Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 7 2 4 0 1 1 1 M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

Petek, 25. avgust 2017 / 120 minut
2017. augusztus 25., péntek / 120 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, számológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 1 rezervno in 3 prazne.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 1 tartalék és 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 17 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 12 rövid feladatot tartalmaz. Összesen 80 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1-\tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1) - (x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g\circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integral: $\int\frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\text{arc}\tan\frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1,\ \ b^2 = cb_1,\ \ v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \dfrac{abc}{4S},\ \ r = \dfrac{S}{s},\ \ s = \dfrac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\dfrac{x}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{2}};\ \ \cos\dfrac{x}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{2}};\ \ \tan\dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \dfrac{\tan x + \tan y}{1-\tan x\tan y}$

Összegek szorzattá történő alakításának képletei:

$\sin x + \sin y = 2\sin\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2},\ \ \sin x - \sin y = 2\cos\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2},\ \ \cos x - \cos y = -2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \dfrac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé történő alakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\dfrac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \dfrac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \dfrac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\dfrac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \dfrac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \dfrac{e}{a},\ a$ *a hiperbola valós féltengelye*

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\dfrac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett (kompozítum) függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \dfrac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\dfrac{x}{a} + C$

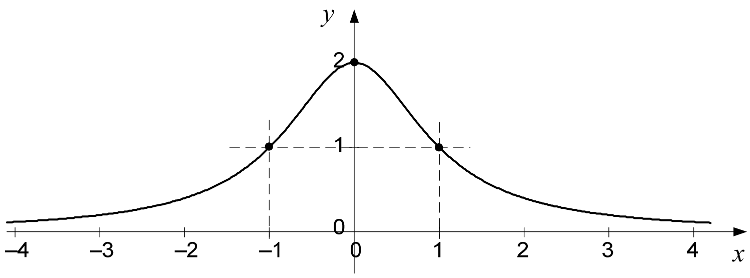
1. Zapišite enačbo premice p, ki poteka skozi točki $T_1(4,\ 1)$ in $T_2(-2,\ 4)$. Določite ordinato y_3 točke $T_3(-12,\ y_3)$, da bo ležala na premici p.

   Írja fel a $T_1(4,\ 1)$ és $T_2(-2,\ 4)$ pontra illeszkedő p egyenes egyenletét! Határozza meg a $T_3(-12,\ y_3)$ pont y_3 ordinátáját úgy, hogy ez a pont is illeszkedjen a p egyenesre!

(6 točk/pont)

2. Na sliki je del grafa odvedljive funkcije f, ki se asimptotično bliža abscisni osi in je simetričen glede na ordinatno os. Funkcija f nima ničel. Zapišite ugotovitve, ki veljajo za to funkcijo in se dajo razbrati iz grafa.

A képen az f deriválható függvény grafikonjának egy része látható, amely aszimptotikusan közelít az abszcisszatengelyhez és szimmetrikus az ordinátatengelyre nézve. Az f függvénynek nincs zérusa. Írja fel azokat a megfigyeléseket, amelyek érvényesek erre a függvényre és leolvashatók a grafikonról!



Definicijsko območje funkcije f *Az f függvény értelmezési tartománya*	$D_f =$
Zaloga vrednosti funkcije f *Az f függvény értékkészlete*	$Z_f =$
Koordinati presečišča grafa funkcije f z ordinatno osjo *Az f függvény grafikonja és az ordinátatengely metszéspontjának koordinátái*	
Vrednost funkcije f pri $x = -1$ *Az f függvény helyettesítési értéke az $x = -1$ értéknél*	$f(-1) =$
Za kateri x funkcija f doseže globalni maksimum? *Mely x értékek esetén veszi fel az f függvény a globális maximumát?*	
Ali je funkcija f soda ali liha? Odgovor utemeljite. *Páros vagy páratlan-e az f függvény? Válaszát indokolja meg!*	
Zapišite vrednost $f'(0)$ *Írja fel az $f'(0)$ értéket!*	$f'(0) =$

(8 točk/pont)

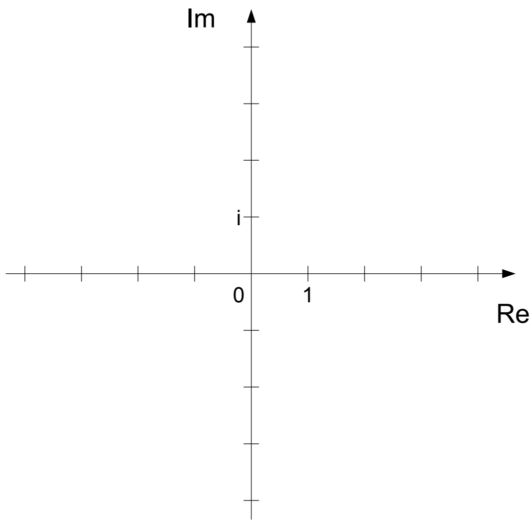
3. Vsota dolžin katet pravokotnega trikotnika je 56, dolžina njegove hipotenuze je 40. Izračunajte dolžini katet.

   Ha összeadjuk a derékszögű háromszög befogóinak hosszúságát, az összeg 56 *lesz, az átfogójának hosszúsága* 40*. Számítsa ki mindkét befogó hosszúságát!*

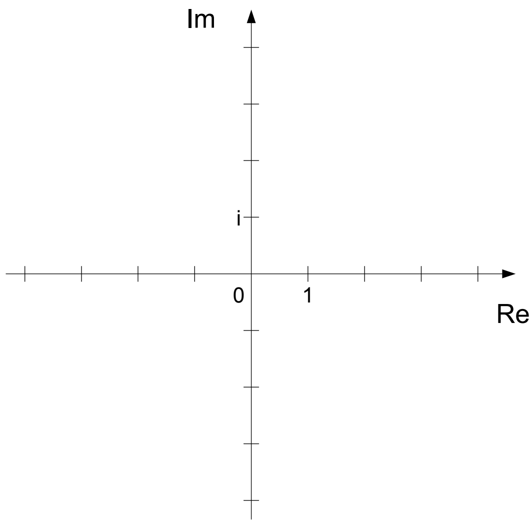
   (6 točk/pont)

4. V kompleksni ravnini narišite množici točk
$A = \{z \in \mathbb{C};\ (-1 \le \text{Re}\, z < 2) \wedge (1 \le \text{Im}\, z < 3)\}$ in
$B = \{z \in \mathbb{C};\ |z| \le 3\}$.
Izberite eno število z_1 iz množice A in ga zapišite v obliki $z_1 = a + b\text{i};\ a, b \in \mathbb{R}$.

Ábrázolja komplex-számsíkban az
$A = \{z \in \mathbb{C};\ (-1 \le \text{Re}\, z < 2) \wedge (1 \le \text{Im}\, z < 3)\}$ *és*
$B = \{z \in \mathbb{C};\ |z| \le 3\}$ *halmaz elemeit!*
Válasszon egy z_1 számot az A halmaz elemei közül, és írja fel $z_1 = a + b\text{i};\ a, b \in \mathbb{R}$ alakban!



Množica A / A *halmaz*



Množica B / B *halmaz*

(6 točk/pont)

5. Izračunajte nedoločeni integral $\int\left(\frac{2x^2-3}{x}+\sqrt[3]{x^2}-\mathrm{e}^x+5\right)\mathrm{d}x$.

Számítsa ki a $\int\left(\frac{2x^2-3}{x}+\sqrt[3]{x^2}-\mathrm{e}^x+5\right)\mathrm{d}x$ *határozatlan integrált!*

(8 točk/pont)

M 1 7 2 4 0 1 1 1 M 1 0

6. Točke A , B in S ležijo v ravnini. Točka $S\left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$ je razpolovišče daljice AB . Zapišite koordinati točke B , če je $A(3, 4)$. Ali sta krajevna vektorja $\overrightarrow{r_A}$ in $\overrightarrow{r_B}$ pravokotna? Odgovor utemeljite.

Az A , B és S pontok egy síkra illeszkednek. Az $S\left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$ pont az AB szakasz felezőpontja. Írja fel a B pont koordinátáit, ha $A(3, 4)$. Merőlegesek-e egymásra az $\overrightarrow{r_A}$ és $\overrightarrow{r_B}$ helyvektorok? Válaszát indokolja meg!

(7 točk/pont)

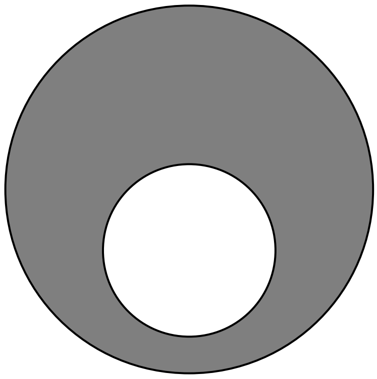
7. Osnovna ploskev pokončne piramide je pravokotnik s stranicama $a = 12$ in $b = 5$, višina piramide pa je 8. Narišite skico in na njej označite kot φ med stranskim robom in osnovno ploskvijo. Izračunajte prostornino piramide in velikost kota φ na desetinko stopinje natančno.

Az egyenes gúla alaplapja egy $a = 12$ és $b = 5$ oldalú téglalap. A gúla magassága 8. Rajzoljon ábrát, és jelölje be rajta az oldalél és az alaplap által közbezárt φ szöget! Számítsa ki a gúla térfogatát és a φ szög nagyságát tizedfok pontossággal!

(7 točk/pont)

8. Na sliki je označeno območje v ravnini, ki ga omejujeta krivulji, dani z enačbama $(x-3)^2+y^2=9$ in $x^2+y^2-6x+2y+8=0$. Izračunajte ploščino osenčenega območja med krivuljama. Rezultat naj bo točen.

   A képen megjelöltük a sík egy részét, amelyet az $(x-3)^2+y^2=9$ *és* $x^2+y^2-6x+2y+8=0$ *egyenletű görbék határolnak. Számítsa ki a görbék által határolt satírozott idom területét! Az eredmény legyen pontos!*



(6 točk/pont)

9. Koti α, β in γ so ostri koti trikotnika. Brez uporabe računala dokažite, da je $\sin\gamma = \frac{1+2\sqrt{6}}{6}$, če je $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ in $\beta = 30°$.

   Az α, β és γ szögek egy háromszög hegyesszögei. Számológép használata nélkül bizonyítsa be, hogy $\sin\gamma = \frac{1+2\sqrt{6}}{6}$, ha $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ és $\beta = 30°$!

(6 točk/pont)

10. Izmed prvih 30 naravnih števil naključno izberemo dve števili. Izračunajte verjetnosti dogodkov:

A – obe števili sta sodi,

B – vsaj eno število je večkratnik števila 3.

Az első 30 *természetes szám közül találomra kiválasztunk két számot. Számítsa ki a következő események valószínűségét:*

A *- mindkét szám páros,*

B *- legalább az egyik szám többszöröse a* 3 *számnak.*

(7 točk/pont)

11. Ceno puloverja so znižali za $20\ \%$, a ker ni šel v prodajo, so ga pocenili še za $30\ \%$. Po drugi pocenitvi ga je Jan kupil in zanj plačal $30{,}24$ €. Odgovorite v povedih na spodnja vprašanja.

    Koliko odstotkov prvotne cene puloverja je Jan plačal?

    Kolikšna je bila začetna cena puloverja?

    Kolikšna je bila cena puloverja neposredno pred drugim znižanjem?

    Egy pulóver árát 20% -kal árazták le, de mivel így sem sikerült eladni, még 30% -kal leárazták. Jan a második leárazás után vásárolta meg $30{,}24$ € -ért. Válaszoljon mondatokban az alábbi kérdésekre:

    Az eredeti ár hány százalékát fizette ki Jan?

    Mennyi volt a pulóver eredeti ára?

    Mennyi volt a pulóver ára közvetlenül a második leárazás előtt?

    (5 točk/pont)

12. Zaporedje je dano s splošnim členom $a_n = \frac{1+2^n}{4^n}$.

Adott az $a_n = \frac{1+2^n}{4^n}$ *általános tagú sorozat.*

12.1. Izračunajte in zapišite prve tri člene danega zaporedja.
Számítsa ki és írja fel az adott sorozat első három tagját!

(2)

12.2. Izračunajte limito danega zaporedja.
Számítsa ki az adott sorozat határértékét!

(1)

12.3. Zapišite zaporedje kot vsoto dveh geometrijskih zaporedij in izračunajte vsoto vrste $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Írja fel a sorozatot két mértani sorozat összegeként, és számítsa ki a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *sor összegét!*

(5)
(8 točk/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

M 1 7 2 4 0 1 1 1 M 1 8

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal