

MATEMATICA

Programma dell'esame di maturità generale ◀

▶ Splošna matura

Il presente documento ha validità dalla sessione primaverile dell'anno **2017** fino a quando entra in uso quello nuovo.

La validità del Programma per l'anno in cui il candidato deve sostenere l'esame di maturità è indicata nel Catalogo dell'esame di maturità generale dell'anno in corso.



PROGRAMMA DELL'ESAME DI MATURITÀ GENERALE – MATEMATICA
Commissione nazionale di matematica per l'esame di maturità generale

Titolo originale: PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA SPLOŠNO MATURO – MATEMATIKA

Il catalogo è stato redatto da:

Dragomir Benko
mag. Jaka Erker
Darka Hvastija
Mateja Jan
Ana Miler
mag. Alojz Robnik
Mirko Škof
ddr. Janez Žerovnik

Recensione:

dr. Iztok Banič
Milan Jevnikar

Traduzione in lingua italiana:

mag. Loredana Sabaz

Revisione per la lingua italiana:

dr. Sergio Crasnich

La versione originale in lingua slovena del programma è stata approvata nella seduta n. 170 del Consiglio degli Esperti della Repubblica di Slovenia per l'istruzione generale (Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje) in data 21. 5. 2015. Essa ha validità a partire dalla sessione primaverile dell'anno 2017. La validità del Programma per l'anno in cui il candidato deve sostenere l'esame di maturità è indicata nel Catalogo dell'esame di maturità generale dell'anno in corso.

© Državni izpitni center, 2015
Tutti i diritti riservati.

Pubblicazione e stampa:

Državni izpitni center

Responsabile:

dr. Darko Zupanc

Redattrice:

mag. Aleš Drolc,
dr. Andrejka Slavec Gornik,
Joži Trkov

Revisione editoriale e elaborazione al computer
della traduzione italiana:

Dinka Petje

Ljubljana 2015

ISSN: 2232-4658

INDICE

1	INTRODUZIONE.....	5
2	OBIETTIVI DELL'ESAME	6
3	STRUTTURA E VALUTAZIONE DELL'ESAME	7
3.1	Schema dell'esame	7
3.2	Tipi di quesiti e valutazione	8
3.3	Criteri di valutazione dell'esame e delle sue singole parti	8
4	CONTENUTI E OBIETTIVI DELL'ESAME.....	10
4.1	Fondamenti di logica	10
4.2	Insiemi	10
4.3	Insiemi numerici	11
4.4	Espressioni algebriche, equazioni e disequazioni	13
4.5	Potenze e radicali.....	13
4.6	Geometria nel piano e nello spazio.....	14
4.7	Figure e corpi geometrici.....	15
4.8	Vettori nel piano e nello spazio	16
4.9	Sistema di coordinate ortogonali nel piano	16
4.10	Funzioni.....	17
4.11	Coniche	21
4.12	Successioni e serie	22
4.13	Calcolo differenziale	23
4.14	Calcolo integrale.....	23
4.15	Calcolo combinatorio.....	24
4.16	Calcolo delle probabilità	24
4.17	Statistica.....	25
5	ESEMPI DI QUESITI PER L'ESAME SCRITTO.....	26
5.1	Quesito a risposta breve	26
5.2	Problemi strutturati	27
6	ESAME ORALE	29
6.1	Fondamenti di logica	30
6.2	Insiemi	30
6.3	Insiemi numerici	30
6.4	Espressioni algebriche, equazioni e disequazioni	32
6.5	Potenze e radicali.....	32
6.6	Geometria nel piano e nello spazio.....	32
6.7	Figure e corpi geometrici.....	34
6.8	Vettori nel piano e nello spazio	34
6.9	Sistema di coordinate ortogonali nel piano	35

6.10	Funzioni.....	35
6.11	Coniche	39
6.12	Successioni e serie	40
6.13	Calcolo differenziale.....	40
6.14	Calcolo integrale.....	40
6.15	Calcolo combinatorio.....	41
6.16	Calcolo delle probabilità	41
6.17	Statistica.....	41
7	CANDIDATI CON NECESSITÀ PARTICOLARI.....	42
8	BIBLIOGRAFIA.....	43
9	ALLEGATI.....	44
9.1	Simboli matematici	44
9.2	Formule allegate alla prova d'esame	48

1 INTRODUZIONE

Nel Catalogo di materia dell'esame di maturità generale di Matematica (di seguito: catalogo) si definiscono le caratteristiche dell'esame in oggetto ai sensi di quanto previsto sia dalla Legge sull'esame di maturità sia dalle prescrizioni e delibere della Commissione Nazionale di maturità generale in merito alla struttura dell'esame e ai cataloghi d'esame di materia, descritti nel *Catalogo dell'esame di maturità generale* vigente. La matematica è una materia inserita nella parte comune della maturità generale ed è obbligatoria per tutti i candidati¹. I contenuti e obiettivi dell'esame sono i contenuti e gli obiettivi del curriculum di matematica per il ginnasio². L'esame di maturità generale di matematica si può sostenere a livello base (LB) e a livello superiore (LS). A livello base si valutano conoscenze e saperi di carattere generale, a livello superiore pure conoscenze e saperi specifici. Il simbolo ⇔ introduce contenuti e obiettivi valutati al livello superiore.

Nel catalogo sono elencati:

1. gli obiettivi d'esame;
2. l'articolazione e i criteri di valutazione delle prove d'esame scritta e orale in ambedue i livelli di base e superiore;
3. i sussidi permessi e gli accessori necessari;
4. gli obiettivi e i contenuti del programma di studio di matematica per i ginnasi;
5. gli esempi di domande per la prova orale;
6. i simboli e la terminologia matematica.

¹ Nel catalogo dell'esame di materia i sostantivi usati al maschile e collegati nominalmente e in modo sensato a concetti comuni e generali (ad es. candidato, valutatore) sono validi per persone di sesso femminile e maschile.

² Curriculum di Matematica [Fonte elettronica]: ginnasio: generale, classico e ginnasio professionale: materia obbligatoria e maturità (560 ore)/commissione d'esame Amalija Žakelj ... [et al.]. - Ljubljana: Ministero per l'istruzione e lo sport: Istituto per l'educazione della RS, 2008.
http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2012/programi/gimnazija/ucni_nacrti.htm

2 OBIETTIVI DELL'ESAME

L'esame verificherà se il candidato è in grado di:

- leggere un testo matematico e interpretarlo correttamente;
- rappresentare correttamente contenuti matematici in forma scritta, in tabelle, con grafici o diagrammi;
- utilizzare il calcolo numerico, stimare e scrivere un risultato con esattezza prestabilita e giudicare la sua validità;
- usare il metodo di calcolo più adatto;
- usare le tecnologie dell'informazione e della comunicazione (TCI) nella risoluzione di problemi matematici;
- utilizzare gli accessori di base per il disegno;
- interpretare, riformulare e usare correttamente affermazioni matematiche espresse verbalmente o con simboli;
- riconoscere e applicare relazioni tra oggetti geometrici a due e tre dimensioni;
- trarre deduzioni logiche dai dati matematici forniti;
- riconoscere modelli e strutture proposti in contesti diversi;
- analizzare un problema e scegliere il procedimento più idoneo per giungere alla sua soluzione;
- riconoscere e utilizzare in modo sinergico conoscenze appartenenti a settori diversi della matematica;
- combinare più abilità e tecniche matematiche nella risoluzione di problemi;
- presentare un proprio elaborato di matematica in modo logico e chiaro usando la terminologia appropriata e il simbolismo adeguato;
- applicare nella quotidianità le proprie conoscenze matematiche;
- utilizzare la matematica come mezzo di comunicazione, sottolineandone la precisione e l'efficacia comunicativa.

3 STRUTTURA E VALUTAZIONE DELL'ESAME

3.1 Schema dell'esame

LIVELLO DI BASE

► Esame scritto – prova d'esame esterna

Prova d'esame	Durata	Percentuale del voto	Valutazione	Mezzi consentiti	Allegato
1	120 minuti	80 %	esterna	Penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice tascabile ³ e strumenti geometrici (compasso e due squadrette, consentito anche un righello)	L'allegato con le formule è parte del foglio d'esame.
Totale	120 minuti	80 %			

► Esame orale – prova d'esame interna

	Durata	Percentuale del voto	Valutazione	Mezzi consentiti
3 domande brevi	fino a 20 minuti	20 %	interna	strumenti geometrici
Totale	fino a 20 minuti	20 %		

LIVELLO SUPERIORE

► Esame scritto – prova d'esame esterna

Prova d'esame	Durata	Percentuale del voto	Valutazione	Mezzi consentiti	Allegato
1	90 minuti	53,33 %	esterna	Penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice tascabile ³ e strumenti geometrici (compasso, due squadrette, consentito anche un righello)	L'allegato con le formule è parte del foglio d'esame.
2	90 minuti	26,67 %			
Totale	180 minuti	80 %			

Allo scadere del tempo previsto per la Prova d'esame 1 e prima di iniziare a risolvere la Prova d'esame 2 è prevista una pausa di 30 minuti.

► Esame orale – prova interna d'esame

	Durata	Percentuale del voto	Valutazione	Mezzi consentiti
3 domande brevi (1 o 2 domande sono precedute dal simbolo ⇔)	fino a 20 minuti	20 %	interna	strumenti geometrici
Totale	fino a 20 minuti	20 %		

³ La calcolatrice tascabile è la calcolatrice elettronica che agevola il lavoro con le operazioni di calcolo di base e non permette:
- di comunicare con l'ambiente – «mondo esterno»,
- di salvare i dati dell'ambiente ovvero del mondo esterno,
- di salvare i dati impostati in precedenza,
- di calcolare con i simboli,
- di programmare nuove funzioni,
- di tracciare i grafici delle funzioni.

3.2 Tipi di quesiti e valutazione

LIVELLO DI BASE

► Esame scritto

Prova d'esame	Tipo di quesito	Numero di quesiti	Valutazione
1	Quesiti brevi	12	ogni quesito da 5 a 8 punti
Totale		12	80 punti

► Esame orale

Tipo di quesito	Numero di quesiti	Valutazione
Domanda, di solito completata da un quesito	3	ogni domanda 4 punti
Totale	3	12 punti

LIVELLO SUPERIORE

► Esame scritto

Prova d'esame	Tipo di quesito	Numero di quesiti	Valutazione
1	Quesiti brevi	12	ogni quesito da 5 a 8 punti totale 80 punti
2	Problemi strutturati	4 I primi due problemi sono obbligatori, il candidato sceglie e risolve 1 problema tra i due rimasti.	ogni problema da 10 a 20 punti totale 40 punti

► Esame orale

Tipo di quesito	Numero di quesiti	Valutazione
Domanda, di solito completata da un quesito	3	ogni domanda 4 punti
Totale	3	12 punti

3.3 Criteri di valutazione dell'esame e delle sue singole parti

3.3.1 Ripartizione per livelli tassonomici

Livello tassonomico	Prova d'esame 1 (LB e LS)	Prova d'esame 2 (LS)	Prova orale (LB)	Prova orale (LS)
I. conoscenza	almeno 30 %	almeno 10 %	almeno 30 %	almeno 10 %
II. comprensione e applicazione	30–50 %	40–60 %	30–50 %	40–60 %
III. interpretazione individuale, valutazione, soluzione individuale di problemi nuovi	massimo 30 %	massimo 40 %	massimo 30 %	massimo 40 %
Totale	100%	100%	100%	100%

3.3.2 Criteri di valutazione delle singole parti dell'esame

► Esame scritto

I quesiti si valutano in conformità con le indicazioni per la valutazione. Si assegna un punteggio a ogni passaggio implicante il riferimento a un livello tassonomico diverso. Nella risoluzione, il percorso che porta al risultato deve essere chiaro e impostato correttamente con i calcoli intermedi e le deduzioni. Nei quesiti che prevedono una risoluzione grafica o con il disegno, ai candidati è richiesto di utilizzare gli appositi accessori geometrici.

► Esame orale

Al candidato si assegna un minimo di 0 punti e un massimo di 4 punti per la risposta a ogni domanda.

Si assegnano tutti e 4 i punti se il candidato risponde alla domanda (e, ove presente, risolve il quesito) in modo autonomo, correttamente ed esaurientemente. Il quesito che completa la domanda, risolto correttamente, porta al candidato un massimo di 2 punti.

3.3.3 Voto finale

Il voto finale dell'esame si determina dalla somma dei punti percentuali di tutte le prove d'esame (scritto e orale). La Commissione nazionale di maturità generale, su proposta della Commissione nazionale di matematica di maturità, stabilisce sia i criteri di conversione dei punti percentuali in voti (1–5) sia, per il livello superiore, i criteri di conversione dei punti percentuali in voti-punti (1–8). Tali criteri rimangono inalterati sia per la sessione primaverile sia per quella autunnale dell'esame di maturità.

4 CONTENUTI E OBIETTIVI DELL'ESAME

Il livello base della maturità generale comprende tutti i contenuti e gli obiettivi di sapere generale ai sensi del curriculum vigente. A livello superiore si valutano il sapere generale e quello specifico. All'esame di maturità, le conoscenze relative ai contenuti a scelta del curriculum non sono oggetto di verifica.

Il simbolo \Rightarrow introduce contenuti e obiettivi valutati solo al livello superiore.

4.1 Fondamenti di logica

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Dichiarazioni e simboli logici di connessione	– scrive una dichiarazione,
Dichiarazioni composte	– determina il valore logico di una dichiarazione,
Ordine delle operazioni	– scrive una dichiarazione composta con i simboli,
Tautologie	– calcola il valore logico di una dichiarazione composta con tutti i valori logici delle dichiarazioni semplici,
Dichiarazioni equivalenti	– constata l'equivalenza di due dichiarazioni.

4.2 Insiemi

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Concetti fondamentali: elemento, insieme, appartenenza dell'elemento all'insieme, sottoinsieme, insieme vuoto, insieme universo	– conosce i concetti fondamentali e indica con i simboli le relazioni tra gli elementi e gli insiemi,
Uso dei simboli	– usa le diverse rappresentazioni di un insieme,
Diagrammi di Venn	– esegue calcoli usando gli insiemi,
Intersezione, unione, differenza, complemento di insiemi	– determina l'insieme potenza di un insieme finito,
\Rightarrow Proprietà delle operazioni fra insiemi	– disegna la rete del prodotto cartesiano di due insiemi,
Insieme potenza	– applica le formule per il calcolo della potenza dell'unione di due o tre insiemi e la potenza del prodotto cartesiano di insiemi finiti.
Prodotto cartesiano di insiemi	
Potenza di un insieme	
\Rightarrow Potenza dell'insieme potenza	

4.3 Insiemi numerici

Contenuti

Obiettivi

4.3.1 Numeri naturali e numeri interi

Contenuti	Obiettivi
Operazioni di calcolo e loro proprietà	<p>Il candidato</p> <ul style="list-style-type: none">- conosce il significato dei numeri naturali, i motivi che hanno indotto a introdurre i numeri interi, gli esempi del loro utilizzo,- applica le operazioni di calcolo nell'insieme dei numeri naturali e dei numeri interi e argomenta le loro proprietà con esempi,- riporta i numeri naturali e i numeri interi sull'asse numerico,- ⇒ deduce per induzione, generalizza, dimostra o confuta la generalizzazione per induzione matematica,- utilizza la notazione decimale del numero intero,- motiva e applica i principali criteri di divisibilità,- conosce e applica le proprietà della relazione di divisibilità,- determina il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo di due o più numeri interi,- applica il teorema fondamentale della divisione dei numeri interi,- ⇒ utilizza l'algoritmo di Euclide per determinare il massimo comune divisore,- ⇒ nei problemi applica l'uguaglianza $M.C.D. \cdot m.c.m. = a \cdot b$,- ⇒ trasforma numeri in notazione decimale in numeri nel sistema binario;
Numeri primi e numeri composti	
⇒ Induzione matematica	
Notazione decimale	
Criteri di divisibilità per 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 e 10	
Relazione di divisibilità	
Massimo comune divisore e minimo comune multiplo	
Teorema fondamentale della divisione	
⇒ Algoritmo di Euclide e dipendenza tra $M.C.D.$ e $m.c.m.$	
Sistema numerico decimale	
⇒ Sistema numerico binario	

4.3.2 Numeri razionali

Operazioni di calcolo e loro proprietà	<ul style="list-style-type: none">- conosce e argomenta i motivi che hanno introdotto i numeri razionali,- riporta i numeri razionali sull'asse numerico,- esegue calcoli con i numeri razionali,- utilizza e motiva la trasformazione in numero decimale di un numero razionale e distingue tra frazioni decimali e frazioni non decimali,- esegue calcoli con numeri decimali,- utilizza le quote, le percentuali e il calcolo percentuale in esercizi della vita quotidiana e usa abilmente la calcolatrice tascabile;
Notazione decimale dei numeri razionali	
Quote e percentuali	
Calcolo percentuale	

4.3.3 Numeri reali

Numeri irrazionali	– conosce e motiva le ragioni che hanno portato all'introduzione dei numeri reali,
Numeri reali sull'asse numerico	– elenca alcuni esempi di numeri irrazionali,
Intervalli	– costruisce alcune radici quadrate con il teorema di Pitagora come esempi di numeri irrazionali,
Approssimazioni decimali finite	– interpreta l'asse numerico come asse reale,
Valore assoluto di un numero reale e sue proprietà	– arrotonda numeri decimali,
Equazioni con il valore assoluto	– collega la rappresentazione geometrica e analitica del valore assoluto dei numeri reali,
⇒ Disequazioni con il valore assoluto	– semplifica espressioni con il valore assoluto e risolve semplici equazioni,
Errore assoluto e relativo	– ⇒ risolve semplici disequazioni con il valore assoluto dei numeri reali,
	– confronta i significati di errore assoluto ed errore relativo e valuta l'errore assoluto e relativo della somma, differenza, prodotto e quoziente di due dati;

4.3.4 Numeri complessi

Rappresentazione geometrica dei numeri complessi nel piano	– conosce e argomenta i motivi che hanno portato all'introduzione dei numeri complessi,
Operazioni di calcolo e loro proprietà	– rappresenta il numero complesso nel piano complesso,
Risoluzione di equazioni a coefficienti reali	– addiziona e sottrae analiticamente e graficamente i numeri complessi,
	– moltiplica i numeri complessi,
	– ricava la regola per calcolare le potenze del numero i ,
	– collega i significati, analitico e geometrico, del valore coniugato di un numero complesso,
	– collega i significati, analitico e geometrico, del valore assoluto di un numero complesso,
	– ricava e applica la formula per la divisione dei numeri complessi,
	– calcola il valore reciproco di un numero complesso,
	– calcola anche le risoluzioni complesse di un'equazione.

4.4 Espressioni algebriche, equazioni e disequazioni

Contenuti	Obiettivi
Operazioni di calcolo con le espressioni	<p>Il candidato</p> <ul style="list-style-type: none">– confronta e distingue i significati di espressione ed equazione e di variabile e incognita,– addiziona e moltiplica le espressioni algebriche,– utilizza e argomenta i prodotti notevoli per il quadrato e il cubo di un binomio,– determina con il triangolo di Pascal le formule per le potenze di un binomio con esponente superiore a due e le applica,– riconosce e utilizza il metodo adatto per la scomposizione dell'espressione data: mettere in evidenza, differenza di quadrati, somma e differenza di cubi, le formule del <i>Viète</i>, scomposizione di un quadrinomio,– ⇒ scompone le espressioni $a^n \pm b^n$,– calcola con le equazioni algebriche (tutte e quattro le operazioni di calcolo e le espressioni con le parentesi),– applica le formule di trasformazione delle equazioni equivalenti e risolve abilmente le equazioni,– riconosce e risolve l'equazione lineare,– riconosce e risolve le equazioni razionali,– esprime abilmente le incognite in equazioni fisiche o chimiche,– ⇒ elabora l'equazione lineare con il parametro,– applica le formule di trasformazione delle disequazioni equivalenti e motiva i passaggi nella risoluzione delle disequazioni,– riconosce e risolve la disequazione lineare,– ⇒ elabora semplici disequazioni lineari con il parametro.
Potenze di espressioni	
Scomposizione di espressioni	
Calcolo con le frazioni	
Equazioni e disequazioni	
Equazione lineare	
Equazione razionale	
⇒ Equazione lineare con il parametro	
Disequazione lineare	
⇒ Disequazione lineare con il parametro	

4.5 Potenze e radicali

Contenuti	Obiettivi
Potenze con esponente naturale	<p>Il candidato</p> <ul style="list-style-type: none">– argomenta e utilizza le regole di calcolo con le potenze a esponente naturale,– argomenta e utilizza le regole di calcolo con le potenze a esponente intero e le confronta con le regole di calcolo delle potenze a esponente naturale,– spiega il significato di a^{-1} e a^{-n},
Potenze con esponente intero	
Radice n -esima	
Potenze con esponente razionale	

Contenuti

⇒ Equazioni irrazionali

Obiettivi

- utilizza le proprietà di calcolo delle radici quadrate,
- risolve l'equazione quadratica $x^2 = a$, $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$, per scomposizione e per radice quadrata,
- confronta e argomenta la risoluzione di equazioni semplici $x^n = a$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, nell'insieme dei numeri reali per scomposizione e per radice,
- spiega e utilizza l'uguaglianza $\sqrt{x^2} = |x|$,
- calcola le radici cubiche dei numeri reali esattamente (a mente) e con la calcolatrice tascabile,
- distingue tra le condizioni necessarie di esistenza della radice n -esima di un numero reale (rispetto all'esponente e al radicando),
- utilizza abilmente la calcolatrice tascabile per calcolare le radici n -esime,
- trasforma la scrittura della radice n -esima in potenza con esponente razionale,
- collega e confronta le risoluzioni di esercizi con le radici n -esime con le risoluzioni espresse con le potenze a esponente razionale,
- ⇒ riconosce l'equazione irrazionale e risolve e argomenta i passaggi nella risoluzione delle equazioni irrazionali interpretando i risultati.

4.6 Geometria nel piano e nello spazio

Contenuti

Punti, rette e circonferenze nel piano
 Distanza, segmento, retta di sostegno del segmento, asse, semiretta, angolo
 Tipi di angoli e relazioni tra angoli
 Triangolo e poligono
 Punti notevoli del triangolo
 Movimenti rigidi e congruenza
 Traslazione, simmetria, rotazione e orientazione del triangolo
 Proiezione ortogonale
 Angoli al centro e alla circonferenza
 Angolo in una semicirconferenza
 Omotetia, similitudine

Obiettivi

Il candidato

- apprende i concetti fondamentali della geometria euclidea,
- sviluppa il disegno geometrico e attraverso l'applicazione pratica apprende gli standard fondamentali della teoria matematica,
- conosce la definizione e applica le proprietà delle figure geometriche,
- utilizza la dipendenza tra angolo interno e angolo esterno di un triangolo e le relazioni tra i lati e gli angoli di un triangolo,
- utilizza la dipendenza tra l'angolo con il vertice sulla circonferenza e l'angolo al centro che insistono sullo stesso arco,
- sa distinguere tra triangoli congrui e triangoli simili,
- applica i teoremi del triangolo rettangolo,

Contenuti	Obiettivi
Teoremi del triangolo rettangolo	<ul style="list-style-type: none"> - disegna le figure geometriche con gli strumenti geometrici ⇒ e con i programmi di geometria dinamica, - fa proprie e applica le relazioni tra i lati e gli angoli di un triangolo qualsiasi usando il teorema del coseno e il teorema del seno, - indaga sui problemi geometrici con l'uso delle TIC, - sviluppa le relazioni tra punti, rette e piani nello spazio.
Parallelogramma, rombo, trapezio	
Problem solving	
Teorema del seno e del coseno	
⇒ Insieme di punti nello spazio	
Rette parallele e rette perpendicolari nel piano e nello spazio	
Proiezione ortogonale di una retta sul piano	

4.7 Figure e corpi geometrici

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Area delle figure geometriche, formula di Erone	<ul style="list-style-type: none"> - sviluppa e migliora il disegno geometrico, - applica le formule per esprimere grandezze differenti, - valuta criticamente e giudica i valori ottenuti e fa attenzione alle unità di misura, - utilizza le conoscenze della geometria del piano e risolve i problemi inerenti il raggio delle circonferenze inscritta e circoscritta al triangolo, - descrive il corpo geometrico, - applica le conoscenze delle funzioni goniometriche e della geometria ai modelli dei corpi geometrici, - risolve i problemi inerenti l'area della superficie e il volume dei corpi, valuta criticamente e giudica i risultati ottenuti e le unità di misura, - ⇒ risolve i problemi geometrici relativi ai corpi obliqui, - ⇒ determina l'asse di rotazione e analizza il solido di rotazione ottenuto secondo l'asse prescelto, - ⇒ risolve i problemi relativi al volume dei solidi di rotazione, - riconosce il problema geometrico, lo rappresenta, constata con quali concetti, variabili e dipendenze reciproche lo può risolvere, risolve il problema, commenta le risoluzioni e riflette su quanto siano sensate, - sceglie in modo autonomo e utilizza le strategie adatte alla risoluzione dei problemi geometrici introducendo gli argomenti della geometria del piano e dello spazio, - risolve i problemi geometrici applicando la trigonometria.
Raggio della circonferenza inscritta e circoscritta al triangolo	
Corpi geometrici: prisma, cilindro, piramide, cono, sfera	
Area della superficie e volume del prisma retto, del cilindro retto, della piramide retta, del cono retto e della sfera	
⇒ Principio di Cavalieri	
⇒ Corpi obliqui	
⇒ Solidi di rotazione	
Problemi matematici geometrici	

4.8 Vettori nel piano e nello spazio

Contenuti	Obiettivi
Definizione di vettore	Il candidato
Somma, prodotto scalare (forze) – interpretazione grafica	– traccia i vettori, somma e scompone i vettori graficamente e moltiplica i vettori per lo scalare,
Vettori collineari e complanari – interpretazione grafica	– apprende il calcolo con i vettori a livello grafico e per calcolo numerico,
Sviluppo dei vettori nella base (scomposizione di una forza in componenti), proiezione ortogonale – interpretazione grafica	– valuta la collinearità e la complanarità dei vettori,
Combinazione lineare di vettori	– ⇒ qualifica l'indipendenza lineare dei vettori,
⇒ Vettori linearmente indipendenti	– calcola con i vettori scomposti in componenti,
Base nel piano e nello spazio	– calcola l'angolo tra i vettori, il modulo del vettore e la proiezione ortogonale del vettore,
Sistema coordinato ortogonale nel piano e nello spazio, raggio vettore di un punto	– argomenta il parallelismo e l'ortogonalità dei vettori,
Notazione del vettore con le relative componenti	– comprende l'ortogonalità nello spazio.
Operazioni di calcolo con i vettori espressi in componenti	
Proiezione ortogonale di un vettore su di un altro vettore	
Prodotto scalare, angolo tra vettori e modulo di un vettore	
⇒ Applicazione del calcolo vettoriale nel triangolo e nel parallelogramma, rapporti, baricentro	
Connessione tra il prodotto scalare e il teorema del coseno	

4.9 Sistema di coordinate ortogonali nel piano

Contenuti	Obiettivi
Insiemi di punti nel piano	Il candidato
Distanza fra punti nel piano di coordinate	– utilizza il sistema di coordinate ortogonali nel piano,
Area del triangolo	– legge e disegna l'insieme dei punti nel piano di coordinate secondo le condizioni date,
	– applica la relazione tra la coppia ordinata e i punti nel piano,
	– calcola la distanza tra punti, calcola l'area del triangolo e inserisce le due formule nei problemi matematici.

4.10 Funzioni

Contenuti

- Definizione di funzione
- Definizione di una funzione reale e proprietà delle funzioni reali di variabile reale (iniettive, suriettive, biettive, crescenti, decrescenti, pari, dispari ...)
- Funzioni composte (compositum)
- Funzione inversa
- Trasformazioni nel piano
- Limite di una funzione
- Esempi di limiti particolari
- Funzioni continue
- ⇒ Proprietà delle funzioni continue in un intervallo chiuso
- ⇒ Determinazione degli zeri con l'uso della tecnologia

Obiettivi

- Il candidato
- apprende e applica il concetto di funzione,
 - apprende e applica i seguenti concetti: dominio e insieme immagine di una funzione, funzione iniettiva, suriettiva e biettiva,
 - traccia, analizza il grafico di una funzione con la traslazione e la dilatazione,
 - utilizza la traslazione, le simmetrie e le dilatazioni nella risoluzione dei problemi,
 - constata l'esistenza della funzione inversa su esempi semplici, la scrive e traccia il grafico della funzione inversa di una funzione data,
 - ⇒ analizza e traccia il grafico della funzione che contiene il valore assoluto,
 - traccia il grafico della funzione a dominio composto,
 - spiega il concetto di limite in un dato punto in esempi scelti adeguatamente che siano rappresentazioni grafiche, tabellari o analitiche delle funzioni,
 - calcola il limite della funzione e spiega il significato del valore del limite ottenuto,
 - spiega il significato di limite all'infinito,
 - distingue il limite di una funzione all'infinito dal limite infinito,
 - utilizza il limite per il calcolo degli asintoti di una funzione,
 - riconosce una funzione continua data con il suo grafico,
 - ⇒ spiega la funzione continua analizzandola come funzione,
 - determina gli intervalli nei quali la funzione data risulta continua,
 - ⇒ deduce le proprietà di una funzione continua concreta in un intervallo chiuso,
 - ⇒ determina lo zero o un punto sulla curva con esattezza prestabilita usando le tecnologie;

4.10.1 Funzione lineare

- Definizione e proprietà della funzione lineare, grafico della funzione lineare
- Equazione della retta nel piano
- Angolo tra rette
- Equazione lineare

- scrive la funzione lineare e traccia il suo grafico,
- conosce e utilizza il significato dei coefficienti nella funzione lineare,
- interpreta e utilizza il grafico della funzione lineare nelle situazioni pratiche,

Contenuti	Obiettivi
Disequazione lineare	– calcola l'angolo tra rette,
Sistema di equazioni lineari	– conosce il significato delle diverse forme dell'equazione della retta,
⇒ Metodo a eliminazione di Gauss	– riconosce nel testo una dipendenza lineare e scrive l'equazione lineare,
⇒ Sistema di disequazioni lineari	– risolve l'equazione lineare,
Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione lineare	– ⇒ elabora equazioni lineari semplici, disequazioni e sistemi di equazioni lineari,
	– imposta la risoluzione di un problema con un sistema di equazioni e lo risolve,
	– risolve problemi semplici della vita quotidiana e li interpreta adeguatamente,
	– applica la funzione lineare a problemi semplici della vita quotidiana;

4.10.2 Funzione potenza

Definizione e proprietà della funzione potenza con esponente naturale

Definizione e proprietà della funzione potenza con esponente negativo intero

Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione potenza

- riconosce una dipendenza a potenza e la distingue da altre dipendenze (proporzionalità diretta ...),
- traccia e analizza il grafico della funzione potenza con l'aiuto delle trasformazioni,
- scrive e modella i fenomeni reali con la funzione potenza e li sceglie criticamente,

4.10.3 Funzione radice

Definizione, proprietà e grafico della funzione radice

- interpretazione della funzione radice come funzione inversa della funzione potenza;

4.10.4 Funzione quadratica

Definizione, proprietà e grafico della funzione quadratica

Trascrizione della funzione quadratica nelle varie forme

⇒ Applicazione della funzione quadratica – problemi di massimo e minimo

Formule del Viète

Equazione quadratica

Intersezione tra parabola e retta

Intersezione di due parabole

Disequazione quadratica

⇒ Sistema di disequazioni quadratiche

- scrive la funzione quadratica con dati diversi e ne traccia il grafico,
- interpreta e utilizza il grafico della funzione quadratica in situazioni reali,
- risolve l'equazione e la disequazione quadratica,
- traduce un problema in equazione o disequazione quadratica e lo risolve,
- legge un testo matematico, lo analizza e lo rappresenta,
- ⇒ descrive e rappresenta esempi della vita quotidiana applicando la funzione quadratica;

- ⇒ Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione quadratica

4.10.5 Funzione esponenziale

- Definizione, proprietà e grafico della funzione esponenziale
- Equazione esponenziale
- ⇒ Risoluzione grafica della disequazione esponenziale
- Crescita esponenziale
- Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione esponenziale

- riconosce e distingue la dipendenza esponenziale dagli altri tipi di dipendenze,
- conosce e applica le proprietà della funzione esponenziale,
- traccia il grafico della funzione esponenziale,
- applica le traslazioni e le dilatazioni del grafico della funzione esponenziale,
- confronta la crescita potenziale e la crescita esponenziale,
- riconosce e risolve l'equazione esponenziale,
- descrive e rappresenta esempi della vita quotidiana applicando la funzione esponenziale;

4.10.6 Funzione logaritmica

- Definizione, proprietà e grafico della funzione logaritmica
- Logaritmo e proprietà di calcolo dei logaritmi
- Logaritmo decimale e naturale
- ⇒ Trasformazione di base logaritmica
- Equazioni logaritmiche
- ⇒ Lettura di scale logaritmiche
- ⇒ Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione logaritmica

- conosce e applica le proprietà della funzione logaritmica,
- traccia il grafico della funzione logaritmica,
- applica la dipendenza tra funzione esponenziale e funzione logaritmica,
- utilizza le traslazioni e le dilatazioni del grafico della funzione logaritmica,
- applica le formule di calcolo con i logaritmi,
- riconosce il numero e e il logaritmo naturale,
- riconosce e risolve l'equazione logaritmica,
- confronta la crescita esponenziale e la crescita logaritmica,
- ⇒ descrive e rappresenta esempi della vita quotidiana applicando la funzione logaritmica;

4.10.7 Funzione polinomiale

- Definizione, proprietà e grafico della funzione polinomiale
- Operazioni di calcolo con i polinomi
- Teorema fondamentale della divisione di polinomi
- Zeri delle funzioni polinomiali
- Teorema fondamentale dell'algebra e sue

- riconosce come casi particolari della funzione polinomiale la funzione lineare e la funzione quadratica,
- calcola con i polinomi,
- utilizza il teorema fondamentale della divisione dei polinomi,
- applica il teorema della divisione del polinomio per un polinomio lineare,

Contenuti	Obiettivi
conseguenze	– utilizza l'algoritmo di Horner nella ricerca degli zeri della funzione polinomiale,
Algoritmo di Horner	– utilizza le proprietà dei polinomi nei problemi,
Analisi del grafico della funzione polinomiale	– traccia e interpreta il grafico della funzione polinomiale,
Equazioni polinomiali	– ⇒ applica il metodo di bisezione,
Disequazioni polinomiali	– ⇒ applica il metodo di bisezione,
⇒ Metodo di bisezione	– risolve le equazioni e disequazioni polinomiali;
⇒ Modellazione di fenomeni reali con i polinomi	

4.10.8 Funzione razionale

Definizione, proprietà e grafico della funzione razionale	– conosce e applica le proprietà delle funzioni razionali,
Zeri, poli e asintoti	– traccia e interpreta il grafico della funzione razionale,
Equazioni razionali	– risolve equazioni razionali,
⇒ Disequazioni razionali	– ⇒ risolve disequazioni razionali;

4.10.9 Funzioni goniometriche

Definizione e proprietà delle funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo	– scrive e utilizza le funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo,
Definizione delle funzioni goniometriche nella circonferenza trigonometrica	– ricava i valori delle funzioni goniometriche per 0° , 30° , 45° , 60° , 90° ,
Proprietà e grafici delle funzioni goniometriche	– ricava e utilizza le dipendenze tra le funzioni goniometriche di uno stesso angolo,
Trasformazione dei grafici delle funzioni goniometriche	– utilizza la calcolatrice tascabile,
Teoremi di addizione	– utilizza i valori delle funzioni goniometriche per angoli qualsiasi,
Problem solving	– conosce e applica le proprietà delle funzioni goniometriche,
⇒ Formule di prostaferesi e del Werner	– conosce e spiega i concetti adottando rappresentazioni diverse (tabelle di valori, grafici, circonferenza trigonometrica, analiticamente),
Calcolo del valore delle funzioni circolari	– applica le trasformazioni dei grafici delle funzioni goniometriche,
⇒ Grafici e proprietà delle funzioni circolari	– traccia e interpreta i grafici delle funzioni goniometriche,
Equazioni trigonometriche	– utilizza i teoremi di addizione,
⇒ Le funzioni goniometriche nella scienza e nella tecnologia	– utilizza le formule di duplicazione,
	– applica le formule di duplicazione (⇒ di bisezione) nelle equazioni trigonometriche e nei problemi,
	– ⇒ fattorizza le espressioni e le sa utilizzare nelle equazioni,
	– calcola i valori delle funzioni circolari,

Contenuti**Obiettivi**

- ⇒ fa lo schizzo del grafico delle funzioni circolari,
- risolve le equazioni trigonometriche,
- interpreta e analizza le risoluzioni analitiche rispetto al problema dato,
- applica le funzioni goniometriche in situazioni problematiche dove è previsto il calcolo dell'angolo,
- risolve problemi semplici, composti, autentici e originali.

4.11 Coniche

Contenuti**Obiettivi**

- Scrittura algebrica delle curve di II grado
- Circonferenza centrata e traslata
- Ellisse centrata e traslata
- Iperbole centrata all'origine
- Parabola riferita al vertice
- ⇒ Iperboli e parabole traslate
- ⇒ Rette tangenti alle coniche

Il candidato

- descrive esempi di coniche in natura,
- confronta e utilizza le definizioni: analitica e geometrica di ogni conica,
- interpreta la circonferenza come caso particolare dell'ellisse e ⇒ ricava l'equazione dell'ellisse dall'equazione della circonferenza per dilatazione lungo l'asse prescelto,
- analizza l'equazione e traccia il grafico della circonferenza e dell'ellisse centrate e traslate,
- analizza l'equazione e traccia il grafico dell'iperbole centrata e della parabola riferita al vertice,
- analizza forme diverse dell'equazione della parabola,
- ⇒ costruisce le coniche,
- ⇒ traccia le coniche usando anche il software adatto,
- ⇒ analizza il grafico della parabola e dell'iperbole traslate,
- ⇒ analizza l'equazione dell'iperbole e della parabola traslate,
- ⇒ elabora graficamente e analiticamente la retta tangente a una conica,
- determina analiticamente e graficamente l'intersezione delle coniche con una retta e l'intersezione tra coniche centrate all'origine,
- argomenta adeguatamente i risultati ottenuti per elaborazione analitica delle intersezioni,
- ⇒ risolve i problemi.

4.12 Successioni e serie

Contenuti

Definizione di successione
Proprietà delle successioni (finita, infinita, monotona, limitata, convergente ...)
Successione aritmetica
Successione geometrica
Somma dei primi n termini di una successione aritmetica e somma dei termini di una successione geometrica
Limite di una successione
Serie
Serie geometrica convergente
Calcolo dell'interesse
Annuità
Piano d'estinzione di mutui e prestiti

Obiettivi

- Il candidato
- riporta l'esempio, deduce per induzione, generalizza e continua ad elencare i termini di una successione,
 - determina e scrive la dipendenza tra i termini di una successione,
 - scrive i termini di una successione dati i termini iniziali e con la formula ricorsiva,
 - constata e analizza le proprietà di successioni date in forme diverse (in rappresentazioni numeriche, grafiche, analitiche ...),
 - legge e rappresenta successioni date in forme diverse,
 - applica le proprietà delle successioni,
 - ipotizza e calcola il limite di una successione,
 - distingue tra successione e serie,
 - distingue fra i concetti di serie convergente e serie divergente,
 - calcola la somma di n termini di una successione,
 - calcola la somma della serie geometrica,
 - distingue l'interesse semplice da quello composto,
 - distingue fra tasso conforme e tasso relativo,
 - utilizza il principio d'equivalenza dei capitali,
 - individua i casi reali del calcolo dell'interesse, esprime le aspettative e formula decisioni in base ai calcoli simulati,
 - calcola l'importo delle rate ed elabora il piano d'estinzione di mutui e prestiti.

4.13 Calcolo differenziale

Contenuti	Obiettivi
Quoziente differenziale, derivata, significato geometrico della derivata	Il candidato
Proprietà delle derivate, derivate delle funzioni elementari	– descrive i concetti del calcolo differenziale usando rappresentazioni grafiche, numeriche o analitiche,
Applicazione della derivata	– calcola il valore del quoziente differenziale,
Estremi, crescita e decrescenza della funzione	– calcola il limite del quoziente differenziale,
⇒ Seconda derivata della funzione	– spiega il significato geometrico di derivata,
⇒ Flesso, convessità e concavità di una funzione	– ⇒ ricava semplici proprietà di derivazione utilizzando la definizione di derivata,
⇒ Funzioni derivabili continue	– ⇒ ricava le derivate delle funzioni usando le proprietà delle derivate,
Problemi di massimo e minimo	– deriva le funzioni elementari e il compositum di funzioni,
⇒ Modellazione di problemi reali e loro risoluzione con il metodo del calcolo differenziale	– ⇒ calcola la derivata delle funzioni,
	– determina i punti di (non)derivabilità dal grafico,
	– collega le proprietà della funzione alla sua derivata (ipotizza le proprietà, fa lo schizzo del grafico ...),
	– scrive l'equazione della retta tangente e della normale in un punto dato della curva,
	– calcola l'angolo tra le curve,
	– analizza la funzione con la derivata (spiega gli estremi, determina gli intervalli di crescita e decrescenza) e ne traccia il grafico,
	– ⇒ collega il concetto di funzione continua e funzione derivabile in un dato intervallo,
	– risolve un problema semplice di massimo e minimo,
	– ⇒ risolve un problema reale di massimo e minimo e lo interpreta adeguatamente.

4.14 Calcolo integrale

Contenuti	Obiettivi
Integrale indefinito (funzione primitiva)	Il candidato
Proprietà dell'integrale indefinito	– spiega la relazione tra la derivata della funzione e l'integrale indefinito,
⇒ Introduzione di una nuova variabile	– conosce la tabella degli integrali delle funzioni elementari e la corrispondenza con la tabella delle derivate,
⇒ Integrazione »per partes«	– applica le proprietà dell'integrale indefinito,
⇒ Integrazione della funzione razionale	– ⇒ sa integrare introducendo una nuova variabile,
Integrale definito	– ⇒ sa integrare »per partes«,

Contenuti	Obiettivi
Proprietà dell'integrale definito	– ⇒ calcola l'integrale delle funzioni razionali (scomponendole in frazioni parziali),
Relazione tra l'integrale definito e l'integrale indefinito	– conosce il significato geometrico dell'integrale definito,
Applicazione dell'integrale definito (aree, ⇒ volume dei solidi di rotazione ...)	– applica le proprietà dell'integrale definito,
	– utilizza la relazione tra integrale indefinito e integrale definito,
	– risolve problemi matematici e reali semplici.

4.15 Calcolo combinatorio

Contenuti	Obiettivi
Teorema fondamentale del calcolo combinatorio, albero combinatorio	Il candidato
Regola della somma	– calcola $n!$,
Permutazioni	– distingue concetti diversi del calcolo combinatorio,
Permutazioni con ripetizione	– calcola il valore del coefficiente binomiale,
Disposizioni	– sviluppa la potenza di un binomio.
Disposizioni con ripetizione	
Combinazioni	
Teorema del binomio	
Triangolo di Pascal	

4.16 Calcolo delle probabilità

Contenuti	Obiettivi
Concetti fondamentali del calcolo delle probabilità: prova, evento, spazio campione	Il candidato
Calcolo con eventi	– scrive gli eventi e calcola con essi,
Probabilità soggettiva, probabilità empirica, probabilità matematica, probabilità di un evento	– cerca tutti gli eventi di una prova,
Calcolo della probabilità di eventi complementari, somma di eventi	– distingue tra probabilità soggettiva, empirica e matematica,
⇒ Probabilità condizionata	– comprende e collega la probabilità empirica a quella matematica,
⇒ Probabilità del prodotto, eventi indipendenti	– conosce e applica la definizione di probabilità matematica,
⇒ Successione di eventi indipendenti	– calcola la probabilità di un evento conoscendo la probabilità degli eventi che lo compongono,
Distribuzione normale	– ⇒ distingue i concetti di eventi incompatibili ed eventi indipendenti,
	– utilizza lo spazio campione.

4.17 Statistica

Contenuti

Concetti statistici fondamentali
Tipi di dati statistici
Rilevazione di dati
Spoglio ed elaborazione dei dati
Rappresentazione dei dati (diagramma a barre, diagramma a segmenti, areogramma, istogramma, diagramma a dispersione, diagramma a linee e a curva, box-plot)
Media aritmetica, mediana, moda
Varianza, deviazione standard, quartili
Indagine statistica

Obiettivi

Il candidato

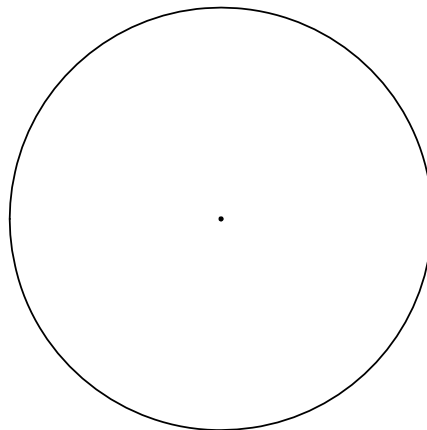
- distingue tra caratteristica esaminata (variabile), l'unità, il valore della variabile, il campione, la popolazione,
- riconosce la caratteristica esaminata dell'unità,
- distingue fra dati qualitativi o modalità, fra i dati di serie o ordinali e fra i dati quantitativi o numerici,
- raccoglie dati, li ordina e li struttura,
- sceglie il diagramma adatto per la rappresentazione dei dati,
- legge, interpreta ed elabora i diagrammi statistici,
- sviluppa un rapporto critico nell'interpretazione dei risultati,
- conosce e utilizza metodi diversi di rilevazione dei dati,
- sceglie il metodo adatto di rilevazione a seconda della tipologia dei dati,
- calcola, valuta e interpreta il valore medio, la moda e la mediana come misure di dati omogenei,
- valuta le dipendenze semplici tra le variabili statistiche,
- calcola, valuta e interpreta la varianza, la deviazione standard e i quartili come misure di dispersione o di variabilità dei dati,
- applica le conoscenze relative alla gestione dei dati nell'intero processo della ricerca empirica (sceglie il tema, imposta il questionario, rileva i dati, ne fa lo spoglio e l'elaborazione, li analizza, li rappresenta e interpreta i risultati).

5 ESEMPI DI QUESITI PER L'ESAME SCRITTO

5.1 Quesito a risposta breve

Nel cerchio di raggio $r = 3$ cm inscrivete l'esagono regolare $ABCDEF$. Tracciate il vettore $\vec{x} = \vec{AB} + 2\vec{BC}$ e calcolate il suo modulo. Esprimete il risultato in millimetri.

(7 punti)



Quesito	Punti	Risoluzione	Indicazioni aggiuntive
1	3		disegno dell'esagono ... 1 punto disegno del vettore \vec{x} ... 2 punti (solo il vettore $2\vec{BC}$... 1 punto)
Procedimento 1			
	1	♦ formula del teorema del coseno	
	1	♦ introduzione delle lunghezze dei due lati del triangolo	
	1	♦ constatazione che l'angolo nel vertice B misura 120°	
	1	♦ il risultato ad es. $ \vec{x} \doteq 7,9 \text{ cm} = 79 \text{ mm}$	
Procedimento 2			
	1	♦ l'impostazione, ad es. $ \vec{x} ^2 = (\vec{AB} + 2\vec{BC}) \cdot (\vec{AB} + 2\vec{BC})$	
	1	♦ la constatazione $ \vec{AB} = 3$, $ \vec{BC} = 3$, l'angolo tra \vec{AB} e \vec{BC} misura 60°	
	*1	♦ considerando $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \vec{AB} \cdot \vec{BC} \cdot \cos 60^\circ$	
	1	♦ il risultato ad es. $ \vec{x} \doteq 7,9 \text{ cm} = 79 \text{ mm}$	
Totale	7		

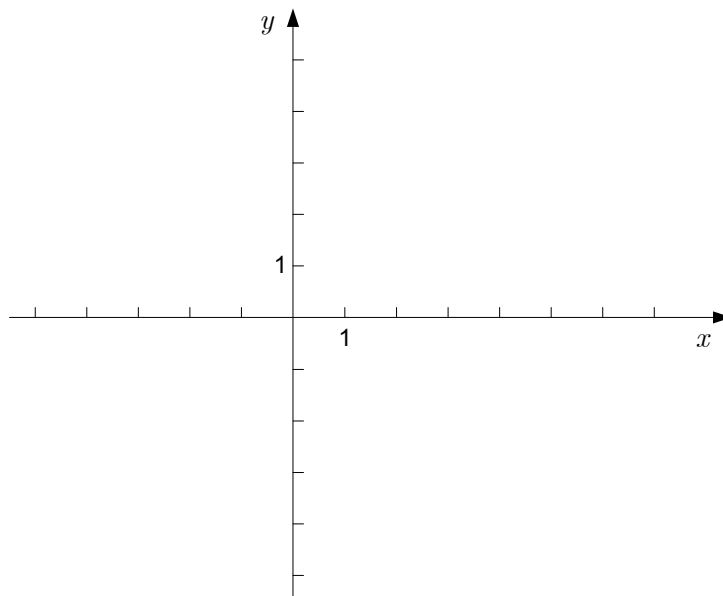
Nota: *1 punto inteso come punto di procedimento.

5.2 Problemi strutturati

1. È data la funzione $f(x) = \sqrt{x}$.

1.1 Tracciate il grafico della funzione $g(x) = 2f(x) - 3$. Scrivete e l'insieme di definizione immagine della funzione g e calcolate il suo zero.

(4 punti)



1.2 Attraverso il punto $T(4, y_1)$ passa la normale alla curva $y = 2\sqrt{x} - 3$. Scrivete l'equazione della normale.

(4 punti)

1.3 Sia $h(x) = f(x) + a$, dove $a \in \mathbb{R}^+$. Determinate a in modo che l'area della figura delimitata dal grafico della funzione h e l'asse x nell'intervallo $[0, 4]$ sia uguale a $\frac{20}{3}$.

(4 punti)

1.4 Sia $u(x) = f(x + b)$, dove $b \in \mathbb{R}^+$. Determinate b in modo che l'area della figura delimitata dal grafico della funzione u , l'asse x e l'asse y sia uguale a $\frac{54}{3}$.

(4 punti)

Quesito	Punti	Soluzione	Indicazioni aggiuntive
1.1	1	<p>♦ il grafico della funzione g</p>	
	1	♦ l'insieme di definizione della funzione, ad es. $D_g = [0, \infty)$	
	1	♦ l'insieme immagine della funzione, ad es. $I_f = [-3, \infty)$	

	1	♦ lo zero della funzione $\frac{9}{4}$	
Totale	4		
1.2	1	♦ calcolo della derivata, ad es. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$	
	*1	♦ calcolo del coefficiente angolare: $k_t = \frac{1}{2}$	
	1	♦ scrittura o uso della formula $k_n = -\frac{1}{k_t}$	
	1	♦ l'equazione della normale $y = -2x + 9$	
Totale	4		
1.3	2	♦ $A = \int_0^4 (\sqrt{x} + a) dx = \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + ax \right) \Big _0^4$	1 + *1
	*1	♦ l'equazione, ad es. $\frac{2}{3} \cdot 8 + 4a = \frac{20}{3}$	
	1	♦ il risultato $a = \frac{1}{3}$	
Totale	4		
1.4	2	♦ $A = \int_{-b}^0 \sqrt{x+b} dx = \frac{2}{3} (x+b)^{\frac{3}{2}} \Big _{-b}^0$	1 + 1
	*1	♦ l'equazione, ad es. $\frac{2}{3} b^{\frac{3}{2}} = \frac{54}{3}$	
	1	♦ il risultato $b = 9$	
Totale	4		

6 ESAME ORALE

Il candidato sostiene la prova orale davanti alla commissione d'esame scolastica. Essa vigila sulla correttezza della procedura, valuta la prova del candidato in punti ed è responsabile del calcolo di questi ultimi.

Il candidato risponde alle domande della scheda d'esame per la prova orale. La scheda contiene tre domande scelte dalla Commissione nazionale di maturità generale per la matematica. Le domande teoriche sono di solito completate da un esercizio.

L'esaminatore può porre al candidato delle domande aggiuntive con cui articolare quelle della scheda, senza però uscire dall'argomento trattato nella domanda o nell'esercizio della scheda.

Il candidato ha il diritto di potersi preparare fino a 15 minuti per la prova orale e ha il diritto di cambiare una volta la scheda d'esame. La durata massima della prova orale d'esame è di 20 minuti.

► Esempio di scheda d'esame per il LB

1. Definite il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo di due numeri interi. Come si calcolano? Quando due numeri sono primi fra loro?

Esercizio: Calcolate il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo dei numeri 630 e 168.

2. Definite la funzione radice $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$). Tracciate il grafico per $n = 2$, $n = 3$ ed elencate i loro insiemi di definizione e i loro insiemi immagine.

3. Che cos'è la somma di eventi e che cos'è l'evento complementare? Come si calcola la probabilità dell'evento complementare e la probabilità della somma di eventi?

Quesito: Gettiamo un dado da gioco non truccato. L'evento A si realizza se cade un numero pari di punti, l'evento B invece se cadono più di 2 punti. Calcolate la probabilità degli eventi $A \cup B$ e \bar{B} .

► Esempio di scheda d'esame per il LS

1. \Rightarrow Definite la funzione $f(x) = \arccos x$. Che cos'è il suo insieme di definizione e che cos'è il suo insieme immagine? Tracciate il grafico della funzione f .

Quesito: Calcolate i valori $\arccos \frac{1}{2}$, $\arccos 0$, $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ e $\arccos(-1)$.

2. \Rightarrow Esprimete le coordinate del baricentro del triangolo ABC (nello spazio) con le coordinate dei vertici A , B e C . Ricavate la formula utilizzando i vettori.

3. Come si calcola l'area della figura delimitata dai grafici di due funzioni con l'integrale definito?

Quesito: Calcolate l'area della figura delimitata dai grafici delle funzioni $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2 - 2x - 3$.

Seguono gli esempi scritti delle domande per la prova orale dell'esame. La Commissione Nazionale di maturità generale per la matematica si riserva di cambiare, scartare o completare le domande per la prova orale d'esame.

6.1 Fondamenti di logica

1. Che cos'è una dichiarazione? Che cos'è la negazione di una dichiarazione? Che cosa sono la congiunzione e la disgiunzione di due dichiarazioni? Spiegate come si valuta il valore di verità di una negazione, di una congiunzione e di una disgiunzione.
2. Che cos'è l'implicazione fra due dichiarazioni? Che cos'è l'equivalenza tra dichiarazioni? Come si valuta il valore di verità dell'implicazione e dell'equivalenza?

6.2 Insiemi

1. Che cos'è l'insieme vuoto? Che cos'è l'insieme universo? Che cos'è il complemento di un insieme? Che cos'è la differenza tra due insiemi?
2. Quando due insiemi sono uguali? Che cos'è un sottoinsieme? Che cosa sono l'unione e l'intersezione di insiemi?
⇒ L'insieme A ha n elementi, l'insieme B ha m elementi. Quanti elementi contano gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$?
3. ⇒ Che cos'è il prodotto cartesiano fra due insiemi? Come si rappresenta graficamente il prodotto cartesiano? L'insieme A ha n elementi, l'insieme B ha m elementi. Quanti elementi ha $A \times B$?
4. ⇒ Che cos'è l'insieme potenza? Quanti sottoinsiemi ha un insieme di n elementi?

6.3 Insiemi numerici

6.3.1 Numeri naturali e numeri interi

1. Elencate le operazioni di calcolo fondamentale e le loro proprietà negli insiemi \mathbb{N} e \mathbb{Z} .
2. Definite i numeri pari e i numeri dispari. Dimostrate che:
a) la somma di due numeri dispari è un numero pari;
b) il quadrato di un numero dispari è un numero dispari.
3. Definite i numeri primi e i numeri composti. Scrivete l'insieme di tutti i numeri primi minori di 20. Descrivete la scomposizione di un numero naturale in fattori primi.
4. ⇒ Spiegate il principio d'induzione matematica.
5. Definite la relazione di divisibilità $(a|b)$ in \mathbb{N} ed elencate le sue proprietà.
6. Definite il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo di due numeri interi. Come li calcoliamo? Quando due numeri sono primi fra loro?
7. ⇒ Che cos'è l'algoritmo di Euclide e in che contesto lo usiamo?
8. Enunciate il teorema fondamentale della divisione. Che cosa si deduce dei numeri a e b se nella divisione del numero a con il numero b il resto è uguale a 0?
9. Elencate i criteri di divisibilità per i numeri 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10.
⇒ Ricavate i criteri di divisibilità per i numeri 2 e 4.

6.3.2 Numeri razionali

10. Che cos'è la frazione? Quando due frazioni rappresentano uno stesso numero razionale? Definite le operazioni di calcolo con le frazioni ed elencate le loro proprietà.
11. \Rightarrow Come è ordinato l'insieme \mathbb{Q} ? Dimostrate che tra due numeri razionali c'è sempre almeno un numero razionale.
12. Come scriviamo un numero razionale in notazione decimale? Quando il numero decimale è finito?
13. Spiegate i seguenti concetti: rapporto, intero, quota, quota relativa e percentuale.

6.3.3 Numeri reali

14. Quali numeri reali sono razionali e quali numeri reali sono irrazionali? Come si scrivono in notazione decimale i primi e come i secondi?
15. \Rightarrow Elencate alcuni esempi di numeri irrazionali. Come vengono scritti usando i numeri decimali? Dimostrate che $\sqrt{2}$ non è un numero razionale.
16. Definite l'asse numerico. Come rappresentiamo i numeri razionali e i numeri reali sull'asse numerico?
17. Che cosa sono gli intervalli (definizione e rappresentazione sull'asse numerico, tipi di intervalli)?
18. Definite il valore assoluto di un numero reale ed elencate le sue proprietà fondamentali.
19. \Rightarrow Che cosa sono l'errore assoluto e l'errore relativo di un valore approssimato?

6.3.4 Numeri complessi

20. Elencate i motivi che hanno portato all'introduzione dei numeri complessi e definite l'insieme \mathbb{C} .
21. Elencate le operazioni di calcolo in \mathbb{C} e spiegate le loro proprietà.
22. Definite il valore assoluto di un numero complesso ed elencate le sue proprietà.
23. Definite il valore coniugato di un numero complesso \bar{z} ed elencate le proprietà del valore coniugato.
24. \Rightarrow Dimostrate che il valore coniugato di una somma di due numeri complessi è uguale alla somma dei loro valori coniugati.
25. \Rightarrow Dimostrate che il valore coniugato del prodotto di due numeri complessi è uguale al prodotto dei loro valori coniugati.
26. Come si rappresentano i numeri complessi nel piano complesso? Evidenziate nel piano complesso le operazioni fondamentali in \mathbb{C} : addizione, moltiplicazione per (-1) , moltiplicazione per un numero reale positivo, coniugazione.
27. \Rightarrow Determinate nel piano complesso l'insieme di tutti i numeri complessi con:
 - a) un valore assoluto dato,
 - b) una parte reale data,
 - c) una parte immaginaria data,
 - d) la parte reale uguale alla parte immaginaria.

6.4 Espressioni algebriche, equazioni e disequazioni

1. \Rightarrow Scomponete l'espressione $a^n - b^n$ ($n \in \mathbb{N}$) e verificate la correttezza di tale scomposizione.
2. \Rightarrow Scomponete l'espressione $a^n + b^n$, n è un numero naturale dispari e verificate la correttezza di tale scomposizione. Scomponete l'espressione se $n = 3$ e $n = 5$.
3. Che cos'è la risoluzione di un'equazione? Quando due equazioni sono equivalenti? Descrivete i passaggi che traducono un'equazione in una equivalente.
4. Che cos'è la risoluzione di una disequazione? Descrivete il procedimento per risolvere una disequazione.

6.5 Potenze e radicali

1. Elencate e argomentate le regole di calcolo con le potenze con esponente naturale.
2. Definite la potenza con esponente intero negativo ed elencate le regole di calcolo con le potenze con esponente intero.
3. Definite la radice n -esima. Elencate le proprietà di calcolo delle radici.
4. Definite la potenza con base positiva ed esponente razionale, elencate le regole di calcolo relative a queste potenze.

6.6 Geometria nel piano e nello spazio

1. Elencate alcuni postulati relativi agli enti geometrici fondamentali: punto, retta e piano.
2. Quando due rette sono parallele? Quali proprietà ha il parallelismo delle rette nel piano? Enunciate il postulato delle rette parallele.
3. Quali sono le possibili relazioni tra:
 - a) due rette nello spazio,
 - b) due piani nello spazio,
 - c) retta e piano nello spazio?
4. Definite il segmento e la lunghezza del segmento, la retta di sostegno del segmento e l'asse del segmento (nel piano). Che cosa sono la semiretta, il semipiano e il semispazio?
5. Definite la proiezione ortogonale:
 - a) di un punto sulla retta,
 - b) di un segmento sulla retta se la retta e il segmento appartengono allo stesso piano,
 - c) di un punto sul piano,
 - d) di un segmento sul piano.
6. Che cos'è l'insieme dei punti nel piano che sono:
 - a) distanti di a da un dato punto nel piano,
 - b) equidistanti da due punti del piano,
 - c) distanti di a da una data retta nel piano?
7. \Rightarrow Definite i movimenti rigidi nel piano. Elencate i movimenti rigidi e rappresentateli con gli esempi.
8. Quando tre punti definiscono un piano? Come possiamo ancora definire un piano nello spazio?

9. Definite il concetto di angolo e spiegate il significato delle seguenti espressioni: lato, vertice, angolo nullo, angolo retto, angolo piatto e angolo giro, angolo acuto e angolo attuso. Quali unità di misura conoscete per esprimere l'ampiezza di un angolo?
10. Definite la congruenza degli angoli. Che cosa si deduce sulle coppie di angoli con lati paralleli o lati perpendicolari fra loro?
11. \Rightarrow Definite l'angolo tra rette, l'angolo tra una retta e un piano e l'angolo tra piani. Quando due piani sono ortogonali tra loro?
12. \Rightarrow Quando una retta è perpendicolare a un piano? Che cosa deducete se:
 - a) due rette sono perpendicolari allo stesso piano,
 - b) due piani sono perpendicolari a una stessa retta?
13. Che cos'è il triangolo? Quando tre numeri possono essere le lunghezze dei lati di un triangolo? Quale relazione sussiste tra i lati e gli angoli a essi opposti?
14. Definite l'angolo interno e l'angolo esterno a un triangolo. Dimostrate che la somma degli angoli interni di un triangolo è di 180° . Quant'è la somma degli angoli esterni di un triangolo?
15. Definite i seguenti concetti relativi al triangolo: mediana, altezza, asse del lato, bisettrice dell'angolo, incentro, circocentro, baricentro e ortocentro.
16. Descrivete la costruzione
 - a) della circonferenza circoscritta,
 - b) della circonferenza inscritta al triangolo.
17. \Rightarrow In un triangolo rettangolo tracciamo l'altezza all'ipotenusa. Quanti triangoli simili potete osservare? Argomentate la vostra risposta. Ricavate il teorema di Euclide.
18. \Rightarrow In un triangolo rettangolo tracciamo l'altezza all'ipotenusa. Quanti triangoli simili potete osservare? Argomentate la vostra risposta. Ricavate il teorema dell'altezza.
19. Enunciate i teoremi di congruenza dei triangoli.
20. Quando due triangoli sono simili? Elencate alcuni teoremi sui triangoli simili. Che cosa si può dedurre sul perimetro e sull'area dei triangoli simili?
21. Enunciate il teorema del coseno e il teorema di Pitagora. Quando si applicano?
22. \Rightarrow Dimostrate il teorema del coseno. Come si trasforma il teorema del coseno nel triangolo rettangolo?
23. Enunciate il teorema del seno. Quando si applica?
24. \Rightarrow Dimostrate che nel triangolo ABC vale l'uguaglianza $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$.
25. Definite il parallelogramma. Elencate esempi particolari.
26. \Rightarrow Dimostrate che in un parallelogramma le diagonali si dimezzano scambievolmente.
27. \Rightarrow Dimostrate che in un rombo le diagonali sono ortogonali tra loro.
28. Definite il trapezio e il trapezio isoscele ed elencate le loro proprietà. Che cos'è la semisomma delle basi di un trapezio? Come si calcola l'area di un trapezio?
29. Quant'è la somma degli angoli interni di un poligono di n lati? Quante diagonali ha un poligono convesso di n lati? Definite il poligono regolare di n lati.
 \Rightarrow Ricavate la formula per calcolare il numero di diagonali di un poligono convesso di n lati.
30. \Rightarrow Definite la circonferenza. Descrivete tutte le possibili posizioni reciproche tra due circonferenze nel piano. Per ogni posizione determinate la relazione tra i raggi e la distanza tra i centri delle due circonferenze.
31. Quali sono le posizioni reciproche tra retta e circonferenza che giacciono nello stesso piano? Che cos'è la tangente a una circonferenza? Come si costruisce la tangente in un dato punto della circonferenza?

32. ⇒ Come si costruisce la tangente alla circonferenza che passa per un punto dato? Quali esempi distinguiamo? Argomentate la costruzione.
33. Definite l'angolo al centro e l'angolo con il vertice alla circonferenza. In che relazione stanno se insistono sullo stesso arco? Enunciate il teorema di Talete dell'angolo alla semicirconferenza.
⇒ Dimostrate il teorema di Talete dell'angolo alla semicirconferenza.

6.7 Figure e corpi geometrici

- Elencate le formule per l'area del parallelogramma, del triangolo, del deltoide e del trapezio.
- ⇒ Ricavate le formule per l'area del parallelogramma e del trapezio.
- ⇒ Ricavate le formule per l'area del triangolo e del deltoide.
- Elencate le formule per il calcolo dell'area del quadrato, del rettangolo, del rombo, del triangolo equilatero e del triangolo rettangolo.
- Elencate le formule per l'area e il perimetro del cerchio. Come si calcolano la lunghezza dell'arco e l'area del settore circolare?
- ⇒ Un poligono regolare di n lati è inscritto in un cerchio di raggio R . Esprimete il suo lato e l'area con il raggio dato.
- Descrivete il prisma. Quando un prisma:
 - è retto,
 - ha tutti gli spigoli uguali,
 - ha n facce,
 - è regolare?
 Elencate le formule per il volume del prisma e per l'area della superficie del prisma retto.
- Descrivete il cilindro retto. Che cos'è la sezione del cilindro generata da un piano che interseca il cilindro contenendo il suo asse? Che cos'è la sezione del cilindro intersecato da un piano perpendicolare all'asse del cilindro? Elencate le formule per il volume e per l'area della superficie del cilindro retto.
- Descrivete la piramide. Descrivete la piramide che:
 - è retta,
 - ha tutti gli spigoli uguali,
 - ha n facce,
 - è regolare.
 Elencate le formule per il volume e l'area della superficie della piramide regolare.
- Descrivete il cono retto. Elencate le formule per il volume e l'area della superficie.

⇒ Che cosa sono le sezioni di un cono intersecato da un piano parallelo alla base? Che cos'è la sezione di tale cono intersecato da un piano che contiene l'asse del cono?
- ⇒ Quale corpo geometrico otteniamo ruotando di 360° :
 - un rettangolo attorno a uno dei suoi lati,
 - un triangolo rettangolo attorno a uno dei suoi cateti,
 - una semicirconferenza attorno al suo diametro?
- Che cos'è la sfera? Elencate le formule per il volume e l'area della superficie.

6.8 Vettori nel piano e nello spazio

- Quando due vettori sono uguali? Che cos'è il vettore nullo e che cos'è il vettore contrario? Come sommiamo (graficamente) e sottraiamo i vettori?
- Definite il prodotto di un vettore per un numero (scalare) ed elencate le proprietà di questa operazione. Quando due vettori sono collineari? Che cos'è il versore?

3. Definite la combinazione lineare di vettori. Che cos'è una base nel piano (nello spazio)? In quanti modi possiamo esprimere un vettore come combinazione lineare dei vettori di base nel piano (nello spazio)? Che cos'è la base ortonormale?
4. ⇒ Definite la combinazione lineare di vettori. Quando i vettori nel piano (nello spazio) sono linearmente indipendenti? Che cos'è una base nel piano (nello spazio)? In quanti modi possiamo esprimere un vettore come combinazione lineare dei vettori di base nel piano (nello spazio)?
5. Descrivete il sistema coordinato nello spazio. Che cos'è il raggiovettore del punto A ? Scrivete il raggiovettore del punto A nella base ortonormale. Quale relazione sussiste con le coordinate del punto A ?
6. ⇒ Esprimete le coordinate del punto medio del segmento AB (nello spazio) con le coordinate dei punti A e B . Ricavate la formula con i vettori.
7. ⇒ Esprimete le coordinate del baricentro del triangolo ABC (nello spazio) con le coordinate dei vertici A , B e C . Ricavate la formula con i vettori.
8. Definite il prodotto scalare ed elencate le sue proprietà. Enunciate il criterio per verificare l'ortogonalità di due vettori.
9. Come calcoliamo il prodotto scalare di vettori espressi nella base ortonormale? Come calcoliamo il modulo del vettore e l'angolo tra vettori in questo caso?

6.9 Sistema di coordinate ortogonali nel piano

1. Descrivete il sistema di coordinate ortogonali nel piano e ricavate la formula per calcolare la distanza fra due punti.
2. Cos'è l'insieme dei punti $T(x, y)$ nel piano che soddisfano le condizioni seguenti:
 - a) $y = 0$,
 - b) $x > 0$,
 - c) $x \leq 0$ e $y \geq 0$,
 - d) $x = -2$,
 - e) $2 \leq y \leq 4$,
 - f) $x^2 + y^2 \leq 4$?

6.10 Funzioni

1. Definite il concetto di funzione (proiezione, trasformazione) $f: A \rightarrow B$, il suo insieme di definizione e l'insieme immagine. Che cos'è il grafico della funzione?
2. ⇒ Quando la funzione $f: A \rightarrow B$ è iniettiva, suriettiva, biiettiva?
3. Quando una funzione reale di variabile reale è crescente, decrescente, limitata e illimitata? (Spiegate i concetti portando degli esempi.)
4. Quando una funzione è pari e quando dispari? Come sono i grafici di queste funzioni?
5. ⇒ Definite il concetto di funzione inversa. Quando esiste una funzione inversa? Elencate almeno due coppie di funzioni inverse tra loro.
6. ⇒ Descrivete come dal grafico $y = f(x)$ otteniamo i grafici di:
 - a) $y = -f(x)$,
 - b) $y = f(-x)$,

- c) $y = f(x) + c$,
- d) $y = f(x - c)$,
- e) $y = k \cdot f(x)$, $c, k \in \mathbb{R}^+$.

7. \Rightarrow Descrivete la funzione composta $g \circ f$ se $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$.
8. \Rightarrow Definite il concetto di limite di una funzione ed elencate le regole di calcolo per il limite di una somma, differenza, prodotto e quoziente di funzioni.
9. \Rightarrow Spiegate il concetto di funzione continua. Riportate un esempio di funzione non continua in un solo punto.
10. \Rightarrow Che cosa si può dedurre sul grafico della funzione f , se:
 - a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ oppure $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$,
 - b) $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = \infty$ oppure $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$,
 - c) $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$?

6.10.1 Funzione lineare

11. Definite la funzione lineare. Che cos'è il suo grafico? In che modo il coefficiente angolare influenza il grafico? Come sono i grafici di due funzioni lineari con coefficienti angolari uguali?
12. Scrivete le forme implicita, esplicita e segmentaria dell'equazione della retta. Le equazioni di quali rette si possono scrivere nelle tre forme?
13. Come si calcola l'angolo tra due rette in un sistema coordinato nel piano? Quando le rette sono parallele e quando perpendicolari?
14. Scrivete la famiglia di tutte le rette nel piano che:
 - a) passano attraverso il punto $T_0(x_0, y_0)$,
 - b) sono parallele a una data retta.
15. \Rightarrow Quante risoluzioni ha l'equazione $ax + b = 0$ se a e b hanno valori diversi?
16. Come si risolve la disequazione lineare a una incognita? Che cosa sono gli insiemi di risoluzione?
17. \Rightarrow Discutete la disequazione lineare $ax + b \geq 0$ ($ax + b \leq 0$).
18. Scrivete il sistema di equazioni lineari a due incognite. Come si risolvono questi sistemi? Quante risoluzioni ha il sistema? Spiegate il suo significato geometrico.

6.10.2 Funzione potenza e funzione radice

19. Definite la funzione potenza con esponente naturale (pari, dispari). Tracciate il grafico se l'esponente è $n = 2$, $n = 3$ ed elencatene le proprietà fondamentali.
20. \Rightarrow Definite la funzione potenza con esponente naturale. Dimostrate quali funzioni potenza sono dispari e quali pari, determinate inoltre con la derivata gli intervalli di crescita e decrescenza di tali funzioni.
21. Nello stesso sistema coordinato tracciate i grafici delle funzioni potenza con esponenti $n = -1, -2, -3$ ed elencate le loro proprietà fondamentali. Che cosa hanno in comune tutte le funzioni potenza con esponente negativo?
22. Definite la funzione radice $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$). Tracciate il grafico per $n = 2$, $n = 3$ ed esprimete i loro domini e gli insiemi immagine.

6.10.3 Funzione quadratica

23. Che cos'è la funzione quadratica? Che cos'è il suo insieme di definizione? Elencate le tre forme della funzione quadratica che si usano più spesso e descrivete il significato di ogni suo coefficiente.
24. Scrivete la funzione quadratica generale. Descrivete il significato del coefficiente direttivo, del termine noto e del discriminante della funzione quadratica. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$.
25. Come calcoliamo il vertice della funzione quadratica? Scrivete la forma della funzione quadratica riferita al vertice.
⇒ Ricavate la forma riferita al vertice della funzione quadratica.
26. Scrivete l'equazione quadratica. Come si risolve? Come si risolve in \mathbb{R} e come in \mathbb{C} ?
27. ⇒ Enunciate le formule del Viète per l'equazione quadratica $ax^2 + bx + c = 0$ e dimostratele.
28. Come risolviamo la disequazione quadratica? Che cos'è l'insieme delle risoluzioni? Aiutatevi con una figura.
29. ⇒ Per quali x la funzione quadratica raggiunge il suo valore d'estremo? Quant'è il valore d'estremo e quando esso è un minimo e quando un massimo?

6.10.4 Funzione esponenziale e funzione logaritmica

30. Definite la funzione esponenziale, esprimete il suo insieme di definizione e il suo insieme immagine. Tracciatene il grafico e descrivetene le proprietà fondamentali.
31. Definite la funzione logaritmica di base a ($a > 0$, $a \neq 1$), esprimete il suo insieme di definizione e l'insieme immagine. Tracciatene il grafico e descrivetene le proprietà fondamentali.
32. Elencate le regole di calcolo con i logaritmi.
33. ⇒ Dimostrate ($a > 0$, $a \neq 1$):
 - a) $\log_a x^m = m \log_a x$,
 - b) $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$.
34. ⇒ Riportate la formula per la trasformazione di base logaritmica e dimostratele.
35. ⇒ Spiegate l'applicazione della funzione esponenziale per descrivere la crescita esponenziale naturale.

6.10.5 Funzione polinomiale e funzione razionale

36. Definite il polinomio e descrivete le operazioni di calcolo fondamentali con i polinomi (somma e moltiplicazione). Quando due polinomi sono uguali?
37. Enunciate il teorema fondamentale della divisione di polinomi. Descrivete la divisione con un polinomio lineare.
38. Descrivete (senza argomentazione o dimostrazione) l'algoritmo di Horner e spiegate il suo utilizzo.
39. Che cos'è lo zero del polinomio? Quanti zeri ha un polinomio di grado n ? Come scriviamo un polinomio se conosciamo tutti i suoi zeri?
40. ⇒ Che cos'è lo zero di un polinomio (semplice, multiplo)? Enunciate il teorema fondamentale dell'algebra. Quanti zeri ha un polinomio di grado n ? Come scriviamo un polinomio se conosciamo tutti i suoi zeri?
41. Quanti zeri reali (complessi) ha un polinomio di terzo grado e quanti zeri ha un polinomio di quarto grado a coefficienti reali? Elencate tutte le possibilità. Argomentate la risposta.

42. \Rightarrow Dimostrate che è possibile scomporre un polinomio a coefficienti reali di grado $n \geq 3$ in due fattori a coefficienti reali conoscendo uno dei suoi zeri complessi $a + bi$, $b \neq 0$.
43. Come si calcolano gli zeri interi e razionali di un polinomio a coefficienti interi?
 \Rightarrow Argomentate la risposta.
44. \Rightarrow Spiegate il metodo di bisezione nel calcolo degli zeri reali di un polinomio ovvero nella risoluzione delle equazioni. Possiamo calcolare uno zero di grado pari con il metodo di bisezione?
45. Spiegate come si procede per tracciare il grafico di un polinomio. In che modo il coefficiente direttivo e il termine noto influenzano l'andamento del grafico di un polinomio? Com'è l'andamento del grafico di un polinomio nell'intorno dello zero?
46. Dove cambia segno la funzione polinomiale? Come si risolvono le disequazioni polinomiali?
47. Definite la funzione razionale. Che cos'è lo zero e che cos'è il polo della funzione razionale? Descrivete l'andamento del grafico della funzione razionale lontano dall'origine. In quali casi la funzione razionale ha un asintoto orizzontale e come lo determiniamo?
 \Rightarrow In quali casi la funzione razionale ha un asintoto obliquo e come si calcola?
48. \Rightarrow Dove la funzione razionale cambia segno? Come si risolve una disequazione razionale?

6.10.6 Funzioni goniometriche

49. Definite la funzione $f(x) = \sin x$ per un qualsiasi angolo x . Descrivete le proprietà della funzione.
50. Definite la funzione $f(x) = \cos x$ per un qualsiasi angolo x . Descrivete le proprietà della funzione.
51. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = \sin x$. Scrivete gli zeri e gli estremi della funzione.
52. \Rightarrow Tracciate il grafico della funzione $f(x) = \sin x$. Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la retta $y = a$ interseca il grafico della funzione $f(x) = \sin x$? Scrivete le intersezioni.
53. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = \cos x$. Scrivete gli zeri e gli estremi della funzione.
54. \Rightarrow Tracciate il grafico della funzione $f(x) = \cos x$. Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la retta $y = a$ interseca il grafico della funzione $f(x) = \cos x$? Scrivete le intersezioni.
55. Definite la funzione $f(x) = \tan x$ per un qualsiasi angolo x . Descrivete le proprietà della funzione.
56. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = \tan x$. Scrivete il suo insieme di definizione e gli zeri della funzione.
57. \Rightarrow Tracciate il grafico della funzione $f(x) = \tan x$. Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la retta $y = a$ interseca il grafico della funzione $f(x) = \tan x$? Scrivete le intersezioni.
58. Spiegate e argomentate le relazioni tra le funzioni goniometriche di angoli complementari, supplementari e opposti.
59. Definite le funzioni goniometriche di un angolo acuto nel triangolo rettangolo e ricavate le relazioni fondamentali tra di loro.
60. Esprimete con la funzione seno le altre tre funzioni goniometriche per l'angolo α :
- a) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$,
- b) $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

61. Enunciate i teoremi di addizione per il seno e per il coseno. Ricavate le formule di duplicazione per il seno e per il coseno.
62. Tracciate nello stesso sistema coordinato i grafici della funzione seno e della funzione coseno e calcolate le coordinate delle loro intersezioni.
63. \Rightarrow Descrivete come si tracciano i grafici delle seguenti funzioni:
 - a) $f(x) = a \operatorname{sen} x$, $a \in \mathbb{R}$,
 - b) $f(x) = \operatorname{sen} kx$, $k \in \mathbb{N}$,
 - c) $f(x) = \operatorname{sen}(x - b)$, $b \in \mathbb{R}$,
 - d) $f(x) = \operatorname{sen} x + c$, $c \in \mathbb{R}$.
64. Le funzioni goniometriche sono funzioni periodiche. Spiegate e argomentate questa loro proprietà.
65. \Rightarrow Definite la funzione $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen} x$. Che cos'è il suo insieme di definizione e che cos'è il suo insieme immagine? Tracciate il grafico della funzione f .
66. \Rightarrow Definite la funzione $f(x) = \operatorname{arccos} x$. Che cos'è il suo insieme di definizione e che cos'è il suo insieme immagine? Tracciate il grafico della funzione f .
67. \Rightarrow Definite la funzione $f(x) = \operatorname{arctan} x$. Che cos'è il suo insieme di definizione e che cos'è il suo insieme immagine? Tracciate il grafico della funzione f .

6.11 Coniche

1. Elencate le coniche e fate lo schizzo di ciascuna di esse. Spiegate l'origine del termine conica.
2. Enunciate la definizione geometrica di circonferenza. Scrivete l'equazione della circonferenza con centro nel punto $S(p, q)$ e raggio r .
3. \Rightarrow Enunciate la definizione di circonferenza. Ricavate l'equazione della circonferenza con centro all'origine del sistema coordinato e raggio r . Scrivete l'equazione della circonferenza con centro nel punto $S(p, q)$ e raggio r . Quando l'equazione $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ rappresenta una circonferenza?
4. Enunciate la definizione di ellisse e scrivete l'equazione dell'ellisse i cui assi giacciono sugli assi coordinati. Fate lo schizzo di questa ellisse. Scrivete l'equazione dell'ellisse con centro nel punto $S(p, q)$ e con gli assi paralleli agli assi coordinati.
5. Enunciate la definizione di iperbole e scrivete l'equazione dell'iperbole con gli assi sugli assi coordinati. Fate lo schizzo di questa iperbole.

\Rightarrow Scrivete l'equazione dell'iperbole con centro nel punto $S(p, q)$.
6. Enunciate la definizione geometrica di parabola e scrivete la sua equazione riferita al vertice. Scrivete le coordinate del fuoco e della retta direttrice per l'esempio $y^2 = 2px$.

\Rightarrow Scrivete l'equazione della parabola con il vertice nel punto $T(r, d)$.
7. \Rightarrow Quali insiemi di punti nel piano descrive l'equazione $Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$, se almeno uno dei coefficienti A o C è diverso da 0?

6.12 Successioni e serie

- ⇒ Che cos'è l'intorno di raggio ε di un punto sull'asse numerico? Scrivete la condizione affinché un numero x appartenga all'intorno di raggio ε e centro nel numero a .
- Che cos'è una successione? Quando cresce (decresce), quando è limitata?
- ⇒ Che cos'è il limite di una successione? Elencate le proprietà di calcolo per i limiti delle successioni convergenti.
- Quando una successione è aritmetica? Scrivete il termine generale e la formula per la somma dei primi n termini. Che cos'è la media aritmetica di due numeri?
- Quando una successione è geometrica? Scrivete il termine generale e la somma dei primi n termini. Che cos'è la media geometrica di due numeri positivi?
- ⇒ Dimostrate che la media geometrica di due numeri positivi è minore o uguale alla media aritmetica dei due numeri stessi. A quali condizioni le due medie risultano uguali?
- ⇒ Che cos'è una serie e quando è convergente?
- Quando esiste la somma di una serie geometrica infinita e quant'è?
- Scrivete e spiegate i concetti fondamentali e le formule per il calcolo dell'interesse semplice e di quello composto.

6.13 Calcolo differenziale

- Che cos'è la derivata della funzione f in un punto dato e qual è il suo significato geometrico?
- Elencate le regole di calcolo per la derivata di una somma, del prodotto e del quoziente di funzioni e del prodotto di una funzione per una costante.
⇒ Ricavate la formula per la derivata del prodotto di una funzione per una costante.
- Definite il concetto di estremo relativo di una funzione in un dato intervallo. Come definiamo gli estremi assoluti di una funzione derivabile in un intervallo chiuso dato?
- Che cos'è un punto stazionario? Come verificiamo con la derivata se una funzione è crescente o decrescente in un dato intervallo? Come verificiamo con la derivata se nel punto stazionario c'è un estremo?
- Calcolate le derivate delle funzioni:
 $f(x) = ax^n + b$, $g(x) = c\sqrt[n]{x^m}$, $h(x) = \cos ax$, $u(x) = e^x \ln x$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $n, m \in \mathbb{N}$
- Come si calcola l'ampiezza dell'angolo tra il grafico della funzione f e l'asse delle ascisse? Come si calcola l'ampiezza dell'angolo tra i grafici delle funzioni f e g ?
- ⇒ Che cos'è un punto stazionario? Come si verifica con la seconda derivata se in un punto stazionario c'è un estremo della funzione? Descrivete le funzioni convesse e quelle concave.

6.14 Calcolo integrale

- Che cos'è l'integrale indefinito della funzione f ? Come calcoliamo l'integrale indefinito della somma ovvero della differenza di due funzioni e l'integrale indefinito del prodotto di una funzione per una costante?
- Spiegate il significato geometrico dell'integrale definito di una funzione continua in un dato intervallo e la formula base del calcolo integrale (formula di Newton-Leibniz).
- Calcolate gli integrali indefiniti delle funzioni:
 $f(x) = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $g(x) = mx^n$ ($m, n \in \mathbb{R}$), $h(x) = \operatorname{sen} x$, $u(x) = e^{kx}$ ($k \in \mathbb{R}$).
- ⇒ Enunciate e spiegate la formula per calcolare il volume del solido di rotazione.

5. Come calcoliamo l'area tra i grafici di due curve con l'integrale definito?
6. ⇒ Spiegate con l'esempio l'introduzione di una nuova variabile nel calcolo dell'integrale indefinito e dell'integrale definito.
7. ⇒ Scrivete la formula per l'integrazione »per partes«.

6.15 Calcolo combinatorio

1. Enunciate il teorema fondamentale del calcolo combinatorio e la regola della somma. Che cos'è l'albero combinatorio?
2. Che cosa sono le permutazioni semplici e quante sono? Che cosa sono le permutazioni con ripetizione? Quante sono?
3. Che cosa sono le disposizioni semplici e che cosa sono le disposizioni con ripetizione, quante sono le prime e quante le seconde?
4. Che cosa sono le combinazioni e quante sono? Che cos'è il coefficiente binomiale e come lo calcoliamo? Elencate le proprietà dei coefficienti binomiali.
5. Enunciate il teorema del binomio. Quanti sottoinsiemi ha un insieme di n elementi?
⇒ Argomentate la risposta all'ultima domanda.
6. Descrivete il triangolo di Pascal e spiegate la relazione con i coefficienti binomiali.
7. ⇒ Confrontate le disposizioni semplici e le combinazioni. Quale relazione sussiste tra i numeri D_n^r e C_n^r ?

6.16 Calcolo delle probabilità

1. Descrivete i concetti fondamentali del calcolo delle probabilità: prova, evento (impossibile, certo, incerto, elementare, composto) e definite la probabilità di un evento.
2. Che cos'è la somma di eventi e che cos'è l'evento complementare? Come calcoliamo la probabilità della somma di eventi e come la probabilità dell'evento complementare?
3. ⇒ Che cos'è il prodotto di eventi? Come calcoliamo la probabilità del prodotto? Quando due eventi sono indipendenti? Come calcoliamo la probabilità del prodotto di eventi indipendenti?
4. ⇒ Definite la probabilità condizionata. Quando gli eventi sono indipendenti? Come calcoliamo la probabilità del prodotto di eventi indipendenti?
5. ⇒ Descrivete la successione di Bernoulli. Come calcoliamo la probabilità di un evento con la successione di Bernoulli?

6.17 Statistica

1. Descrivete con degli esempi i concetti statistici fondamentali: popolazione, campione, unità statistica, caratteristica statistica, parametro statistico.
2. Che significato hanno la media aritmetica, la mediana e la moda e come si calcolano?
3. Descrivete la rappresentazione dei dati statistici in tre modi diversi.
4. Spiegate i concetti di varianza, deviazione standard e quartile.

7 CANDIDATI CON NECESSITÀ PARTICOLARI

La Legge sull'esame di maturità e gli atti inerenti a tale legge dichiarano che tutti i candidati sostengono l'esame di maturità alle stesse condizioni. Per i candidati diversamente abili e con necessità particolari, inseriti nei programmi d'istruzione in base ad apposita delibera di orientamento, e per altri candidati in casi giustificati (infortunio, malattia), le modalità di svolgimento dell'esame vengono adattate a seconda delle specifiche esigenze. Allo stesso modo vengono adattate le modalità di valutazione delle competenze.⁴

Sono possibili i seguenti adattamenti:

1. lo svolgimento dell'esame in due parti, in due sessioni di seguito;
2. il prolungamento dei tempi delle prove d'esame (come pure quello degli intervalli che possono essere più frequenti e più brevi);
3. la presentazione della prova in una forma particolare (come per esempio in scrittura braille, oppure con caratteri ingranditi, o su dischetto ...);
4. l'allestimento di un apposito locale per lo svolgimento dell'esame;
5. l'adattamento del piano di lavoro (per esempio migliorandone la luminosità, consentendone l'elevazione ...);
6. l'uso di mezzi particolari (la macchina per la scrittura braille, particolari strumenti di scrittura, fogli - lucidi per particolari grafie);
7. lo svolgimento dell'esame con l'aiuto di un assistente (per esempio per la lettura o per la scrittura, per l'interpretazione del linguaggio dei segni, per i non vedenti);
8. l'uso del computer per la lettura e/o per scrivere;
9. la modifica dell'esame orale e della prova di ascolto (per esempio con l'esonero, con la lettura labiale, con la traduzione nel linguaggio gestuale);
10. l'adattamento delle modalità di valutazione (per esempio gli errori che sono conseguenza dell'handicap del candidato non si valutano; nella valutazione i valutatori esterni collaborano con gli esperti chiamati a comunicare con i candidati con necessità particolari).

⁴ Le indicazioni sono valide per tutte le materie dell'esame di maturità generale e vengono prese in considerazione con i dovuti adattamenti per le singole materie d'esame

8 BIBLIOGRAFIA

I testi e i materiali didattici approvati dal Consiglio degli Esperti della Repubblica di Slovenia per l'istruzione generale sono elencati nel Catalogo dei libri di testo per la scuola media pubblicato sul sito internet dell'Istituto dell'educazione della Repubblica di Slovenia all'indirizzo www.zrss.si.

9 ALLEGATI

9.1 Simboli matematici

► Logica

\neg	negazione
$\wedge, \&$	congiunzione
\vee	disgiunzione
\Rightarrow	implicazione
\Leftrightarrow	equivalenza
\forall	per ogni
\exists	esiste

► Insiemi

\in	è elemento
\notin	non è elemento
$\{x_1, x_2, \dots\}$	insieme di elementi $x_1, x_2 \dots$
$\{x; \dots\}, \{x \mid \dots\}$	insieme di tutti gli x , tali che.....
$m(A), A $	numero degli elementi (potenza) dell'insieme A
$\mathcal{P}A, \mathcal{P}(A)$	insieme potenza dell'insieme A
$\emptyset, \{ \}$	insieme vuoto
\mathcal{U}	insieme universo (universo)
A^c, A'	insieme complemento dell'insieme A
\mathbb{N}	insieme dei numeri naturali
\mathbb{N}_0	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
\mathbb{Z}	insieme dei numeri interi
\mathbb{Z}^+	insieme dei numeri interi positivi
\mathbb{Z}^-	insieme dei numeri interi negativi
\mathbb{Q}	insieme dei numeri razionali
\mathbb{Q}^+	insieme dei numeri razionali positivi
\mathbb{Q}^-	insieme dei numeri razionali negativi
$\mathbb{R}, (-\infty, \infty)$	insieme dei numeri reali
$\mathbb{R}^+, (0, \infty)$	insieme dei numeri reali positivi
$\mathbb{R}_0^+, [0, \infty)$	insieme dei numeri reali non negativi
$\mathbb{R}^-, (-\infty, 0)$	insieme dei numeri reali negativi
\mathbb{C}	insieme dei numeri complessi

\subset, \subseteq	è sottoinsieme
$\not\subset$	non è sottoinsieme
\cup	unione
\cap	intersezione
$\setminus, -$	differenza di insiemi
$[a, b]$	intervallo chiuso $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$
$[a, b)$	intervallo $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$
$(a, b]$	intervallo $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$
(a, b)	intervallo aperto $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

► Relazioni e operazioni

(a, b)	coppia ordinata
$A \times B$	prodotto cartesiano
$=$	è uguale
\neq	non è uguale
\doteq, \approx	è approssimativamente uguale a
$<$	è minore di
\leq	è minore o uguale a
$>$	è maggiore di
\geq	è maggiore o uguale a
$+$	più
$-$	meno
\cdot, \times	volte
$:$	diviso
$a b$	a è un divisore di b
$M.C.D.(a, b)$	massimo comune divisore dei numeri a e b
$m.c.m.(a, b)$	minimo comune multiplo dei numeri a e b
\sum	simbolo della sommatoria
$ a $	valore assoluto del numero a

► Numeri complessi

i	unità immaginaria
$\operatorname{Re} z$	parte reale del numero complesso z
$\operatorname{Im} z$	parte immaginaria del numero complesso z
$ z $	valore assoluto del numero complesso z
\bar{z}, z^*	coniugato complesso di z

► Geometria. Vettori

$d(A,B)$	distanza fra i punti A e B
$ AB $	lunghezza del segmento AB
\sphericalangle	angolo
\triangle	triangolo
\parallel	è parallela a
\perp	è perpendicolare a
\cong	è congruente
\sim	è simile
\overline{AB}, \vec{a}	vettore \overline{AB} , vettore \vec{a}
$s\vec{a}$	prodotto del vettore \vec{a} con il numero (scalare) s
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	prodotto scalare dei vettori \vec{a} e \vec{b}
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	vettori della base ortonormale
$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$	vettore di componenti (coordinate) a_1, a_2, a_3
$ \vec{a} $	modulo del vettore \vec{a}
\vec{r}_A	raggiovettore del punto A
$A(x,y)$	il punto A nel piano di coordinate x e y
$A(x,y,z)$	il punto A nello spazio di coordinate x, y e z
A	area
V	volume
S	area della superficie
R	raggio della circonferenza circoscritta al triangolo
r	raggio della circonferenza inscritta al triangolo

► Funzioni

f	funzione f
$f: A \rightarrow B$	f è l'applicazione (funzione) di A in B
$x \mapsto f(x)$	x si proietta in $f(x)$
D_f	insieme di definizione della funzione f
I_f	insieme immagine della funzione f
f^{-1}	funzione inversa della funzione f
$f \circ g$	compositum delle funzioni f e g
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	limite della funzione f , per x che tende ad a
$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$	limite della successione di termine generale a_n

$f'(x), \frac{df}{dx}$	(prima) derivata della funzione f
$\int f(x) dx$	integrale indefinito della funzione f
$\int_a^b f(x) dx$	integrale definito della funzione f di estremi a e b

► **Calcolo combinatorio. Calcolo delle probabilità. Statistica**

P_n	numero di permutazioni semplici di n elementi
$P_n^{m_1, m_2, \dots, m_k}$	numero di permutazioni con ripetizione di n elementi
$n!$	n fattoriale
D_n^r	numero di disposizioni semplici di n elementi di classe r
${}^{(p)}D_n^r$	numero di disposizioni con ripetizione di n elementi di classe r
$\binom{n}{k}$	coefficiente binomiale (n su k)
C_n^r	numero di combinazioni semplici di n elementi di classe r
G	evento certo
N	evento impossibile
E_1, E_2, E_3, \dots	eventi elementari
A'	evento complementare dell'evento A
$A \cup B, A + B$	somma degli eventi A e B
$A \cap B, A \cdot B$	prodotto degli eventi A e B
$A \setminus B$	differenza degli eventi A e B
$A \subset B$	A è l'evento implicato di B
$P(A)$	probabilità dell'evento A
$P(A B)$	probabilità dell'evento A condizionata a B (probabilità condizionata)
\bar{x}, μ	valore medio
σ^2	dispersione, varianza
σ	deviazione standard, scarto quadratico medio

9.2 Formule allegate alla prova d'esame

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, se n è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, se $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo : $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a è il semiasse reale

Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Compositum di funzioni: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$