Ljubljana 2019

MATEMATICA

Programma dell'esame di maturità generale ◄

► **Splošna matura**

Il presente documento ha validità dalla sessione primaverile dell'anno 2021 fino a quando entra in uso quello nuovo. La validità del Programma per l'anno in cui il candidato deve sostenere l'esame di maturità è indicata nel Catalogo dell'esame di maturità generale dell'anno in corso.

ric
Državni izpitni center

PROGRAMMA DELL'ESAME DI MATURITÀ GENERALE – MATEMATICA
Commissione nazionale di matematica per l'esame di maturità generale

Titolo originale: PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA SPLOŠNO MATURO – MATEMATIKA

Il catalogo è stato redatto da:
dr. Iztok Banič
mag. Jaka Erker
Mateja Fošnarič
mag. Alojz Grahor
Tatjana Levstek
mag. Mateja Škrlec
ddr. Janez Žerovnik

Recensione:
Damjan Kobal
Mirko Škof

Traduzione in lingua italiana:
mag. Loredana Sabaz

Revisione per la lingua italiana:
dr. Sergio Crasnich

La versione originale in lingua slovena del programma è stata approvata nella seduta n. 200 del Consiglio degli Esperti della Repubblica di Slovenia per l'istruzione generale (Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje) in data 20. 6. 2019. Essa ha validità a partire dalla sessione primaverile dell'anno 2021. La validità del Programma per l'anno in cui il candidato deve sostenere l'esame di maturità è indicata nel Programma d'esame di maturità generale dell'anno in corso.

Pubblicazione e stampa:
Državni izpitni center

Responsabile:
dr. Darko Zupanc

Redattrice:
mag. Aleš Drolc
dr. Andrejka Slavec Gornik
Joži Trkov

Revisione editoriale e elaborazione al computer
della traduzione italiana:
Martina Dernulc

Ljubljana 2019

ISSN 2232–4658

INDICE

1 INTRODUZIONE

Nel Catalogo di materia dell'esame di maturità generale di Matematica (di seguito: catalogo) si definiscono le caratteristiche dell'esame in oggetto ai sensi di quanto previsto sia dalla Legge sull'esame di maturità sia dalle prescrizioni e delibere della Commissione Nazionale di maturità generale in merito alla struttura dell'esame e ai cataloghi d'esame di materia, descritti nel *Catalogo dell'esame di maturità generale* vigente. La matematica è una materia obbligatoria della maturità generale. I contenuti e obiettivi dell'esame seguono i contenuti e gli obiettivi del curricolo di matematica per il ginnasio[1] nel quale sono definiti: le conoscenze generali, le conoscenze particolari e i contenuti a scelta. L'esame di maturità generale di matematica si può sostenere a livello base (LB) e a livello superiore (LS). A livello base si valutano conoscenze e saperi di carattere generale, a livello superiore pure conoscenze e saperi specifici. Il simbolo ⇨ introduce contenuti e obiettivi valutati al livello superiore.

[1] *Učni načrt. Matematika* [Elektronski vir]: gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija: obvezni predmet in matura (560 ur)/predmetna komisija Amalija Žakelj ... [et al.]. - Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod RS za šolstvo, 2008. http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2012/programi/gimnazija/ucni_nacrti.htm

2 OBIETTIVI DELL'ESAME

L'esame di maturità generale verifica se il candidato[2] è in grado di:

- leggere un testo matematico e interpretarlo correttamente;
- rappresentare correttamente contenuti matematici in forma scritta, in tabelle, con grafici o diagrammi;
- utilizzare il calcolo numerico, stimare e scrivere un risultato con esattezza prestabilita e giudicare la sua validità;
- usare il metodo di calcolo più adatto;
- usare la tecnologia adatta alla risoluzione di problemi matematici;
- utilizzare gli accessori di base per il disegno;
- interpretare, riformulare e usare correttamente affermazioni matematiche espresse verbalmente o con simboli;
- riconoscere e applicare relazioni tra oggetti geometrici nel piano e nello spazio;
- trarre deduzioni logiche dai dati matematici forniti;
- riconoscere modelli e strutture proposti in contesti diversi;
- analizzare i problemi e scegliere il procedimento più idoneo per giungere alla loro soluzione;
- riconoscere e utilizzare in modo sinergico conoscenze appartenenti a settori diversi della matematica;
- combinare più abilità e tecniche matematiche nella risoluzione di problemi;
- presentare un proprio elaborato di matematica in modo logico e chiaro usando la terminologia appropriata e il simbolismo adeguato;
- applicare nella quotidianità le proprie conoscenze matematiche;
- utilizzare la matematica come mezzo di comunicazione, sottolineandone la precisione e l'efficacia comunicativa.

[2] Nel catalogo dell'esame di materia i sostantivi usati al maschile e collegati nominalmente e in modo sensato a concetti comuni e generali (ad es. candidato, valutatore) sono validi per persone di sesso femminile e maschile.

3 STRUTTURA E VALUTAZIONE DELL'ESAME

3.1 Schema dell'esame

Lo schema dell'esame a livello base e a livello superiore è unico.

► Esame scritto – prova d'esame esterna

Prova d'esame	Durata	Percentuale del voto	Valutazione	Mezzi consentiti	Allegato
1	90 minuti	40 %	esterna	penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma e strumenti geometrici[3]	L'allegato con le formule è parte del foglio d'esame.
2	90 minuti	40 %	esterna	penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, strumenti geometrici[3] e calcolatrice[4]	L'allegato con le formule è parte del foglio d'esame.
Totale	**180 minuti**	**80 %**			

Allo scadere del tempo previsto per la Prova d'esame 1 e prima di iniziare a risolvere la Prova d'esame 2 è prevista una pausa di 30 minuti.

► Esame orale – prova interna d'esame

	Durata	Percentuale del voto	Valutazione	Mezzi consentiti
3 domande	fino a 20 minuti	20 %	interna	penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, strumenti geometrici[3]
Totale	**fino a 20 minuti**	**20 %**		

[3] Il compasso e il righello (è consentita anche una squadretta)

[4] La calcolatrice scientifica non programmabile (calcolatrice) è la calcolatrice elettronica che agevola il lavoro con le operazioni di calcolo di base e non permette:
– di comunicare con l'ambiente – »mondo esterno«,
– di salvare i dati dell'ambiente ovvero del mondo esterno,
– di salvare i dati impostati in precedenza,
– di calcolare con i simboli,
– di programmare nuove funzioni,
– di tracciare i grafici delle funzioni.

3.2 Tipi di quesiti e valutazione

ESAME SCRITTO

Gli esami scritti a livello di base e a livello superiore si differenziano per i contenuti, per il tipo di quesiti e per le proporzioni dei diversi livelli tassonomici in essi previsti.

► Livello di base

Prova d'esame	Tipo di quesito	Numero di quesiti	Valutazione
1	A quesiti brevi	8	ogni quesito fino a 3 punti totale 20 punti
	B quesiti strutturati brevi	6	ogni quesito da 5 a 8 punti totale 40 punti
			Totale 60 punti
2	A quesiti brevi	8	ogni quesito fino a 3 punti totale 20 punti
	B quesiti strutturati brevi	6	ogni quesito da 5 a 8 punti totale 40 punti
			Totale 60 punti
Totale			**120 punti**

► Livello superiore

Prova d'esame	Tipo di quesito	Numero di quesiti	Valutazione
1	B quesiti strutturati brevi	6	ogni quesito da 5 a 8 punti totale 40 punti
	C quesiti strutturati	2	ogni quesito da 9 a 11 punti totale 20 punti
			Totale 60 punti
2	B quesiti strutturati brevi	6	ogni quesito da 5 a 8 punti totale 40 punti
	C quesiti strutturati	2	ogni quesito da 9 a 11 punti totale 20 punti
			Totale 60 punti
Totale			**120 punti**

ESAME ORALE

Gli esami orali a livello di base e a livello superiore si differenziano per i contenuti, per il tipo di quesiti e per le proporzioni dei diversi livelli tassonomici in essi previsti.

► Livello di base e superiore

Tipo di quesito	Numero	Valutazione
domanda	3	ogni domanda 6 punti
espressione matematica corretta		2 punti
Totale		**20 punti**

3.3 Criteri di valutazione dell'esame e delle sue singole parti

3.3.1 Ripartizione per livelli tassonomici

I valori percentuali nella tabella sottostante rappresentano le quote di quesiti, di parti di quesiti oppure di domande in singoli ambiti dell'esame che appartengono ai livelli tassonomici I, II oppure III.

Livello tassonomico	Prova d'esame 1 e 2 (LB)	Prova d'esame 1 e 2 (LS)	Prova orale (LB)	Prova orale (LS)
I. conoscenza	almeno 30 %	almeno 20 %	almeno 30 %	almeno 20 %
II. comprensione e applicazione	40–60 %	40–60 %	40–60 %	40–60 %
III. interpretazione individuale, valutazione, soluzione individuale di problemi nuovi	massimo 30 %	massimo 40 %	massimo 30 %	massimo 40 %
Totale	**100 %**	**100 %**	**100 %**	**100 %**

3.3.2 Criteri di valutazione delle singole parti dell'esame

► Esame scritto

I quesiti si valutano in conformità con le indicazioni per la valutazione. Nella risoluzione dei quesiti, si assegna un punteggio a ciascun passaggio. Nella risoluzione, il percorso che porta al risultato deve essere chiaro e impostato correttamente con i calcoli intermedi e le deduzioni. Nei quesiti che prevedono una risoluzione grafica o con il disegno, ai candidati è richiesto di utilizzare gli appositi accessori geometrici.

► Esame orale

La commissione valuta la risposta a ognuna delle tre domande del foglio d'esame con un minimo di 0 punti e un massimo di 6 punti in conformità con le istruzioni sulla valutazione dell'esame orale.

Per l'espressione matematica corretta al candidato si assegna in totale al massimo 2 punti.

3.3.3 Voto finale

Il voto finale dell'esame si determina dalla somma dei punti percentuali di tutte le prove d'esame. Il candidato può raggiungere nella prova d'esame 1 al massimo 40 punti percentuali, nella prova d'esame 2 al massimo 40 punti percentuali e nell'esame orale al massimo 20 punti percentuali dell'esame di maturità. La Commissione nazionale di maturità generale, su proposta della Commissione nazionale di matematica di maturità, stabilisce sia i criteri di conversione dei punti percentuali in voti (1–5) sia, per il livello superiore, i criteri di conversione dei punti percentuali in voti-punti (1–8). Tali criteri rimangono inalterati sia per la sessione primaverile sia per quella autunnale dell'esame di maturità.

4 CONTENUTI E OBIETTIVI DELL'ESAME

I contenuti d'esame e gli obiettivi di seguito elencati seguono quelli del curricolo di matematica vigente che suddivide il sapere in conoscenze generali, conoscenze particolari e contenuti a scelta. Al livello di base della maturità generale si valuta il sapere generale, al livello superiore si valutano il sapere generale e quello specifico. Le conoscenze relative ai contenuti a scelta del curricolo non sono oggetto di verifica all'esame di maturità.

Il simbolo ⇨ introduce contenuti e obiettivi valutati solo al livello superiore.

4.1 Fondamenti di logica

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Proposizioni e simboli logici di connessione	– scrive una proposizione,
Proposizioni composte	– determina il valore logico di una proposizione,
Ordine delle operazioni	– scrive una proposizione composta con i simboli,
Tautologie	– calcola il valore logico di una proposizione composta con tutti i valori logici delle proposizioni semplici,
Proposizioni equivalenti	– constata l'equivalenza di due proposizioni.

4.2 Insiemi

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Concetti fondamentali: elemento, insieme, appartenenza dell'elemento all'insieme, sottoinsieme, insieme vuoto, insieme universo	– conosce i concetti fondamentali e indica con i simboli le relazioni tra gli elementi e gli insiemi,
Uso dei simboli	– usa le diverse rappresentazioni di un insieme,
Diagrammi di Vènn	– esegue calcoli usando gli insiemi,
Intersezione, unione, differenza, complemento di insiemi	– determina l'insieme potenza di un insieme finito,
⇨ Proprietà delle operazioni fra insiemi	– disegna la rete del prodotto cartesiano di due insiemi,
Insieme potenza	– applica le formule per il calcolo della potenza dell'unione di due o tre insiemi e la potenza del prodotto cartesiano di insiemi finiti.
Prodotto cartesiano di insiemi	
Potenza di un insieme	
⇨ Potenza dell'insieme potenza	

4.3 Insiemi numerici

Contenuti	Obiettivi

4.3.1 Numeri naturali e numeri interi

Operazioni di calcolo e loro proprietà

Numeri primi e numeri composti

⇨ Induzione matematica

Notazione decimale

Criteri di divisibilità per 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 e 10

Relazione di divisibilità

Massimo comune divisore e minimo comune multiplo

Teorema fondamentale della divisione

⇨ Algoritmo di Euclide e dipendenza tra $M.C.D.$ e $m.c.m$

Sistema numerico decimale

⇨ Sistema numerico binario

Il candidato

- conosce il significato dei numeri naturali, i motivi che hanno indotto a introdurre i numeri interi, gli esempi del loro utilizzo,
- applica le operazioni di calcolo nell'insieme dei numeri naturali e dei numeri interi e argomenta le loro proprietà con esempi,
- riporta i numeri naturali e i numeri interi sull'asse numerico,
- ⇨ deduce per induzione, generalizza, dimostra o confuta la generalizzazione per induzione matematica,
- utilizza la notazione decimale del numero intero,
- motiva e applica i principali criteri di divisibilità,
- conosce e applica le proprietà della relazione di divisibilità,
- determina il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo di due o più numeri interi,
- applica il teorema fondamentale della divisione dei numeri interi,
- ⇨ utilizza l'algoritmo di Euclide per determinare il massimo comune divisore,
- ⇨ nei problemi applica l'uguaglianza $M.C.D.\cdot m.c.m. = a\cdot b$,
- ⇨ trasforma numeri in notazione decimale in numeri nel sistema binario;

4.3.2 Numeri razionali

Operazioni di calcolo e loro proprietà

Notazione decimale dei numeri razionali

Quote e percentuali

Calcolo percentuale

- conosce e argomenta i motivi che hanno introdotto i numeri razionali,
- riporta i numeri razionali sull'asse numerico,
- esegue calcoli con i numeri razionali,
- utilizza e motiva la trasformazione in numero decimale di un numero razionale e distingue tra frazioni decimali e frazioni non decimali,
- esegue calcoli con numeri decimali,
- utilizza le quote, le percentuali e il calcolo percentuale in esercizi della vita quotidiana e usa abilmente la calcolatrice;

4.3.3 Numeri reali

Numeri irrazionali

Numeri reali sull'asse numerico

Intervalli

Approssimazioni decimali finite

Valore assoluto di un numero reale e sue proprietà

Equazioni con il valore assoluto

⇨ Disequazioni con il valore assoluto

Errore assoluto e relativo

- conosce e motiva le ragioni che hanno portato all'introduzione dei numeri reali,
- elenca alcuni esempi di numeri irrazionali,
- costruisce alcune radici quadrate con il teorema di Pitagora come esempi di numeri irrazionali,
- interpreta l'asse numerico come asse reale,
- arrotonda numeri decimali,
- collega la rappresentazione geometrica e analitica del valore assoluto dei numeri reali,
- semplifica espressioni con il valore assoluto e risolve semplici equazioni,
- ⇨ risolve semplici disequazioni con il valore assoluto dei numeri reali,
- confronta i significati di errore assoluto ed errore relativo e valuta l'errore assoluto e relativo della somma, differenza, prodotto e quoziente di due dati;

4.3.4 Numeri complessi

Rappresentazione geometrica dei numeri complessi nel piano

Operazioni di calcolo e loro proprietà

Risoluzione di equazioni a coefficienti reali

- conosce e argomenta i motivi che hanno portato all'introduzione dei numeri complessi,
- rappresenta il numero complesso nel piano complesso,
- addiziona e sottrare analiticamente e graficamente i numeri complessi,
- moltiplica i numeri complessi,
- ricava la regola per calcolare le potenze del numero i,
- collega i significati, analitico e geometrico. del valore coniugato di un numero complesso,
- collega i significati, analitico e geometrico, del valore assoluto di un numero complesso,
- ricava e applica la formula per la divisione dei numeri complessi,
- calcola il valore reciproco di un numero complesso,
- calcola anche le risoluzioni complesse di un'equazione.

4.4 Espressioni algebriche, equazioni e disequazioni

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Operazioni di calcolo con le espressioni Potenze di espressioni Scomposizione di espressioni Calcolo con le frazioni Equazioni e disequazioni Equazione lineare Equazione razionale ⇨ Equazione lineare con il parametro Disequazione lineare ⇨ Disequazione lineare con il parametro	– confronta e distingue i significati di espressione ed equazione e di variabile e incognita, – addiziona e moltiplica le espressioni algebriche, – utilizza e argomenta i prodotti notevoli per il quadrato e il cubo di un binomio, – determina con il triangolo di Pascal le formule per le potenze di un binomio con esponente superiore a due e le applica, – riconosce e utilizza il metodo adatto per la scomposizione dell'espressione data: mettere in evidenza, differenza di quadrati, somma e differenza di cubi, le formule del *Viète*, scomposizione di un quadrinomio, – ⇨ scompone le espressioni $a^n \pm b^n$, – calcola con le equazioni algebriche (tutte e quattro le operazioni di calcolo e le espressioni con le parentesi), – applica le formule di trasformazione delle equazioni equivalenti e risolve abilmente le equazioni, – riconosce e risolve l'equazione lineare, – riconosce e risolve le equazioni razionali, – esprime abilmente le incognite in equazioni fisiche o chimiche, – ⇨ elabora l'equazione lineare con il parametro, – applica le formule di trasformazione delle disequazioni equivalenti e motiva i passaggi nella risoluzione delle disequazioni, – riconosce e risolve la disequazione lineare, – ⇨ elabora semplici disequazioni lineari con il parametro.

4.5 Potenze e radicali

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Potenze con esponente naturale Potenze con esponente intero Radice n-esima Potenze con esponente razionale	– argomenta e utilizza le regole di calcolo con le potenze a esponente naturale, – argomenta e utilizza le regole di calcolo con le potenze a esponente intero e le confronta con le regole di calcolo delle potenze a esponente naturale, – spiega il significato di a^{-1} e a^{-n},

Contenuti	Obiettivi
⇨ Equazioni irrazionali	– utilizza le proprietà di calcolo delle radici quadrate, – risolve l'equazione quadratica $x^2 = a$, $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$, per scomposizione e per radice quadrata, – confronta e argomenta la risoluzione di equazioni semplici $x^n = a$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, nell'insieme dei numeri reali per scomposizione e per radice, – spiega e utilizza l'uguaglianza $\sqrt{x^2} = \|x\|$, – calcola le radici cubiche dei numeri reali esattamente (a mente) e con la calcolatrice, – distingue tra le condizioni necessarie di esistenza della radice n-esima di un numero reale (rispetto all'esponente e al radicando), – utilizza abilmente la calcolatrice per calcolare le radici n-esime, – trasforma la scrittura della radice n-esima in potenza con esponente razionale, – collega e confronta le risoluzioni di esercizi con le radici n-esime con le risoluzioni espresse con le potenze a esponente razionale, – ⇨ riconosce l'equazione irrazionale e risolve e argomenta i passaggi nella risoluzione delle equazioni irrazionali interpretando i risultati.

4.6 Geometria nel piano e nello spazio

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Punti, rette e circonferenze nel piano Distanza, segmento, retta di sostegno del segmento, asse, semiretta, angolo Tipi di angoli e relazioni tra angoli Triangolo e poligono Punti notevoli del triangolo Movimenti rigidi e congruenza Traslazione, simmetria, rotazione e orientazione del triangolo Proiezione ortogonale Angoli al centro e alla circonferenza Angolo in una semicirconferenza Omotetia, similitudine Teoremi del triangolo rettangolo	– apprende i concetti fondamentali della geometria euclidea, – sviluppa il disegno geometrico e attraverso l'applicazione pratica apprende gli standard fondamentali della teoria matematica, – conosce la definizione e applica le proprietà delle figure geometriche, – utilizza la dipendenza tra angolo interno e angolo esterno di un triangolo e le relazioni tra i lati e gli angoli di un triangolo, – utilizza la dipendenza tra l'angolo con il vertice sulla circonferenza e l'angolo al centro che insistono sullo stesso arco, – sa distinguere tra triangoli congrui e triangoli simili, – applica i teoremi del triangolo rettangolo, – disegna le figure geometriche con gli strumenti geometrici ⇨ e con i programmi di geometria dinamica,

Contenuti	Obiettivi
Parallelogramma, rombo, trapezio Problem solving Teorema del seno e del coseno ⇨ Insieme di punti nello spazio Rette parallele e rette perpendicolari nel piano e nello spazio Proiezione ortogonale di una retta sul piano	– fa proprie e applica le relazioni tra i lati e gli angoli di un triangolo qualsiasi usando il teorema del coseno e il teorema del seno, – indaga sui problemi geometrici con l'uso delle ICT, – sviluppa le relazioni tra punti, rette e piani nello spazio.

4.7 Figure e corpi geometrici

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Area delle figure geometriche, formula di Erone Raggio della circonferenza inscritta e circoscritta al triangolo Corpi geometrici: prisma, cilindro, piramide, cono, sfera Area della superficie e volume del prisma retto, del cilindro retto, della piramide retta, del cono retto e della sfera ⇨ Principio di Cavalieri ⇨ Corpi obliqui ⇨ Solidi di rotazione Problemi matematici geometrici	– sviluppa e migliora il disegno geometrico, – applica le formule per esprimere grandezze differenti, – valuta criticamente e giudica i valori ottenuti e fa attenzione alle unità di misura, – utilizza le conoscenze della geometria del piano e risolve i problemi inerenti il raggio delle circonferenze inscritta e circoscritta al triangolo, – descrive il corpo geometrico, – applica le conoscenze delle funzioni goniometriche e della geometria ai modelli dei corpi geometrici, – risolve i problemi inerenti l'area della superficie e il volume dei corpi, valuta criticamente e giudica i risultati ottenuti e le unità di misura, – ⇨ risolve i problemi geometrici relativi ai corpi obliqui, – ⇨ determina l'asse di rotazione e analizza il solido di rotazione ottenuto secondo l'asse prescelto, – ⇨ risolve i problemi relativi al volume dei solidi di rotazione, – riconosce il problema geometrico, lo rappresenta, constata con quali concetti, variabili e dipendenze reciproche lo può risolvere, risolve il problema, commenta le risoluzioni e riflette su quanto siano sensate, – sceglie in modo autonomo e utilizza le strategie adatte alla risoluzione dei problemi geometrici introducendo gli argomenti della geometria del piano e dello spazio, – risolve i problemi geometrici applicando la trigonometria.

4.8 Vettori nel piano e nello spazio

Contenuti

Definizione di vettore

Somma, prodotto scalare (forze) – interpretazione grafica

Vettori collineari e complanari – interpretazione grafica

Sviluppo dei vettori nella base (scomposizione di una forza in componenti), proiezione ortogonale – interpretazione grafica

Combinazione lineare di vettori

⇨ Vettori linearmente indipendenti

Base nel piano e nello spazio

Sistema coordinato ortogonale nel piano e nello spazio, raggio vettore di un punto

Notazione del vettore con le coordinate (componenti)

Operazioni di calcolo con i vettori espressi con le coordinate (componenti)

Proiezione ortogonale di un vettore su di un altro vettore

Prodotto scalare, angolo tra vettori e modulo di un vettore

⇨ Applicazione del calcolo vettoriale nel triangolo e nel parallelogramma, rapporti, baricentro

Connessione tra il prodotto scalare e il teorema del coseno

Obiettivi

Il candidato

- traccia i vettori, somma e scompone i vettori graficamente e moltiplica i vettori per lo scalare,
- apprende il calcolo con i vettori a livello grafico e per calcolo numerico,
- valuta la collinearità e la complanarità dei vettori,
- ⇨ qualifica l'indipendenza lineare dei vettori,
- calcola con i vettori espressi con le coordinate (componenti),
- calcola l'angolo tra i vettori, il modulo del vettore e la proiezione ortogonale del vettore,
- argomenta il parallelismo e l'ortogonalità dei vettori,
- comprende l'ortogonalità nello spazio.

4.9 Sistema di coordinate ortogonali nel piano

Contenuti

Insiemi di punti nel piano

Distanza fra punti nel piano di coordinate

Area del triangolo

Obiettivi

Il candidato

- utilizza il sistema di coordinate ortogonali nel piano,
- legge e disegna l'insieme dei punti nel piano di coordinate secondo le condizioni date,
- applica la relazione tra la coppia ordinata e i punti nel piano,
- calcola la distanza tra punti, calcola l'area del triangolo e inserisce le due formule nei problemi matematici.

4.10 Funzioni

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Definizione di funzione	– apprende e applica il concetto di funzione,
Definizione di una funzione reale e proprietà delle funzioni reali di variabile reale (iniettive, suriettive, biettive, crescenti, decrescenti, pari, dispari …)	– apprende e applica i seguenti concetti: dominio e insieme immagine di una funzione, funzione iniettiva, suriettiva e biettiva,
Funzioni composte (compositum)	– traccia, analizza il grafico di una funzione con la traslazione e la dilatazione,
Funzione inversa	– utilizza la traslazione, le simmetrie e le dilatazioni nella risoluzione dei problemi,
Trasformazioni nel piano	– constata l'esistenza della funzione inversa su esempi semplici, la scrive e traccia il grafico della funzione inversa di una funzione data,
Limite di una funzione	– ⇨ analizza e traccia il grafico della funzione che contiene il valore assoluto,
Esempi di limiti particolari	– traccia il grafico della funzione gradino,
Funzioni continue	– spiega il concetto di limite in un dato punto in esempi scelti adeguatamente che siano rappresentazioni grafiche, tabellari o analitiche delle funzioni,
⇨ Proprietà delle funzioni continue in un intervallo chiuso	– calcola il limite della funzione e spiega il significato del valore del limite ottenuto,
⇨ Determinazione degli zeri con l'uso della tecnologia	– spiega il significato di limite all'infinito,
	– distingue il limite di una funzione all'infinito dal limite infinito,
	– utilizza il limite per il calcolo degli asintoti di una funzione,
	– riconosce una funzione continua data con il suo grafico,
	– ⇨ spiega la funzione continua analizzandola come funzione,
	– determina gli intervalli nei quali la funzione data risulta continua,
	– ⇨ deduce le proprietà di una funzione continua concreta in un intervallo chiuso,
	– ⇨ determina lo zero o un punto sulla curva con esattezza prestabilita usando le tecnologie;

4.10.1 Funzione lineare

Definizione e proprietà della funzione lineare, grafico della funzione lineare	– scrive la funzione lineare e traccia il suo grafico,
Equazione della retta nel piano	– conosce e utilizza il significato dei coefficienti nella funzione lineare,
Angolo tra rette	– interpreta e utilizza il grafico della funzione lineare nelle situazioni pratiche,
Equazione lineare	

Contenuti	Obiettivi
Disequazione lineare Sistema di equazioni lineari ⇨ Metodo a eliminazione di Gauss ⇨ Sistema di disequazioni lineari Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione lineare	– calcola l'angolo tra rette, – conosce il significato delle diverse forme dell'equazione della retta, – riconosce nel testo una dipendenza lineare e scrive l'equazione lineare, – risolve l'equazione lineare, – ⇨ elabora equazioni lineari semplici, disequazioni e sistemi di equazioni lineari, – imposta la risoluzione di un problema con un sistema di equazioni e lo risolve, – risolve problemi semplici della vita quotidiana e li interpreta adeguatamente, – applica la funzione lineare a problemi semplici della vita quotidiana;

4.10.2 Funzione potenza

Definizione e proprietà della funzione potenza con esponente naturale Definizione e proprietà della funzione potenza con esponente negativo intero Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione potenza	– riconosce una dipendenza a potenza e la distingue da altre dipendenze (proporzionalità diretta ...), – traccia e analizza il grafico della funzione potenza con l'aiuto delle trasformazioni, – scrive e modella i fenomeni reali con la funzione potenza e li sceglie criticamente;

4.10.3 Funzione radice

Definizione, proprietà e grafico della funzione radice	– interpretazione della funzione radice come funzione inversa della funzione potenza;

4.10.4 Funzione quadratica

Definizione, proprietà e grafico della funzione quadratica Trascrizione della funzione quadratica nelle varie forme ⇨ Applicazione della funzione quadratica – problemi di massimo e minimo Formule del Viéte Equazione quadratica Intersezione tra parabola e retta Intersezione di due parabole Disequazione quadratica ⇨ Sistema di disequazioni quadratiche	– scrive la funzione quadratica con dati diversi e ne traccia il grafico, – interpreta e utilizza il grafico della funzione quadratica in situazioni reali, – risolve l'equazione e la disequazione quadratica, – traduce un problema in equazione o disequazione quadratica e lo risolve, – legge un testo matematico, lo analizza e lo rappresenta, – ⇨ descrive e rappresenta esempi della vita quotidiana applicando la funzione quadratica;

Contenuti	Obiettivi
⇨ Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione quadratica	

4.10.5 Funzione esponenziale

Contenuti	Obiettivi
Definizione, proprietà e grafico della funzione esponenziale	– riconosce e distingue la dipendenza esponenziale dagli altri tipi di dipendenze,
Equazione esponenziale	– conosce e applica le proprietà della funzione esponenziale,
⇨ Risoluzione grafica della disequazione esponenziale	– traccia il grafico della funzione esponenziale,
Crescita esponenziale	– applica le traslazioni e le dilatazioni del grafico della funzione esponenziale,
Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione esponenziale	– confronta la crescita potenziale e la crescita esponenziale,
	– riconosce e risolve l'equazione esponenziale,
	– descrive e rappresenta esempi della vita quotidiana applicando la funzione esponenziale;

4.10.6 Funzione logaritmica

Contenuti	Obiettivi
Definizione, proprietà e grafico della funzione logaritmica	– conosce e applica le proprietà della funzione logaritmica,
Logaritmo e proprietà di calcolo dei logaritmi	– traccia il grafico della funzione logaritmica,
Logaritmo decimale e naturale	– applica la dipendenza tra funzione esponenziale e funzione logaritmica,
⇨ Trasformazione di base logaritmica	– utilizza le traslazioni e le dilatazioni del grafico della funzione logaritmica,
Equazioni logaritmiche	– applica le formule di calcolo con i logaritmi,
⇨ Lettura di scale logaritmiche	– riconosce il numero e e il logaritmo naturale,
⇨ Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione logaritmica	– riconosce e risolve l'equazione logaritmica,
	– confronta la crescita esponenziale e la crescita logaritmica,
	– ⇨ descrive e rappresenta esempi della vita quotidiana applicando la funzione logaritmica;

4.10.7 Funzione polinomiale

Contenuti	Obiettivi
Definizione, proprietà e grafico della funzione polinomiale	– riconosce come casi particolari della funzione polinomiale la funzione lineare e la funzione quadratica,
Operazioni di calcolo con i polinomi	– calcola con i polinomi,
Teorema fondamentale della divisione di polinomi	– utilizza il teorema fondamentale della divisione dei polinomi,
Zeri delle funzioni polinomiali	– applica il teorema della divisione del polinomio per un polinomio lineare,
Terorema fondamentale dell'algebra e sue conseguenze	

Contenuti

Algoritmo di Horner

Analisi del grafico della funzione polinomiale

Equazioni polinomiali

Disequazioni polinomiali

⇨ Metodo di bisezione

⇨ Modellazione di fenomeni reali con i polinomi

Obiettivi

- utilizza l'algoritmo di Horner nella ricerca degli zeri della funzione polinomiale,
- utilizza le proprietà dei polinomi nei problemi,
- traccia e interpreta il grafico della funzione polinomiale,
- ⇨ applica il metodo di bisezione,
- risolve le equazioni e disequazioni polinomiali;

4.10.8 Funzione razionale

Definizione, proprietà e grafico della funzione razionale

Zeri, poli e asintoti

Equazioni razionali

⇨ Disequazioni razionali

- conosce e applica le proprietà delle funzioni razionali,
- traccia e interpreta il grafico della funzione razionale,
- risolve equazioni razionali,
- ⇨ risolve disequazioni razionali;

4.10.9 Funzioni goniometriche

Definizione e proprietà delle funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo

Definizione delle funzioni goniometriche nella circonferenza trigonometrica

Proprietà e grafici delle funzioni goniometriche

Trasformazione dei grafici delle funzioni goniometriche

Teoremi di addizione

Problem solving

⇨ Formule di prostaferesi e del Werner

Calcolo del valore delle funzioni circolari

⇨ Grafici e proprietà delle funzioni circolari

Equazioni trigonometriche

⇨ Le funzioni goniometriche nella scienza e nella tecnologia

- scrive e utilizza le funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo,
- ricava i valori delle funzioni goniometriche per 0°, 30°, 45°, 60°, 90°,
- ricava e utilizza le dipendenze tra le funzioni goniometriche di uno stesso angolo,
- utilizza la calcolatrice,
- utilizza i valori delle funzioni goniometriche per angoli qualsiasi,
- conosce e applica le proprietà delle funzioni goniometriche,
- conosce e spiega i concetti adottando rappresentazioni diverse (tabelle di valori, grafici, circonferenza trigonometrica, analiticamente),
- applica le trasformazioni dei grafici delle funzioni goniometriche,
- traccia e interpreta i grafici delle funzioni goniometriche,
- utilizza i teoremi di addizione,
- utilizza le formule di duplicazione,
- applica le formule di duplicazione (⇨ di bisezione) nelle equazioni trigonometriche e nei problemi,
- ⇨ fattorizza le espressioni e le sa utilizzare nelle equazioni,
- calcola i valori delle funzioni circolari,
- ⇨ fa lo schizzo del grafico delle funzioni circolari,

Contenuti	Obiettivi
	– risolve le equazioni trigonometriche,
	– interpreta e analizza le risoluzioni analitiche rispetto al problema dato,
	– applica le funzioni goniometriche in situazioni problematiche dove è previsto il calcolo dell'angolo,
	– risolve problemi semplici, composti, autentici e originali.

4.11 Coniche

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Scrittura algebrica delle curve di II grado	– descrive esempi di coniche in natura,
Circonferenza centrata e traslata	– confronta e utilizza le definizioni: analitica e geometrica di ogni conica,
Ellisse centrata e traslata	– interpreta la circonferenza come caso particolare dell'ellisse e ⇨ ricava l'equazione dell'ellisse dall'equazione della circonferenza per dilatazione lungo l'asse prescelto,
Iperbole centrata all'origine	– analizza l'equazione e traccia il grafico della circonferenza e dell'ellisse centrate e traslate,
Parabola riferita al vertice	– analizza l'equazione e traccia il grafico dell'iperbole centrata e della parabola riferita al vertice,
⇨ Iperboli e parabole traslate	– analizza forme diverse dell'equazione della parabola,
⇨ Rette tangenti alle coniche	– ⇨ costruisce le coniche,
	– ⇨ traccia le coniche usando anche il software adatto,
	– ⇨ analizza il grafico della parabola e dell'iperbole traslate,
	– ⇨ analizza l'equazione dell'iperbole e della parabola traslate,
	– ⇨ elabora graficamente e analiticamente la retta tangente a una conica,
	– determina analiticamente e graficamente l'intersezione delle coniche con una retta e l'intersezione tra coniche centrate all'origine,
	– argomenta adeguatamente i risultati ottenuti per elaborazione analitica delle intersezioni,
	– ⇨ risolve i problemi.

4.12 Successioni e serie

Contenuti

Definizione di successione

Proprietà delle successioni (finita, infinita, monotona, limitata, convergente …)

Successione aritmetica

Successione geometrica

Somma dei primi n termini di una successione aritmetica e somma dei termini di una successione geometrica

Limite di una successione

Serie

Serie geometrica convergente

Calcolo dell'interesse

Annuità

Piano d'estinzione di mutui e prestiti

Obiettivi

Il candidato

- riporta l'esempio, deduce per induzione, generalizza e continua ad elencare i termini di una successione,
- determina e scrive la dipendenza tra i termini di una successione,
- scrive i termini di una successione dati i termini iniziali e con la formula ricorsiva,
- constata e analizza le proprietà di successioni date in forme diverse (in rappresentazioni numeriche, grafiche, analitiche …),
- legge e rappresenta successioni date in forme diverse,
- applica le proprietà delle successioni,
- ipotizza e calcola il limite di una successione,
- distingue tra successione e serie,
- distingue fra i concetti di serie convergente e serie divergente,
- calcola la somma di n termini di una successione,
- calcola la somma della serie geometrica,
- distingue l'interesse semplice da quello composto,
- distingue fra tasso conforme e tasso relativo,
- utilizza il principio d'equivalenza dei capitali,
- individua i casi reali del calcolo dell'interesse, esprime le aspettative e formula decisioni in base ai calcoli simulati,
- calcola l'importo delle rate ed elabora il piano d'estinzione di mutui e prestiti.

4.13 Calcolo differenziale

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Quoziente differenziale, derivata, significato geometrico della derivata	– descrive i concetti del calcolo differenziale usando rappresentazioni grafiche, numeriche o analitiche,
Proprietà delle derivate, derivate delle funzioni elementari	– calcola il valore del quoziente differenziale,
Applicazione della derivata	– calcola il limite del quoziente differenziale,
Estremi, crescenza e decrescenza della funzione	– spiega il significato geometrico di derivata,
⇨ Seconda derivata della funzione	– ⇨ ricava semplici proprietà di derivazione utilizzando la definizione di derivata,
⇨ Flesso, convessità e concavità di una funzione	– ⇨ ricava le derivate delle funzioni usando le proprietà delle derivate,
⇨ Funzioni derivabili continue	– deriva le funzioni elementari e il compositum di funzioni,
Problemi di massimo e minimo	– ⇨ calcola la derivata delle funzioni,
⇨ Modellazione di problemi reali e loro risoluzione con il metodo del calcolo differenziale	– determina i punti di (non)derivabilità dal grafico,
	– collega le proprietà della funzione alla sua derivata (ipotizza le proprietà, fa lo schizzo del grafico …),
	– scrive l'equazione della retta tangente e della normale in un punto dato della curva,
	– calcola l'angolo tra le curve,
	– analizza la funzione con la derivata (spiega gli estremi, determina gli intervalli di crescenza e decrescenza) e ne traccia il grafico,
	– ⇨ collega il concetto di funzione continua e funzione derivabile in un dato intervallo,
	– risolve un problema semplice di massimo e minimo,
	– ⇨ risolve un problema reale di massimo e minimo e lo interpreta adeguatamente.

4.14 Calcolo integrale

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Integrale indefinito (funzione primitiva)	– spiega la relazione tra la derivata della funzione e l'integrale indefinito,
Proprietà dell'integrale indefinito	– conosce la tabella degli integrali delle funzioni elementari e la corrispondenza con la tabella delle derivate,
⇨ Introduzione di una nuova variabile	– applica le proprietà dell'integrale indefinito,
⇨ Integrazione »per partes«	– ⇨ sa integrare introducendo una nuova variabile,
⇨ Integrazione della funzione razionale	– ⇨ sa integrare »per partes«,
Integrale definito	

Contenuti	Obiettivi
Proprietà dell'integrale definito Relazione tra l'integrale definito e l'integrale indefinito Applicazione dell'integrale definito (aree, ⇨ volume dei solidi di rotazione …)	– ⇨ calcola l'integrale delle funzioni razionali (scomponendole in frazioni parziali), – conosce il significato geometrico dell'integrale definito, – applica le proprietà dell'integrale definito, – utilizza la relazione tra integrale indefinito e integrale definito, – risolve problemi matematici e reali semplici.

4.15 Calcolo combinatorio

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Teorema fondamentale del calcolo combinatorio, albero combinatorio Regola della somma Permutazioni Permutazioni con ripetizione Disposizioni Disposizioni con ripetizione Combinazioni Teorema del binomio Triangolo di Pascal	– calcola $n!$, – distingue concetti diversi del calcolo combinatorio, – calcola il valore del coefficiente binomiale, – sviluppa la potenza di un binomio.

4.16 Calcolo delle probabilità

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Concetti fondamentali del calcolo delle probabilità: prova, evento, spazio campione Calcolo con eventi Probabilità soggettiva, probabilità empirica, probabilità matematica, probabilità di un evento Calcolo della probabilità di eventi complementari, somma di eventi ⇨ Probabilità condizionata ⇨ Probabilità del prodotto, eventi indipendenti ⇨ Successione di eventi indipendenti Distribuzione normale	– scrive gli eventi e calcola con essi, – cerca tutti gli eventi di una prova, – distingue tra probabilità soggettiva, empirica e matematica, – comprende e collega la probabilità empirica a quella matematica, – conosce e applica la definizione di probabilità matematica, – calcola la probabilità di un evento conoscendo la probabilità degli eventi che lo compongono, – ⇨ distingue i concetti di eventi incompatibili ed eventi indipendenti, – utilizza lo spazio campione.

4.17 Statistica

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Concetti statistici fondamentali Tipi di dati statistici Rilevazione di dati Spoglio ed elaborazione dei dati Rappresentazione dei dati (diagramma a barre, diagramma a segmenti, areogramma, istogramma, diagramma a dispersione, diagramma a linee e a curva, box-plot) Media aritmetica, mediana, moda Varianza, deviazione standard, quartili Indagine statistica	– distingue tra caratteristica esaminata (variabile), l'unità, il valore della variabile, il campione, la popolazione, – riconosce la caratteristica esaminata dell'unità, – distingue fra dati qualitativi o modalità, fra i dati di serie o ordinali e fra i dati quantitativi o numerici, – raccoglie dati, li ordina e li struttura, – sceglie il diagramma adatto per la rappresentazione dei dati, – legge, interpreta ed elabora i diagrammi statistici, – sviluppa un rapporto critico nell'interpretazione dei risultati, – conosce e utilizza metodi diversi di rilevazione dei dati, – sceglie il metodo adatto di rilevazione a seconda della tipologia dei dati, – calcola, valuta e interpreta il valore medio, la moda e la mediana come misure di dati omogenei, – valuta le dipendenze semplici tra le variabili statistiche, – calcola, valuta e interpreta la varianza, la deviazione standard e i quartili come misure di dispersione o di variabilità dei dati, – applica le conoscenze relative alla gestione dei dati nell'intero processo della ricerca empirica (sceglie il tema, imposta il questionario, rileva i dati, ne fa lo spoglio e l'elaborazione, li analizza, li rappresenta e interpreta i risultati).

5 ESEMPI DI QUESITI PER L'ESAME SCRITTO

5.1 Esempi dei quesiti della prova d'esame 1

I quesiti della prova d'esame 1 si risolvono senza far uso della calcolatrice.

5.1.1 Esempio di quesito breve

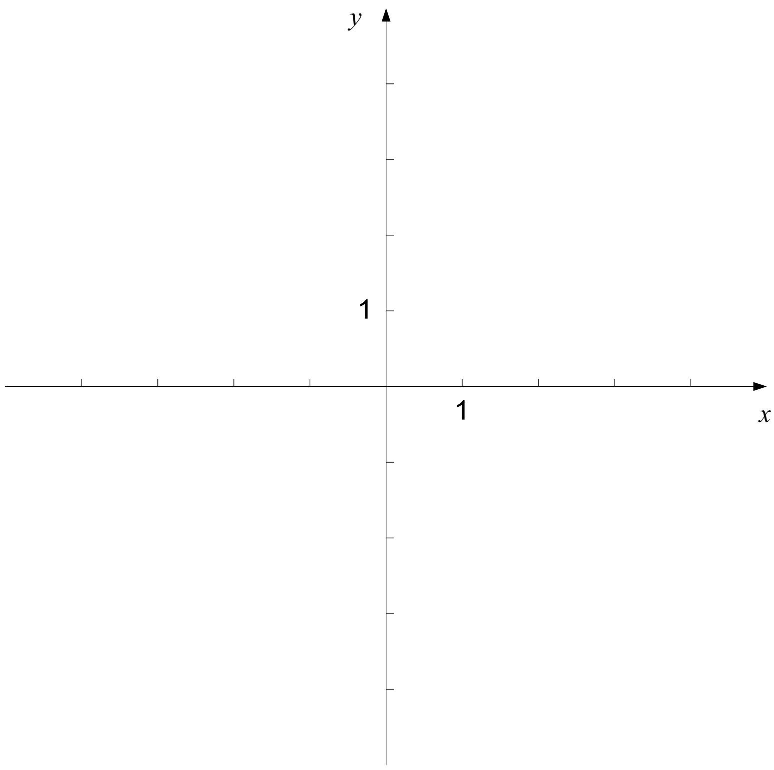
1. Risolvete l'equazione $\ln x + \ln 1 = \ln e$.

(2 punti)

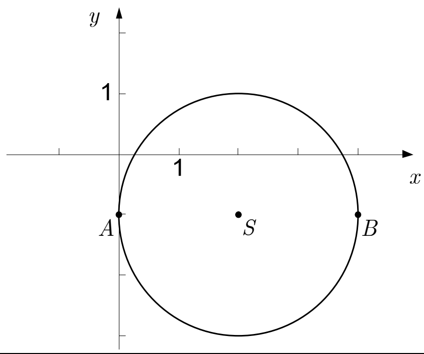
Quesito	Punti	Soluzione	Indicazioni aggiuntive
1	2	◆ la soluzione scritta $x = e$	Solo considerando che $\ln 1 = 0$ oppure $\ln e = 1$ … 1 punto
Totale	**2**		

5.1.2 Esempio di quesito strutturato breve

1. Nel sottostante piano cartesiano, tracciate la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$. Dimostrate con il calcolo che il punto $A(0,-1)$ appartiene alla circonferenza data. Scrivete le coordinate del punto B se la corda AB è il diametro della circonferenza.



(8 punti)

Quesito	Punti	Soluzione	Indicazioni aggiuntive
1	5	◆ La figura 	Solo il riordino dell'equazione nella forma $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ ... 3 punti (a ogni elemento 1 punto). Se il candidato traccia la circonferenza correttamente da un'equazione riordinata in modo non corretto ottiene *1 punto.
	2	◆ l'inserimento delle coordinate di A nell'equazione e la dimostrazione dell'uguaglianza	*1 + 1
	1	◆ la scrittura del punto $B(4,-1)$	
Totale	8		

5.1.3 Esempio di quesito strutturato

1. Ė data la funzione $f:\ (0,\infty)\to\mathbb{R}$ con la dipendenza $f(x)=2\ln x$.

   1.1. Risolvete l'equazione $2f(x)=f(2x)$.

   (3 punti)

   1.2. Dimostrate che $f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{2}{3}\right)=f\left(\frac{1}{3}\right)$.

   (3 punti)

   1.3. Dimostrate per induzione matematica che per ogni numero naturale n vale $f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{2}{3}\right)+f\left(\frac{3}{4}\right)+\cdots+f\left(\frac{n}{n+1}\right)=f\left(\frac{1}{n+1}\right)$.

   (4 punti)

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1	3	◆ la soluzione $x=2$	Solo il riordino dell'equazione nella forma ad es. $4\ln x=2\ln(2x)$ ... 1 punto. Avendo applicato solo il logaritmo ad es. $x^2=2x$ ... *1 punto. Se il candidato non elimina le soluzioni non adatte tale punto non viene assegnato.
Totale	**3**		
1.2	1	◆ l'impostazione ad es. $f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{2}{3}\right)=2\left(\ln\frac{1}{2}+\ln\frac{2}{3}\right)$	
	1	◆ l'espressione ad es. $2\left(\ln\frac{1}{2}+\ln\frac{2}{3}\right)=2\ln\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\right)$	
	1	◆ la deduzione $2\ln\frac{1}{3}=f\left(\frac{1}{3}\right)$	
Totale	**3**		
1.3	1	◆ la dimostrazione della correttezza dell'affermazione per $n=1$ ad es. $f\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{1}{1+1}\right)$	
	*1	◆ la scrittura o aver tenuto in considerazione la somma di $n+1$ termini ad es. $f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{2}{3}\right)+f\left(\frac{3}{4}\right)+\cdots$ $\cdots+f\left(\frac{n}{n+1}\right)+f\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$	
	1	◆ avendo considerato la condizione per induzione ad es. $f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{2}{3}\right)+f\left(\frac{3}{4}\right)+\cdots$ $\cdots+f\left(\frac{n}{n+1}\right)+f\left(\frac{n+1}{n+2}\right)=$ $=f\left(\frac{1}{n+1}\right)+f\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$	
	1	◆ il calcolo e la deduzione finale ad es. $f\left(\frac{1}{n+1}\right)+f\left(\frac{n+1}{n+2}\right)=2\ln\frac{1}{n+1}+2\ln\frac{n+1}{n+2}=$ $=2\ln\left(\frac{1}{n+1}\cdot\frac{n+1}{n+2}\right)=f\left(\frac{1}{n+2}\right)$	
Totale	**4**		

5.2 Esempi dei quesiti della prova d'esame 2

I quesiti della prova d'esame 2 si risolvono senza far uso della calcolatrice.

5.2.1 Esempio di quesito breve

1. L'ipotenusa AB nel triangolo rettangolo ΔABC misura $6{,}33$ cm. L'ampiezza dell'angolo $\sphericalangle CAB$ è $\alpha = 33°33'$. Calcolate la lunghezza del lato AC. Arrotondate il risultato al centesimo di centimetro.

(2 punti)

Quesito	Punti	Soluzione	Indicazioni aggiuntive
1	2	◆ la soluzione scritta $\lvert AC\rvert \doteq 5{,}28$ cm	Solo la scrittura o considerando che $\cos\alpha = \frac{\lvert AC\rvert}{\lvert AB\rvert}$ … 1 punto.
Totale	**2**		

5.2.2 Esempio di quesito strutturato breve

1. Due cisterne vuote hanno la forma di un cilindro retto e poggiano ciascuna sulla propria base.

   1.1. La prima cisterna ha la forma di un cilindro di raggio 3 dm. Versiamo in esso 120 litri di succo di frutta e lo riempiamo fino ai due terzi. Calcolate l'altezza della cisterna. Arrotondate il risultato al decimo di decimetro.

   (3)

   1.2. La seconda cisterna ha la forma di un cilindro equilatero (la sezione assiale è un quadrato). Versiamo in esso 120 litri di succo di frutta e lo riempiamo fino all'orlo. Calcolate il raggio della cisterna. Arrotondate il risultato al decimo di decimetro.

   (3)
   (6 punti)

Quesito	Punti	Soluzione	Indicazioni aggiuntive
1.1	3	◆ il calcolo del valore approssimato dell'altezza della cisterna ad es. $h \doteq 6{,}4$ dm	Solo la scrittura o l'uso della formula ad es. $V = \pi r^2 \cdot h$ ... 1 punto. Solo la scrittura o considerando che $120\ \ell = \frac{2}{3}V$ oppure $h' = \frac{2}{3}h$ ... 1 punto.
1.2	3	◆ il calcolo del valore approssimato del raggio del cilindro equilatero ad es. $r \doteq 2{,}7$ dm	Solo la scrittura o considerando che l'altezza del cilindro equilatero è uguale al diametro della base ... 1 punto. Solo la scrittura dell'equazione ad es. $120 = 2\pi r^3$ ... 1 punto.
Totale	**6**		Se il candidato non scrive l'unità di misura vicino a nessun risultato perde 1 punto.

5.2.3 Esempio di quesito strutturato

1. In una classe ci sono 40 seggiole, disposte in cinque file in modo che in ogni fila ci sia un numero uguale di seggiole. Sulle seggiole si seggono a caso otto allievi: Maja, Eva, Ela, Jan, Tim, Nik, Luka e France.

   1.1. Calcolate la probabilità degli eventi:
   A – la prima fila di seggiole rimane vuota,
   B – nella prima fila sono occupate esattamente tre seggiole,
   C – tutti gli allievi si sono seduti nella stessa fila.

   (7 punti)

   Maja, Eva, Ela, Jan, Tim, Nik, Luka e France nei pomeriggi si incontrano per giocare a dadi. Ognuno di loro tira esattamente una volta un dado da gioco non truccato.

   1.2. Calcolate la probabilità degli eventi:
   D – a nessuno esce il sei,
   E – a esattamente due esce il sei.

   (3 punti)

Quesito	Punti	Soluzione	Indicazioni aggiuntive
1.1	1	◆ il calcolo del numero di tutti gli esiti ad es. $n=\binom{40}{8}$	
	2	◆ il calcolo della probabilità ad es. $P(A)=\frac{10518300}{76904685}$	Solo il numero degli esiti favorevoli $m_A=\binom{32}{8}$ ... 1 punto. Consideriamo anche un risultato arrotondato correttamente ad es. $P(A) \doteq 0{,}13677$.
	2	◆ il calcolo della probabilità ad es. $P(B)=\frac{11277056}{76904685}$	Solamente $m_B=\binom{8}{3}\binom{32}{5}=11277056$ ... 1 punto. Consideriamo anche un risultato arrotondato correttamente ad es. $P(B) \doteq 0{,}146637$.
	2	◆ il calcolo della probabilità ad es. $P(C)=\frac{5}{76904685}$	Constatando solamente che $m_C=5$ ... 1 punto. Consideriamo anche un risultato arrotondato correttamente ad es. $P(C) \doteq 0{,}0000000650 = 6{,}50 \cdot 10^{-8}$.
Totale	**7**		Le soluzioni con le disposizioni si valutano in modo equivalente.
1.2	1	◆ $P(D)=\left(\frac{5}{6}\right)^8 \doteq 0{,}233$	
	2	◆ $P(E)=\binom{8}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^6 = 28\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^6 \doteq 0{,}260$	La sola scrittura $\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^6$ ... 1 punto.
Totale	**3**		

6 ESAME ORALE

Il candidato sostiene la prova orale davanti alla commissione d'esame scolastica. Essa vigila sulla correttezza della procedura, valuta la prova del candidato in punti ed è responsabile del calcolo di questi ultimi.

Il candidato risponde alle domande della scheda d'esame per la prova orale. La scheda contiene tre domande scelte dalla Commissione nazionale di maturità generale per la matematica.

L'esaminatore può porre al candidato delle domande aggiuntive con cui articolare quelle della scheda, senza però uscire dall'argomento trattato nella domanda.

Il candidato ha il diritto di potersi preparare fino a 15 minuti per la prova orale e ha il diritto di cambiare una volta la scheda d'esame. La durata massima della prova orale d'esame è di 20 minuti.

► Esempio di scheda d'esame per il livello di base

1. Definite un numero primo e un numero composto. Elencate tre numeri primi e tre numeri composti.

   (2 punti)

   Come scomponiamo il numero naturale $n(n>1)$ in fattori primi?
   La scomposizione in fattori primi è univoca? Motivate la vostra risposta.
   Quanti sono tutti i numeri primi?

   (3 punti)

   Come constatiamo se un numero naturale dato è un numero primo?

   (1 punto)

2. Enunciate la definizione geometrica di ellisse e spiegatela.

   (2 punti)

   Scrivete l'equazione generale dell'ellisse centrata all'origine e l'equazione generale dell'ellisse traslata.

   (2 punti)

   Scrivete un esempio di equazione dell'ellisse centrata all'origine e tracciate l'ellisse.

   (2 punti)

3. Enunciate la definizione della derivata della funzione f in un punto dato e spiegatela.

   (2 punti)

   Qual è il significato geometrico della derivata della funzione f in un punto dato?

   (1 punto)

   Elencate le regole per il calcolo della derivata di una somma e di un prodotto di funzioni e della derivata per il prodotto di una funzione per un numero. Riportate per ogni regola un esempio.

   (3 punti)

► Esempio di scheda d'esame per il livello superiore

1. Definite un numero primo e un numero composto. Elencate tre numeri primi e tre numeri composti.

   (2 punti)

   Come scomponiamo il numero naturale $n(n>1)$ in fattori primi?
   La scomposizione in fattori primi è univoca? Spiegate.

   (2 punti)

   Dimostrate che il numero del numeri primi è infinito.

   (2 punti)

2. Enunciate la definizione geometrica di ellisse e spiegatela.

   (2 punti)

   Scrivete l'equazione generale dell'ellisse centrata all'origine e l'equazione generale dell'ellisse traslata.

   (2 punti)

   Scrivete un esempio di equazione dell'ellisse traslata e tracciate l'ellisse.

   (2 punti)

3. Enunciate la definizione della derivata della funzione f in un punto dato e spiegatela.

   (2 punti)

   Qual è il significato geometrico della derivata della funzione f in un punto dato?

   (1 punto)

   Scegliete un esempio di una funzione non lineare derivabile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ e ricavate la sua derivata applicando la definizione

   (2 punti)

   Enunciate la regola per calcolare la derivata del quoziente di funzioni.

   (1 punto)

La Commissione Nazionale di materia per la matematica nell'ambito della maturità generale si riserva di modificare, scartare o completare le domande per la prova orale d'esame.

L'elenco delle domande orali verrà pubblicato ogni anno, alla fine di gennaio, sul sito del Centro Nazionale per l'esame di maturità (https://www.ric.si/splosna_matura/predmeti/matematika).

7 CANDIDATI CON NECESSITÀ PARTICOLARI

La Legge sull'esame di maturità e gli atti inerenti a tale legge dichiarano che tutti i candidati sostengono l'esame di maturità alle stesse condizioni. Per i candidati diversamente abili e con necessità particolari, inseriti nei programmi d'istruzione in base ad apposita delibera di orientamento, e per altri candidati in casi giustificati (infortunio, malattia), le modalità di svolgimento dell'esame vengono adattate a seconda delle specifiche esigenze. Allo stesso modo vengono adattate le modalità di valutazione delle competenze.[5]

Sono possibili i seguenti adattamenti:

1. lo svolgimento dell'esame in due parti, in due sessioni successive;
2. il prolungamento dei tempi delle prove d'esame (come pure quello degli intervalli, che possono essere più frequenti e più brevi) e, ove necessario, l'interruzione dell'esame;
3. la presentazione della prova in forma adattata (per esempio in scrittura Braille, con caratteri ingranditi, in formato elettronico o in forma di registrazione audio su supporto dischetto ecc.);
4. l'allestimento di un apposito locale per lo svolgimento dell'esame;
5. l'adattamento della superficie di lavoro (miglioramento della luminosità, possibilità di elevazione ecc.);
6. l'uso di mezzi particolari (computer, macchina da scrivere in Braille, strumenti di scrittura specifici, fogli da disegno tattile per non vedenti ecc.);
7. lo svolgimento dell'esame con l'aiuto di un assistente (per esempio un assistente per la lettura, per la scrittura, per l'interpretazione nella lingua dei segni italiana, un assistente per i non vedenti);
8. l'uso del computer per la lettura e/o la scrittura;
9. la modifica dell'esame orale e della prova di ascolto (esonero, lettura labiale, traduzione nella lingua dei segni italiana);
10. l'adattamento delle modalità di valutazione (per esempio gli errori che sono conseguenza dell'handicap del candidato non si valutano; nella valutazione i valutatori esterni collaborano con gli esperti chiamati a comunicare con i candidati con necessità particolari).

[5] Le indicazioni sono valide per tutte le materie dell'esame di maturità generale e vengono prese in considerazione con i dovuti adattamenti per le singole materie d'esame

8 BIBLIOGRAFIA

I testi e i materiali didattici approvati dal Consiglio degli Esperti della Repubblica di Slovenia per l'istruzione generale sono elencati nel Catalogo dei libri di testo per la scuola media pubblicato sul sito internet dell'Istituto dell'educazione della Repubblica di Slovenia all'indirizzo www.zrss.si.

9 ALLEGATI

9.1 Simboli matematici

In questo capitolo sono presentati alcuni simboli matematici che si usano negli esami di maturità di matematica. L'elenco non contiene tutti i simboli matematici. I simboli, che possiamo trovare nell'elenco sottostante, non verranno necessariamente ulteriormente spiegati nelle prove di maturità. I simboli, che saranno usati nell'esame e non sono contemplati nell'elenco sottostante, saranno ulteriormente definiti e spiegati.

► **Logica**

$\wedge$, &	congiunzione
$\vee$	disgiunzione
$\Rightarrow$	implicazione
$\Leftrightarrow$	equivalenza
$\neg A$, $\overline{A}$	negazione della proposizione A
$\forall$	per ogni
$\exists$	esiste

► **Insiemi**

$\in$	è elemento
$\notin$	non è elemento
$\{x_1, x_2, ...\}$	insieme di elementi x_1, x_2 …
$\{x;...\}$, $\{x \mid ...\}$	insieme di tutti gli x, tali che …
$m(A)$, $\lvert A \rvert$	numero degli elementi (potenza) dell'insieme A
$\mathcal{P}A$, $\mathcal{P}(A)$	insieme potenza dell'insieme A
$\varnothing$, $\{\ \}$	insieme vuoto
$\mathcal{U}$	insieme universo (universo)
A^C, A'	insieme complemento dell'insieme A
$\mathbb{N}$	insieme dei numeri naturali
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	insieme dei numeri interi
$\mathbb{Z}^+$	insieme dei numeri interi positivi
$\mathbb{Z}^-$	insieme dei numeri interi negativi
$\mathbb{Q}$	insieme dei numeri razionali
$\mathbb{Q}^+$	insieme dei numeri razionali positivi
$\mathbb{Q}^-$	insieme dei numeri razionali negativi
$\mathbb{R}$	insieme dei numeri reali
$\mathbb{R}^+$	insieme dei numeri reali positivi

$\mathbb{R}_0^+$	insieme dei numeri reali non negativi
$\mathbb{R}^-$	insieme dei numeri reali negativi
$\mathbb{C}$	insieme dei numeri complessi
$\subset$, $\subseteq$	è sottoinsieme
$\not\subset$	non è sottoinsieme
$\cup$	unione
$\cap$	intersezione
$\times$	prodotto cartesiano
$\setminus$, $-$	differenza di insiemi
$[a,\ b]$	intervallo chiuso $\{x \in \mathbb{R};\ a \leq x \leq b\}$
$[a,\ b)$	intervallo $\{x \in \mathbb{R};\ a \leq x < b\}$
$(a,\ b]$	intervallo $\{x \in \mathbb{R};\ a < x \leq b\}$
$(a,\ b)$	intervallo aperto $\{x \in \mathbb{R};\ a < x < b\}$

► **Relazioni e operazioni**

$(a,\ b)$	coppia ordinata
$=$	è uguale
$\neq$	non è uguale
$\doteq$, $\approx$	è approssimativamente uguale a
$<$	è minore di
$\leq$	è minore o uguale a
$>$	è maggiore di
$\geq$	è maggiore o uguale a
$+$	più
$-$	meno
$\cdot$, $\times$	volte
$:$, $\div$	diviso
$a \mid b$	a è un divisore di b
$M.C.D.(a,\ b)$	massimo comune divisore dei numeri a e b
$m.c.m.(a,\ b)$	minimo comune multiplo dei numeri a e b
$\sum$	simbolo della sommatoria
$\lvert a \rvert$	valore assoluto del numero a

► **Numeri complessi**

i	unità immaginaria
Re z	parte reale del numero complesso z
Im z	parte immaginaria del numero complesso z
$\lvert z \rvert$	valore assoluto del numero complesso z
$\overline{z}$, z^*	coniugato complesso di z

► Geometria. Vettori

$d(A, B)$	distanza fra i punti A e B
$\lvert AB \rvert$	lunghezza del segmento AB
$\sphericalangle$	angolo
$\triangle$	triangolo
$\parallel$	è parallelo a
$\perp$	è perpendicolare a
$\cong$	è congruente
$\sim$	è simile
$\overrightarrow{AB}$, $\vec{a}$	vettore $\overrightarrow{AB}$, vettore $\vec{a}$
$s\vec{a}$	prodotto del vettore $\vec{a}$ con il numero (scalare) s
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	prodotto scalare dei vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	vettori della base ortonormale standard
$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$	vettore con le coordinate (componenti) a_1, a_2, a_3
$\lvert \vec{a} \rvert$	modulo del vettore $\vec{a}$
$\vec{r}_A$	raggio vettore del punto A
$A(x, y)$	il punto A nel piano di coordinate x e y
$A(x, y, z)$	il punto A nello spazio di coordinate x, y e z
A	area di una figura
V	volume di un solido
S	area della superficie di un solido

► Funzioni

$f : A \to B$	f è l'applicazione (funzione) di A in B
$x \mapsto f(x)$	x si proietta in $f(x)$
D_f	insieme di definizione della funzione f
I_f	insieme immagine della funzione f
f^{-1}	funzione inversa della funzione f
$f \circ g$	compositum delle funzioni f e g
$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	limite della funzione f per x che tende ad a
$\lim\limits_{n \to \infty} a_n$	limite della successione di termine generale a_n
(a_n), $\{a_n\}$	successione di termine generale a_n
f', $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$	(prima) derivata della funzione f
$\int f(x)\,\mathrm{d}x$	integrale indefinito della funzione f
$\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	integrale definito della funzione f di estremi a e b

► Calcolo combinatorio. Calcolo delle probabilità. Statistica

P_n	numero di permutazioni semplici di n elementi
$P_n^{m_1, m_2, \ldots, m_k}$	numero di permutazioni con ripetizione di n elementi
$n!$	n fattoriale
D_n^r	numero di disposizioni semplici di n elementi di classe r
${}^{(p)}D_n^r$	numero di disposizioni con ripetizione di n elementi di classe r
$\binom{n}{r}$	simbolo del coefficiente binomiale $(n$ su $r)$
C_n^r	numero di combinazioni semplici di n elementi di classe r
G	evento certo
N	evento impossibile
$E_1, E_2, E_3, \ldots$	eventi elementari
$A', \overline{A}$	evento complementare dell'evento A
$A \cup B,\ A + B$	somma degli eventi A e B
$A \cap B,\ A \cdot B$	prodotto degli eventi A e B
$A \setminus B,\ A - B$	differenza degli eventi A e B
$A \subset B$	A è l'evento implicato di B
$P(A)$	probabilità dell'evento A
$P(A / B)$	probabilità dell'evento A condizionata a B (probabilità condizionata)
$\overline{x},\ \mu$	valore medio
σ^2	dispersione, varianza
σ	deviazione standard, scarto quadratico medio

9.2 Formule e teoremi

In questo capitolo sono riportate le formule e i teoremi che si allegano alle prove d'esame. Si ritiene che i candidati tali formule e teoremi li conoscano, capiscano e li sanno applicare. A livello superiore il foglio con le formule contiene tutte le formule e i teoremi dell'elenco delle formule a livello di base e ulteriori formule prese dai contenuti particolari, che al livello di base non si verificano.

9.2.1 Formule allegate alla prova d'esame, livello di base

(**Somma e differenza di cubi**) Per qualsiasi $a,\ b \in \mathbb{R}$ vale $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(**Teorema di Euclide e dell'altezza**) Il triangolo rettangolo ha i cateti a e b e l'ipotenusa c. L'altezza all'ipotenusa è h_c, la proiezione ortogonale del cateto a all'ipotenusa è a_1, la proiezione ortogonale del cateto b all'ipotenusa è b_1. Quindi vale $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{h_c^2 = a_1 b_1}$.

(**Raggio della circonferenza circoscritta e della circonferenza inscritta a un triangolo**) Il triangolo ha i lati a, b e c, il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$, l'area è A, il raggio della circonferenza inscritta al triangolo dato è r e il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo dato è R. Perciò $\boxed{r = \frac{A}{p}}$ e $\boxed{R = \frac{abc}{4A}}$.

(**Formula di Erone**) Il triangolo ha i lati a, b e c, il semiperimetro è $p = \frac{a+b+c}{2}$. Quindi la sua area è $\boxed{A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$.

(**Area del triangolo**) Siano $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ e $C(x_3,\ y_3)$ punti nel piano. L'area del triangolo di vertici A, B e C è $\boxed{A = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Sfera**) L'area della superficie totale e il volume della sfera di raggio r sono $\boxed{S = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Teoremi di addizione**) Per qualsiasi $x,\ y \in \mathbb{R}$ vale
$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.
Per qualsiasi $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, per i quali $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ per qualsiasi $k \in \mathbb{Z}$ e $\tan x \tan y \neq -1$, vale $\boxed{\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Formule di bisezione)**
Per qualsiasi $x \in \mathbb{R}$ vale $\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}$.
Per un qualsiasi $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ vale $\boxed{\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Ellisse**) L'ellisse nel piano ha i semiassi a e b $(a > b)$, la sua eccentricità lineare è e, la sua eccentricità numerica è ε. Quindi vale $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Iperbole**) L'iperbole nel piano ha il semiasse reale a e il semiasse immaginario b, la sua eccentricità lineare è e, la sua eccentricità numerica è ε. Quindi vale $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola nel piano di equazione $y^2 = 2px$ ha il fuoco in $\boxed{F\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$, l'equazione della retta direttrice della parabola data è $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Successione aritmetica**) La somma dei primi n termini della successione aritmetica (a_n) è $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Successione geometrica**) La somma dei primi n termini della successione geometrica (a_n) di ragione $q \in \mathbb{R}$ è $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, se $q \neq 1$, e $\boxed{S_n = na_1}$, e $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ e $\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1}$.

9.2.2 Formule allegate alla prova d'esame, livello superiore

(**Somma e differenza di potenze a esponente naturale**) Per qualsiasi $a,\ b \in \mathbb{R}$ e per qualsiasi numero naturale n vale $\boxed{a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ldots+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)}$,

$\boxed{a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+a^2b^{n-3}+ab^{n-2}+b^{n-1}\right)}$.

(**Teorema di Euclide e dell'altezza**) Il triangolo rettangolo ha i cateti a e b e l'ipotenusa c. l'altezza all'ipotenusa è h_c, la proiezione ortogonale del cateto a all'ipotenusa è a_1, la proiezione ortogonale del cateto b all'ipotenusa è b_1. Quindi vale $\boxed{a^2=ca_1,\ b^2=cb_1}$, $\boxed{h_c^2=a_1b_1}$.

(**Raggio della circonferenza circoscritta e inscritta a un triangolo**) Il triangolo ha i lati $a,\ b$ e c, il semiperimetro è $p=\frac{a+b+c}{2}$, l'area è A, l'area della circonferenza inscritta al triangolo dato è r e il raggio della circonferenza circoscritta la triangolo dato è R. Quindi è $\boxed{r=\frac{A}{p}}$ e $\boxed{R=\frac{abc}{4A}}$.

(**Formula di Erone**) Il triangolo ha i lati $a,\ b$ e c, il semiperimetro è $p=\frac{a+b+c}{2}$. Allora la sua area è $\boxed{A=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$.

(**Area del triangolo**) Siano $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ e $C(x_3,\ y_3)$ tre punti nel piano. L'area del triangolo di vertici $A,\ B$ e C è uguale a $\boxed{A=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|}$.

(**Sfera**) L'area della superficie totale e il volume di una sfera di raggio r sono $\boxed{S=4\pi r^2,\ V=\frac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Distanza di un punto da una retta**) Siano $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0 \in \mathbb{R}$ e dove a e b non siano uguali a 0. La distanza del punto $T_0(x_0,\ y_0)$ dalla retta p, espressa dall'equazione $ax+by-c=0$, è $\boxed{d(T_0,\ p)=\frac{|ax_0+by_0-c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$.

(**Logaritmo**) Siano $a>0,\ a\neq 1,\ b>0,\ b\neq 1$. Quindi per ogni $x>0$ vale $\boxed{\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(**Teoremi di addizione**) Per qualsiasi $x,\ y\in\mathbb{R}$ vale $\boxed{\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y}$, $\boxed{\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y}$.

Per qualsiasi $x,\ y\in\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+\pi\cdot k;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$, per i quali $x+y\neq\frac{\pi}{2}+\pi\cdot k$ per qualsiasi $k\in\mathbb{Z}$ e $\tan x\tan y\neq -1$, vale $\boxed{\tan(x\pm y)=\frac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}}$.

(**Formule di bisezione**) Per qualsiasi $x\in\mathbb{R}$ vale $\boxed{\sin^2\frac{x}{2}=\frac{1-\cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1+\cos x}{2}}$.

Per qualsiasi $x\in\mathbb{R}\backslash\{\pi+\pi\cdot 2k;\ k\in\mathbb{Z}\}$ vale $\boxed{\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}}$.

(**Formule di prostaferesi**) Per qualsiasi $x,\ y\in\mathbb{R}$ vale

$\boxed{\sin x\pm\sin y=2\sin\frac{x\pm y}{2}\cos\frac{x\mp y}{2}}$,

$\boxed{\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}}$,

$\boxed{\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}}$.

(**Formule del Werner**) Per qualsiasi $x,\ y \in \mathbb{R}$ vale

$$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}\big(\cos(x+y) - \cos(x-y)\big)},$$

$$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\big(\cos(x+y) + \cos(x-y)\big)},$$

$$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\big(\sin(x+y) + \sin(x-y)\big)}.$$

(**Ellisse**) L'ellisse nel piano ha i semiassi a e b $(a > b)$, la sua eccentricità lineare è e, la sua eccentricità numerica è ε. Quindi vale $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Iperbole**) L'iperbole nel piano ha il semiasse reale a e il semiasse immaginario b, la sua eccentricità lineare è e, la sua eccentricità numerica è ε. Quindi vale $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola nel piano di equazione $y^2 = 2px$ ha il fuoco in $\boxed{F\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$, l'equazione della retta direttrice della parabola è $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Successione aritmetica**) La somma dei primi n termini della successione aritmetica (a_n) è

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}.$$

(**Successione geometrica**) La somma dei primi n termini della successione geometrica (a_n) di ragione $q \in \mathbb{R}$ è $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, se $q \neq 1$, e $\boxed{S_n = na_1}$, se $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ e $\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(**Integrale indefinito**) Sia $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Allora per ogni $C \in \mathbb{R}$

$$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C} \text{ e } \boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C}.$$

(**Integrazione per partes**) Sia $D \subseteq \mathbb{R}$ e $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ due funzioni derivabili. Quindi vale

$$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}.$$

(**Volume del solido di rotazione**) Sia $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Il volume del corpo che si forma ruotando la figura delimitata dal grafico della funzione f, l'asse delle ascisse e le rette $x = a$ e $x = b$, attorno all'asse delle ascisse di 360°, è $\boxed{V = \pi\int_a^b \big(f(x)\big)^2 \mathrm{d}x}$.

(**Formula di Bernouilli**) Sia p la probabilità che in una data prova si realizzi l'evento A. La probabilità che l'evento A in n prove successive si realizzi k volte è $\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}}$.