzione continua in un dato intervallo e la formula fondamentale del calcolo integrale (Newton-Leibniz).
14. Scrivete gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni:

$$f(x) = ax + b \quad (a, b \in \mathbb{R}), \\ g(x) = mx^n \quad (m, n \in \mathbb{R}), \quad h(x) = \sin x, \quad u(x) = e^{kx} \quad (k \in \mathbb{R})$$

- ⇒ 15. Esponete e spiegate la formula per il calcolo del volume di un solido di rotazione.
16. Come si calcola, mediante l'integrale definito, l'area della figura delimitata dai grafici di due funzioni?
- ⇒ 17. Illustrate con un esempio il cambio di variabile nel calcolo di un integrale indefinito e definito.

7. SIMBOLI MATEMATICI

■ Insiemi

\in	è elemento di
\notin	non è elemento di
$\{x_1, x_2, \dots\}$	insieme i cui elementi sono $x_1, x_2 \dots$
$\{x; \dots\}, \{x \mid \dots\}$	insieme degli elementi x tali che . . .
$m(A), A $	numero degli elementi (potenza) dell'insieme A
$\mathcal{P}A$	insieme potenza dell'insieme A
\sim	insiemi equipotenti
\emptyset	insieme vuoto
\mathcal{U}	insieme ambiente (universo)
$A^c, \complement A$	insieme complementare di A
\mathbb{N}	insieme dei numeri naturali
\mathbb{N}_0	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
\mathbb{Z}	insieme dei numeri interi
\mathbb{Z}^+	insieme dei numeri interi positivi
\mathbb{Z}^-	insieme dei numeri interi negativi
\mathbb{Q}	insieme dei numeri razionali
\mathbb{Q}^+	insieme dei numeri razionali positivi
\mathbb{Q}^-	insieme dei numeri razionali negativi
$\mathbb{R}, (-\infty, \infty)$	insieme dei numeri reali
$\mathbb{R}^+, (0, \infty)$	insieme dei numeri reali positivi
$\mathbb{R}_0^+, [0, \infty)$	insieme dei numeri reali non negativi
$\mathbb{R}^-, (-\infty, 0)$	insieme dei numeri reali negativi
\mathbb{C}	insieme dei numeri complessi
\subset	è sottoinsieme di
$\not\subset$	non è sottoinsieme di
\cup	unione
\cap	intersezione
\setminus	differenza di due insiemi

$[a, b]$	intervallo chiuso $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$
$[a, b), [a, b[$	intervallo $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$
$(a, b],]a, b]$	intervallo $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$
$(a, b),]a, b[$	intervallo aperto $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

■ Relazioni ed operazioni

(a, b)	coppia ordinata
$A \times B$	prodotto cartesiano
$=$	è uguale a
\neq	non è uguale a
\doteq, \approx	è approssimativamente uguale a
$<$	è minore di
\leq	è minore o uguale a
$>$	è maggiore di
\geq	è maggiore o uguale a
$+$	più
$-$	meno
$;$, \times	volte
$:$	diviso
$(a b)$	a è un divisore di b
$M(a, b)$	massimo comune divisore dei numeri a e b
$m(a, b)$	minimo comune multiplo dei numeri a e b
Σ	simbolo della sommatoria
$ a $	valore assoluto del numero a

■ Geometria. Vettori

$d(A, B)$	distanza dei punti A e B
$ AB $	lunghezza del segmento AB
\sphericalangle	angolo
\triangle	triangolo
$\parallel, //$	è parallela a
\perp	è perpendicolare a
\cong	sono congruenti
\sim	sono simili
$\overrightarrow{AB}, \vec{a}$	vettore \overrightarrow{AB} , vettore \vec{a}
$s\vec{a}$	prodotto del vettore \vec{a} per il numero (scalare) s
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	prodotto scalare dei vettori \vec{a} e \vec{b}
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	vettori della base ortonormale
$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$	vettore di componenti (coordinate) a_1, a_2 e a_3
$ \vec{a} $	modulo del vettore \vec{a}
\vec{r}_A	raggio vettore del punto A
$A(x, y)$	il punto A di coordinate x e y
$A(x, y, z)$	il punto A di coordinate x, y e z
A	area
V	volume
S	area della superficie
R	raggio della circonferenza circoscritta al triangolo
r	raggio della circonferenza inscritta al triangolo

■ Logica

\neg	negazione
$\wedge, \&$	congiunzione
\vee	disgiunzione
\Rightarrow	implicazione
\Leftrightarrow	equivalenza
\forall	per ogni
\exists	esiste

■ Funzioni

f	funzione f
$f : A \rightarrow B$	applicazione (funzione) di A e B
$x \mapsto f(x)$	$f(x)$ è l'immagine di x
D_f	dominio della funzione f
Z_f	codominio della funzione f , insieme immagine della funzione f
f^{-1}	funzione inversa della funzione f
$f \circ g$	composizione di funzioni
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	limite della funzione per x che tende ad a
$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$	limite della successione di termine generale a_n
$f' = \frac{df}{dx}$	derivata prima della funzione f
$\int f(x)dx$	integrale indefinito della funzione f
$\int_a^b f(x)dx$	integrale definito della funzione f di estremi a e b

■ Numeri complessi

i	unità immaginaria
$\operatorname{Re} z$	parte reale del numero complesso z
$\operatorname{Im} z$	parte immaginaria del numero complesso z
$ z $	valore assoluto del numero complesso z
\bar{z}, z^*	coniugato complesso di z

■ Calcolo combinatorio. Calcolo delle probabilità. Statistica

P_n	numero delle permutazioni di n elementi senza ripetizione
$P_n^{m_1, m_2, \dots, m_k}$	numero delle permutazioni di n elementi con ripetizione
$n!$	fattoriale di n
D_n^r	numero delle disposizioni senza ripetizione di n elementi di classe r
${}^{(p)}D_n^r$	numero delle disposizioni con ripetizione di n elementi di classe r
$\binom{n}{k}$	coefficiente binomiale (n su k)
$C_n^r = \binom{n}{r}$	numero delle combinazioni senza ripetizione di n elementi di classe r
G	evento certo

N	evento impossibile
E_1, E_2, E_3, \dots	eventi elementari
A'	evento contrario dell'evento A
$A \cup B$	somma degli eventi A e B
$A \cap B, A \cdot B$	prodotto degli eventi A e B
$A \setminus B$	differenza degli eventi A e B
$A \subset B$	A è l'evento implicato di B
$P(A)$	probabilità dell'evento A
$P(A B)$	probabilità dell'evento A condizionata a B (probabilità condizionata)
\bar{x}, μ	valore medio
σ^2	varianza
σ	scarto quadratico medio

8. FORMULE ALLEGATE ALLA PROVA D'ESAME

$$\blacksquare a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$$

$$\blacksquare \text{Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: } a^2 = ca_1, b^2 = cb_1, h_c^2 = a_1b_1$$

$$\blacksquare \text{Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo: } R = \frac{abc}{4A}, r = \frac{A}{p}, p = \frac{a+b+c}{2}$$

■ Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

■ Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

■ Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

■ Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$

■ Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

■ Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

- Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

- Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$

- Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a è il semiasse reale

- Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

- Integrali:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

Nota:

Standard ISO	Simboli tradizionali
$\tan x$	$\operatorname{tg} x$
$\cot x$	$\operatorname{ctg} x$
$\arctan x$	$\operatorname{arc} \operatorname{tg} x$

9. CANDIDATI CON NECESSITÀ PARTICOLARI

L'articolo. 4 della Legge sull'esame di maturità dichiara che tutti i candidati sostengono l'esame di maturità alle stesse condizioni. Per i candidati, diversamente abili iscritti nei programmi d'istruzione in base alla decisione sull'orientamento, e per altri candidati nei casi giustificati (in caso di lesioni, di malattia), le modalità di svolgimento dell'esame vengono adeguate in corrispondenza alle loro necessità. Allo stesso modo vengono adeguate le modalità di valutazione delle loro competenze.

Sono possibili i seguenti adeguamenti:

1. sostenere l'esame in due parti, in due sessioni consecutive
2. prolungamento dei tempi delle prove d'esame (come pure quello degli intervalli che possono essere più frequenti e più brevi)
3. presentazione della prova in una forma particolare (come per esempio in scrittura Braille, con caratteri ingranditi, su dischetto e simili)
4. allestimento di un ambiente apposito
5. modifiche del piano di lavoro (migliorando la luminosità, l'altezza, l'inclinazione, ecc.)
6. uso di mezzi particolari (macchina per la scrittura Braille, particolari strumenti di scrittura, fogli - supporti per particolari grafie)
7. svolgimento dell'esame con l'aiuto di un assistente (per esempio per la lettura o per la scrittura)
8. uso del calcolatore – PC
9. modifiche all'esame orale e alla prova di ascolto (con l'esonero, con la lettura labiale, con la traduzione nel linguaggio gestuale)
10. modifica della prova pratica dell'esame (con la richiesta di forme alternative dei lavori di seminario, di esercitazioni)
10. modifiche alle modalità di valutazione (per esempio gli errori che sono conseguenza dell'handicap del candidato non si valutano, nella valutazione i valutatori esterni collaborano con gli esperti chiamati a comunicare con i candidati con disabilità specifiche).

10. BIBLIOGRAFIA

I candidati all'esame di maturità generale, in aggiunta alla bibliografia riportata, usano d'obbligo i libri di testo e i materiali di studio approvati dal Consiglio degli Esperti della Repubblica di Slovenia per l'istruzione generale. I testi e i materiali approvati sono elencati nel **Catalogo dei libri di testo per la scuola media** pubblicato sul sito internet dell'Istituto per l'educazione della Repubblica di Slovenia all'indirizzo www.zrss.si.

CATALOGO DEL PROGRAMMA DELL'ESAME DI MATURITÀ GENERALE - MATEMATICA
Commissione statale di materia per la matematica

Il catalogo è stato compilato da:

Zvonka Alt
Dragomir Benko
mag. Ivan Drnovšek
mag. Jaka Erker
Marija Fric
Darka Hvastija
Milan Jevnikar
mag. Bogdan Kejžar
dr. Damjan Kobal
Bojan Kranjc
dr. Boris Lavrič
dr. Peter Legiša
dr. Bojan Mohar
dr. Dušan Pagon
mag. Marino Pavletič
Gregor Pavlič
dr. Tomaž Pisanski
mag. Alojz Robnik
Mirko Škof
Francka Vencelj Urbanij
ddr. Janez Žerovnik

recensori:

Olga Arnuš
dr. Peter Legiša

revisione linguistica: **Helena Škrlep**

traduzione in lingua italiana di: **mag. Loredana Sabaz**

revisione per la lingua italiana: **Marino Maurel**

Il Catalogo è stato approvato dal Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje (Consiglio degli Esperti della Repubblica di Slovenia per l'istruzione generale) durante la sua 102. esima seduta in data 24. 5. 2007 ed ha validità della sessione primavera dell'anno 2009 fino a quando entra in uso quello nuovo. La validità del Programma per l'anno in cui il candidato deve sostenere l'esame di maturità è indicata nel Catalogo dell'esame di maturità generale dell'anno in corso.

edito e redatto dal

DRŽAVNI IZPITNI CENTER

Rappresentato da: **mag. Darko Zupanc**

redattrice: **Joži Trkov**

Državni izpitni center

Tutti i diritti sono riservati

impostazione grafica: Barbara Železnik Bizjak
elaborazione al computer: Dinka Petje, Nataša Poč
stampa: Državni izpitni center
Ljubljana 2007

Prezzo del catalogo: 3,80 EUR

ISSN: 1408-1776