Šifra kandidata:
*A jelölt kódszáma:*

**Državni izpitni center**

M 1 6 2 4 0 1 1 1 M

JESENSKI IZPITNI ROK
*ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK*

# Osnovna raven
## *Alapszint*
# MATEMATIKA

Izpitna pola 1
*1. feladatlap*

**Četrtek, 25. avgust 2016 / 120 minut**
***2016. augusztus 25., csütörtök / 120 perc***

*Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

*Engedélyezett segédeszközök:*
*A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, zsebszámológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.*

**SPLOŠNA MATURA**
***ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA***

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
*A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.*

*Ta pola ima 20 strani, od tega 1 rezervno in 3 prazne.*
*A feladatlap 20 oldalas, ebből 1 tartalék és 3 üres.*

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 17 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

***ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK***

***Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!***

***Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!***

*Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!*

*A feladatlap 12 rövid feladatot tartalmaz. Összesen 80 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.*

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a* ***feladatlap*** *erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

*A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!*

*Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!*

# Formule

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n$ liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + .... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a$ je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g\left(f(x)\right)$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arc\tan\frac{x}{a} + C$

## *Képletek*

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n$ *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + .... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

*A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

*A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

*A félszögek szögfüggvényei:*

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

*Addíciós tételek:*

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

*Összegek szorzattá történő alakításának képletei:*

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

*A szorzatok összeggé történő alakításának képletei:*

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

*A* $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

*Az* $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

*Ellipszis:* $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

*Hiperbola:* $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a$ *a hiperbola valós tengelye*

*Parabola:* $y^2 = 2px,\ G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

*Összetett függvény:* $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

*Bernoulli-képlet:* $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

*Integrál:* $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

1. Rešite sistem dveh linearnih enačb

   *Oldja meg a kétismeretlenes lineáris egyenletrendszert:*

$$2x - 3y = 5$$
$$y = \frac{1}{2}x - 2$$

*(5 točk/pont)*

2. Vsako število v levem stolpcu preglednice je enako enemu številu v desnem stolpcu. Izrazi v desnem stolpcu so označeni s črkami od A do K.

   V preglednico v za to namenjen prostor vpišite črko izraza, ki je enak izrazu v levem stolpcu preglednice (prva vrstica je že pravilno izpolnjena).

   *A táblázat bal oldali oszlopában levő számok mindegyike egyenlő a jobb oldali oszlop valamelyik számával. A jobb oldali oszlop kifejezéseit A-tól K-ig jelöltük.*

   *Írja be a táblázatba a megfelelő helyre annak a kifejezésnek a betűjelét, amely megegyezik a táblázat bal oszlopában található kifejezéssel (a táblázat első sorát már helyesen kitöltöttük)!*

| | |
|---|---|
| $\frac{3}{2}$ | D |
| $1$ | |
| $-1$ | |
| $\frac{4}{33}$ | |
| $\frac{1+i}{i}$ | |
| $0$ | |
| $120$ | |
| $0{,}8$ | |
| $3$ | |

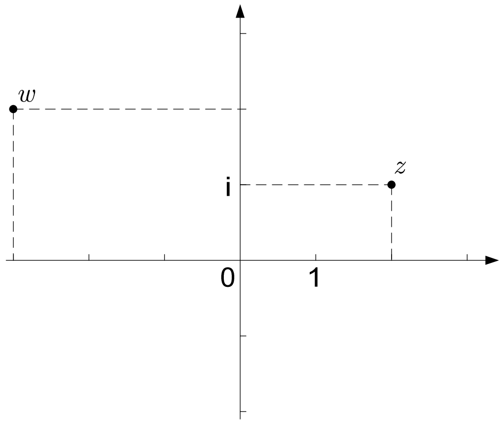
(A) $0{,}\overline{12}$
(B) $|-3|$
(C) $\frac{16}{45}$
(D) $\frac{21}{14}$
(E) $5!$
(F) $1-i$
(G) $-1-i$
(H) $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}}$
(I) $\cos 900^\circ$
(J) $\sin(5\pi)$
(K) $0{,}\overline{9}$

*(8 točk/pont)*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

3. Nalogo rešujte brez uporabe računala.
Na sliki sta števili $z$ in $w$ v kompleksni ravnini. Zapišite ju in izračunajte $z \cdot w$, $z \cdot w^{-1}$, $|z|$ in $\overline{w}$.

*A feladatot számológép használata nélkül oldja meg!*
*A képen a $z$ és a $w$ számok láthatók a komplex számsíkon. Írja fel őket, és számítsa ki a $z \cdot w$, $z \cdot w^{-1}$, $|z|$ és $\overline{w}$ értékeket!*




*(7 točk/pont)*

4. Zveza med Fahrenheitovo lestvico [°F] in Celzijevo lestvico [°C] je formula $F=\frac{9C+160}{5}$.

*Adott a Fahrenheit* [°F] *és a Celsius* [°C] *-skála közti összefüggés képlete:* $F=\frac{9C+160}{5}$.

4.1. Koliko stopinj °F je pri 37 °C?
*Hány* °F *fok van* 37 °C*-nál?*

(1)

4.2. Koliko stopinj °C je pri 59 °F?
*Hány* °C *fok van* 59 °F*-nál?*

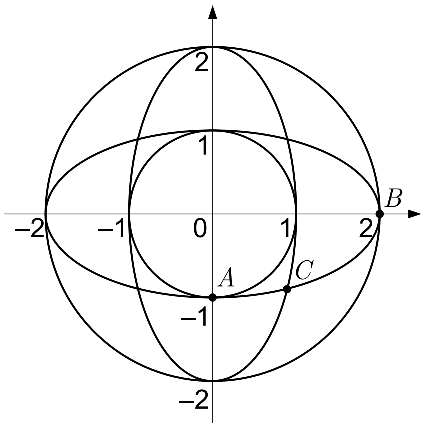
(2)

4.3. Pri kateri temperaturi kažeta oba termometra enako vrednost?
*Mely hőmérsékletnél mutat mindkét hőmérő egyenlő értéket?*

(4)
*(7 točk/pont)*

5. Na sliki so štiri stožnice.

*A képen négy kúpszelet látható.*




5.1. Zapišite enačbe vseh stožnic na sliki.
*Írja fel a képen látható kúpszeletek egyenletét!*

*(4)*

5.2. Na sliki so označene točke $A$, $B$ in $C$. Zapišite jih s koordinatami.
*A képen megjelöltük az $A$, $B$ és $C$ pontokat. Írja fel őket koordinátáikkal!*

*(4)*
*(8 točk/pont)*

6. V enakokrakem trikotniku $ABC$ merita kraka $AC$ in $BC$ $7\text{ cm}$, osnovnica $AB$ pa $6\text{ cm}$. Točka $D$ je razpolovišče osnovnice $AB$. Točka $E$ je nožišče (pravokotna projekcija točke $B$ na stranico $AC$) višine na stranico $AC$. Narišite skico.

   *Az egyenlő szárú $ABC$ háromszögben az $AC$ és a $BC$ szárak $7\text{ cm}$ hosszúak, az $AB$ alap $6\text{ cm}$ hosszú. A $D$ pont az $AB$ alap felezőpontja. Az $E$ pont az $AC$ oldalhoz tartozó magasság talppontja (a $B$ pont merőleges vetülete az $AC$ oldalra). Rajzoljon ábrát!*

   6.1. Dokažite, da sta trikotnika $ADC$ in $AEB$ podobna.
   *Bizonyítsa, hogy az $ADC$ és a $AEB$ háromszögek hasonlóak!*

   *(2)*

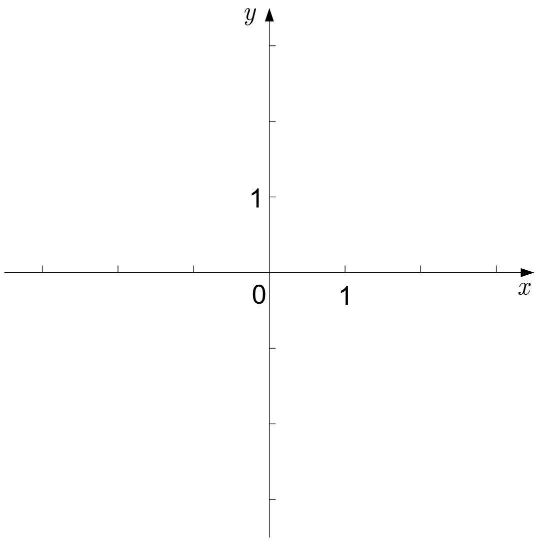
   6.2. Brez računala izračunajte razdaljo od oglišča $B$ do nasprotnega kraka. Rezultat naj bo točen.
   *Számológép használata nélkül számítsa ki a $B$ csúcs távolságát a szemközti szártól! Az eredmény legyen pontos!*

   *(5)*

   *(7 točk/pont)*

7. Dana je funkcija $f$ s predpisom $f(x) = \log_3(x+1) - 1$. Izračunajte ničlo, začetno vrednost in absciso točke $A(x, 1)$. Narišite graf funkcije $f$. Zapišite definicijsko območje in asimptoto.

*Adott az $f(x) = \log_3(x+1) - 1$ hozzárendelési szabállyal megadott $f$ függvény. Számítsa ki a zérushelyét, a 0 helyen felvett helyettesítési értéket és az $A(x, 1)$ pont abszcisszáját! Rajzolja le az $f$ függvény grafikonját! Írja fel az értelmezési tartományt és az aszimptotája egyenletét!*




*(7 točk/pont)*

8. Kolikšen mora biti parameter $a$ funkcije s predpisom $f(x)=\frac{ax^2-1}{x^4}$, da bo imela funkcija ekstrem pri $x=1$?

*Az* $f(x)=\frac{ax^2-1}{x^4}$ *hozzárendelési szabállyal megadott függvény* $a$ *paraméterének mely értékére lesz a függvény szélsőértéke az* $x=1$ *- nél?*

*(5 točk/pont)*

9. V pravilnem šestkotniku $ABCDEF$ meri stranica $a = 4$. Vektorja $\overrightarrow{AE}$ in $\overrightarrow{AC}$ zapišite kot linearno kombinacijo vektorjev $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ in $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$. Izračunajte natančno dolžino vektorja $\overrightarrow{AC}$ in skalarni produkt $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE}$.

   *Az $ABCDEF$ szabályos hatszög oldalának hosszúsága $a = 4$. Írja fel az $\overrightarrow{AE}$ és $\overrightarrow{AC}$ vektorokat az $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ és $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$ vektorok lineáris kombinációjakét! Számítsa ki az $\overrightarrow{AC}$ vektor pontos hosszúságát és az $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE}$ skaláris szorzatot!*

   *(7 točk/pont)*

10. Graf funkcije $f:[0, \infty) \to \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = x^2$ prezrcalimo prek simetrale lihih kvadrantov $y = x$. Tako dobimo graf funkcije $g$.

*Az $f(x) = x^2$ hozzárendelési szabállyal megadott $f:[0, \infty) \to \mathbb{R}$ függvény grafikonját tükrözzük a páratlan síknegyedek $y = x$ szimmetriatengelyére. Így kapjuk a $g$ függvény grafikonját.*

10.1. Zapišite predpis funkcije $g$.
*Írja fel a $g$ függvény hozzárendelési szabályát!*

*(2)*

10.2. Izračunajte ploščino območja, ki ga oklepata grafa funkcij $f$ in $g$.
*Számítsa ki az $f$ és $g$ függvények grafikonjai által határolt síkidom területét!*

*(6)*
*(8 točk/pont)*

11. Hkrati vržemo dve pošteni igralni kocki. Izračunajte verjetnosti dogodkov
    $A$ – kocki pokažeta enako število pik,
    $B$ – vsaj na eni kocki pade sodo število pik,
    $C$ – vsota pik na obeh kockah je 8.

    *Két szabályos dobókockát egyszerre feldobunk. Számítsa ki a következő események valószínűségét:*
    $A$ – *mindkét kockával ugyanazt a pontszámot dobtuk,*
    $B$ – *legalább az egyik kockával páros pontszámot dobtunk,*
    $C$ – *a dobott pontszámok összege 8.*

*(5 točk/pont)*

12. Izračunajte vsoto členov $a_{21}+a_{22}+...+a_{150}$ aritmetičnega zaporedja, če je $a_4=17$ in $a_5+a_7=50$ .

    *Számítsa ki a számtani sorozat $a_{21}+a_{22}+...+a_{150}$ tagjainak összegét, ha fennáll az $a_4=17$ és az $a_5+a_7=50$ összefüggés!*

    *(6 točk/pont)*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

REZERVNA STRAN

*TARTALÉK OLDAL*

**Prazna stran**

***Üres oldal***

**Prazna stran**

***Üres oldal***

M162401 11M20

Prazna stran

*Üres oldal*