Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M192401 11M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

Ponedeljek, 26. avgust 2019 / 120 minut
2019. augusztus 26., hétfő / 120 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, számológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 1 rezervno in 3 prazne.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 1 tartalék és 3 üres.

M 1 9 2 4 0 1 1 1 M 0 2

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 17 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 12 rövid feladatot tartalmaz. Összesen 80 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a ***feladatlap*** *erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 17. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$, $\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x \pm \sin y = 2\sin\frac{x\pm y}{2}\cos\frac{x\mp y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, če je $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integral: $\int\frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$

M 1 9 2 4 0 1 1 1 M 0 4

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \ldots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$, $\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1-\tan x\tan y}$

Összegek szorzattá történő átalakításának képletei:

$\sin x \pm \sin y = 2\sin\frac{x\pm y}{2}\cos\frac{x\mp y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé történő átalakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1) - (x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, *ha* $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett (kompozítum) függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

1. Rešite naloge, zapisane v levem stolpcu preglednice. Rešitve zapišite v desni stolpec preglednice. Glejte rešeni primer.

   Oldja meg a táblázat bal oszlopában leírt feladatokat! A megoldásokat írja a táblázat jobb oszlopába! Nézze meg a megoldott példát!

Zapišite zalogo vrednosti funkcije $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ s predpisom $f(x)=x^2+1$. ***Írja fel az $f(x)=x^2+1$ hozzárendelési szabállyal megadott $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvény értékkészletét!***	$Z_f=[1, \infty)$
Zapišite največji skupni delitelj števil 2^5 in 5^2. *Írja fel a 2^5 és 5^2 számok legnagyobb közös osztóját!*	$D(2^5, 5^2)=$
Zapišite interval I, ki je množica rešitev neenačbe $\lvert x\rvert \le 3$. *Írja fel azt az I intervallumot, amely az $\lvert x\rvert \le 3$ egyenlőtlenség megoldáshalmaza!*	$I=$
Zapišite razpolovišče daljice AB s krajiščema $A(2,-1)$ in $B(3, 3)$. *Írja fel az $A(2,-1)$ és $B(3, 3)$ végpontú AB szakasz felezőpontját!*	$S($, $)$
Zapišite enačbo krožnice v ravnini s središčem $S(-1, 3)$ in polmerom $r=2$. *Írja fel az $S(-1, 3)$ középpontú $r=2$ sugarú síkbeli körvonal egyenletét!*	
Rešite enačbo $3^{x-1}=1$. *Oldja meg a $3^{x-1}=1$ egyenletet!*	$x=$
Rešite enačbo $\sin x=-1$. *Oldja meg a $\sin x=-1$ egyenletet!*	

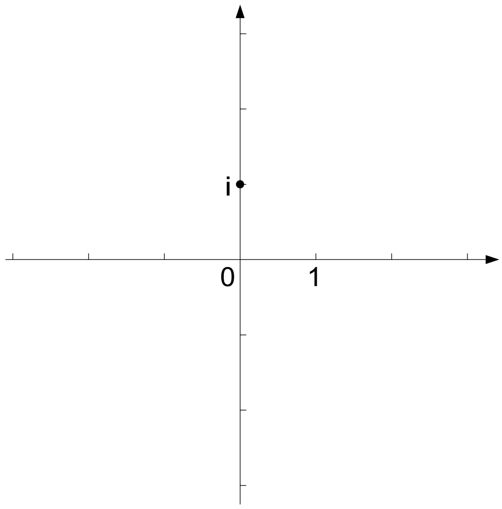
(8 točk/pont)

2. Dano je kompleksno število $z_1 = 2 + \mathrm{i}$.

Adott a $z_1 = 2 + \mathrm{i}$ komplex szám.

2.1. Narišite kompleksno število z_1 v kompleksni ravnini in izračunajte njegovo absolutno vrednost. V kompleksni ravnini narišite še množico $M = \{z \in \mathbb{C};\ \ \mathrm{Re}\, z = -2\}$.

Ábrázolja a z_1 komplex számot a komplex számsíkban, és számítsa ki az abszolút értékét! Ábrázolja továbbá a komplex számsíkban az $M = \{z \in \mathbb{C};\ \ \mathrm{Re}\, z = -2\}$ halmazt!



(4)

2.2. Izračunajte kompleksno število w, tako da velja $\overline{z_1} + w = 10 - 17\mathrm{i}$. Število w zapišite v obliki $w = a + b\mathrm{i}$, kjer sta $a,\ b \in \mathbb{R}$.

Számítsa ki a w komplex számot, hogy fennálljon a $\overline{z_1} + w = 10 - 17\mathrm{i}$ összefüggés! A w számot írja fel $w = a + b\mathrm{i}$ alakban, ahol $a,\ b \in \mathbb{R}$!

(4)
(8 točk/pont)

3. Rešite enačbo $\log_3 x = 1 - \log_3 (x-2)$.

   Oldja meg a $\log_3 x = 1 - \log_3 (x-2)$ *egyenletet!*

(5 točk/pont)

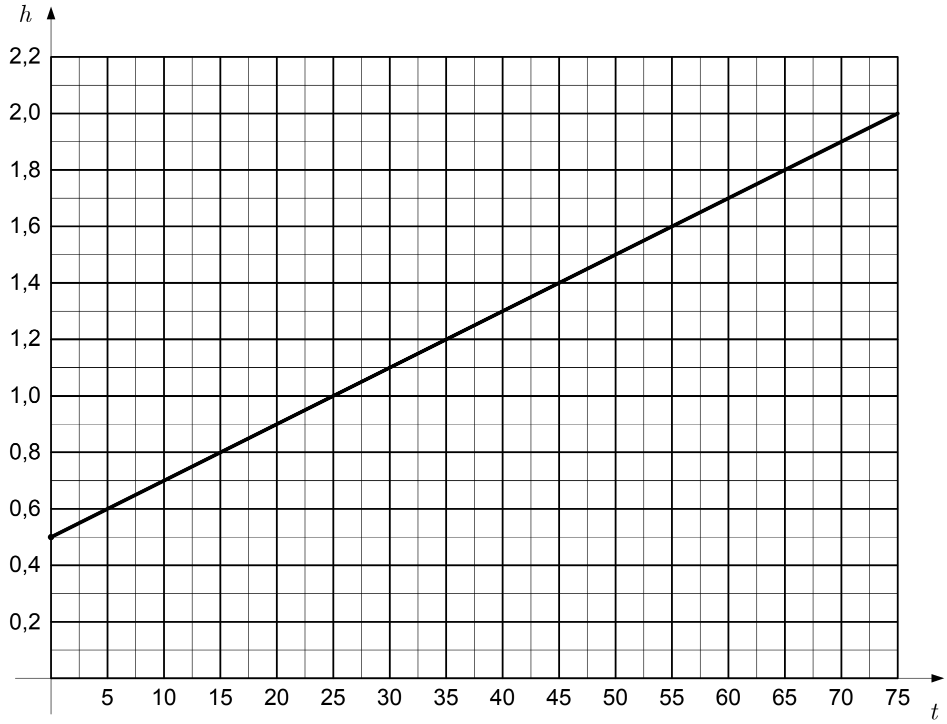
4. Tretji člen aritmetičnega zaporedja je enak 8, peti člen pa 15. Izračunajte razliko (diferenco), prvi člen in vsoto prvih 100 členov danega zaporedja.

   Egy számtani sorozat harmadik tagja 8, ötödik tagja pedig 15. Számítsa ki a sorozat különbségét, az első tagját és az első 100 tag összegét!

   (6 točk/pont)

5. Bazen začnemo polniti z vodo. Ob začetku polnjenja je voda v bazenu že segala do določene višine. Višina vode se povečuje linearno s časom. Na sliki je graf funkcije f, ki prikazuje spreminjanje višine h vode v bazenu v odvisnosti od časa t. Odgovorite na spodnja vprašanja. Višino vode merimo v metrih, čas pa v minutah.

   A medencét elkezdjük feltölteni vízzel. A medence a feltöltés előtt sem volt üres, a víz egy bizonyos magasságig ért. A vízmagasság lineárisan növekszik az idő függvényében. A képen az f függvény grafikonja látható, amely szemlélteti a h vízmagasságot a t idő függvényében. Válaszoljon az alábbi kérdésekre! A vízmagasságot méterben mérjük, az időt pedig percekben.



5.1. Kolikšna je bila višina vode v bazenu ob začetku polnjenja?

Mekkora volt a vízmagasság a medence feltöltésének kezdetekor?

(1)

5.2. Kolikšna je bila višina vode v bazenu eno uro po začetku polnjenja?

Mekkora volt a vízmagasság egy órával a medence feltöltésének megkezdése után?

(1)

5.3. Za koliko se je povečala višina vode v bazenu vsakih 15 minut?

Mennyivel emelkedik a vízmagasság a medencében 15 percenként?

(1)

5.4. Zapišite predpis funkcije f.

Írja fel az f függvény hozzárendelési szabályát!

(2)

(5 točk/pont)

6. Naj bosta $\vec{i} = (1, 0)$ in $\vec{j} = (0, 1)$ vektorja v ravnini $\mathbb{R}^2$.

Adottak az $\mathbb{R}^2$ *sík* $\vec{i} = (1, 0)$ *és* $\vec{j} = (0, 1)$ *vektorai.*

6.1. Določite $t \in \mathbb{R}$ tako, da bosta vektorja $\vec{u} = t \cdot \vec{i} + \vec{j}$ in $\vec{v} = 2 \cdot \vec{i} - \vec{j}$ pravokotna.

Határozza meg a $t \in \mathbb{R}$ *értékét úgy, hogy az* $\vec{u} = t \cdot \vec{i} + \vec{j}$ *és a* $\vec{v} = 2 \cdot \vec{i} - \vec{j}$ *vektorok merőlegesek legyenek egymásra!*

(3)

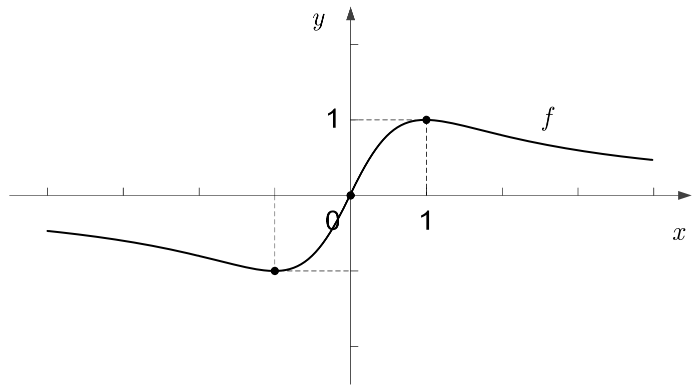
6.2. Določite vse $s \in \mathbb{R}$ tako, da bosta vektorja $\vec{u} = s \cdot \vec{i} + \vec{j}$ in $\vec{v} = 2 \cdot \vec{i} + s \cdot \vec{j}$ vzporedna.

Határozza meg az $s \in \mathbb{R}$ *értékét úgy, hogy az* $\vec{u} = s \cdot \vec{i} + \vec{j}$ *és a* $\vec{v} = 2 \cdot \vec{i} + s \cdot \vec{j}$ *vektorok párhuzamosak legyenek egymással!*

(4)
(7 točk/pont)

7. Na sliki je del grafa lihe funkcije $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Funkcija $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ je podana s predpisom $g(x)=2x+1$.

A képen az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *páratlan függvény grafikonjának egy része látható. A* $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *függvény hozzárendelési szabálya* $g(x)=2x+1$.



7.1. Zapišite funkcijske vrednosti:

Írja fel a következő függvényértékeket:

$f(-1)=$

$g^{-1}(-2)=$

$f\big(g(0)\big)=$

(4)

7.2. Izračunajte:

Számítsa ki:

$\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=$

$\int_{-1}^{3} g(x)\,\mathrm{d}x=$

(4)
(8 točk/pont)

8. Naj bo dana funkcija f s predpisom $f(x)=x^4-x^2$.

Adott az $f(x)=x^4-x^2$ hozzárendelési szabályú f függvény.

8.1. Izračunajte vse ničle funkcije f.

Számítsa ki az f függvény összes zérushelyét!

(2)

8.2. Izračunajte odvod f'.

Számítsa ki az f' deriváltat!

(1)

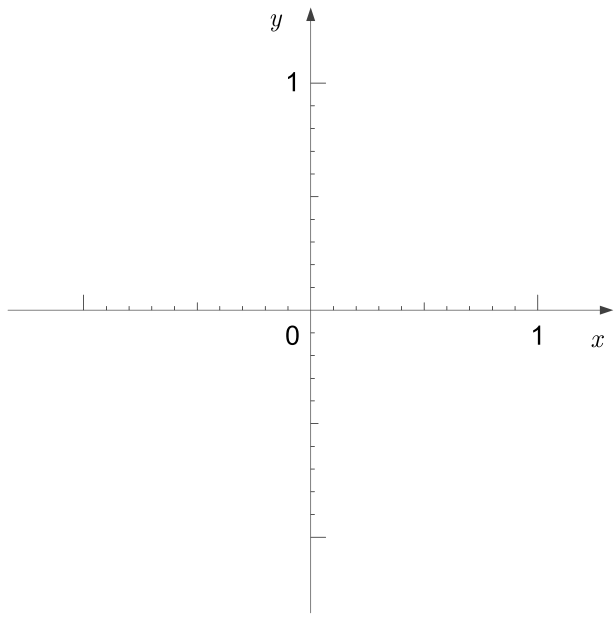
8.3. Izračunajte vse lokalne ekstreme funkcije f.

Számítsa ki az f függvény minden lokális szélsőértékét!

(3)

8.4. Narišite graf funkcije f.

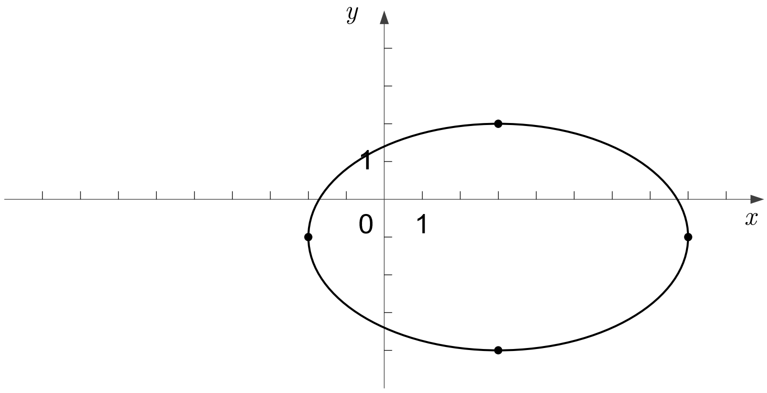
Ábrázolja az f függvény grafikonját!



(1)
(7 točk/pont)

9. V ravnini je narisana elipsa s temeni $A(-2,-1)$, $B(3,-4)$, $C(8,-1)$ in $D(3,\ 2)$.

A síkban ábrázoltuk az $A(-2,-1)$, $B(3,-4)$, $C(8,-1)$ és $D(3,\ 2)$ csúcspontú ellipszist.



9.1. Zapišite enačbo narisane elipse.

Írja fel az ábrázolt ellipszis egyenletét!

(4)

9.2. Koliko je levo gorišče elipse oddaljeno od koordinatnega izhodišča? Nalogo rešite brez uporabe računala.

Mekkora a bal fókuszpont távolsága az origótól? A feladatot számológép használata nélkül oldja meg!

(3)
(7 točk/pont)

10. Imamo 6 igralnih kock: rumeno, zeleno, modro, rdečo, belo in črno. V preglednici so opisani štirje poskusi in dogodki. Izračunajte verjetnosti dogodkov A, B, C in D ter rezultate zapišite v preglednico.

Van 6 dobókockánk: sárga, zöld, kék, piros, fehér és fekete. A táblázatban leírtunk négy kísérletet és eseményt. Számítsa ki az A, B, C és D események valószínűségét, és írja az eredményeket a táblázatba!

	Poskus in dogodek *Kísérlet és esemény*	Verjetnost dogodka *Az esemény valószínűsége*
10.1.	Naključno izberemo eno izmed teh šestih igralnih kock. Dogodek A – Bela kocka ni izbrana. *Találomra választunk egyet a hat dobókocka közül.* *A esemény – A fehér kockát nem választottuk ki.*	$P(A)=$ *(1)*
10.2.	Naključno izberemo dve izmed teh šestih igralnih kock. Dogodek B – Izbrani sta črna in bela kocka. *Találomra kiválasztunk kettőt a hat dobókocka közül.* *B esemény – Kiválasztottuk a fekete és a fehér kockát.*	$P(B)=$ *(3)*
10.3.	Vržemo modro igralno kocko. Dogodek C – Pade število, ki je manjše od 3. *Feldobjuk a kék dobókockát.* *C esemény – 3-nál kisebb pontszámot dobunk.*	$P(C)=$ *(1)*
10.4.	Vržemo rumeno in zeleno igralno kocko. Dogodek D – Padeta dve petici. *Feldobjuk a sárga és a zöld dobókockát.* *D esemény – Két ötöst dobunk.*	$P(D)=$ *(2)*

(7 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

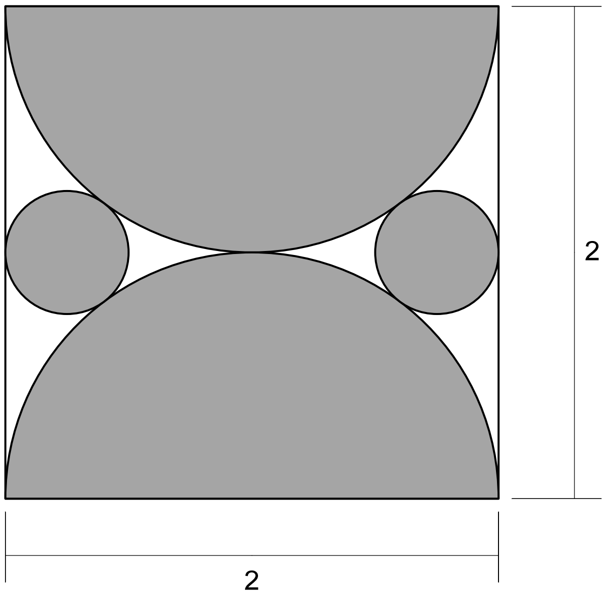
11. Izračunajte limito $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(x+\pi)+3x}{4x}$.

    Számítsa ki a $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(x+\pi)+3x}{4x}$ *határértéket!*

(5 točk/pont)

12. Izračunajte vsoto ploščin vseh osenčenih likov v kvadratu s stranico dolžine 2. Nalogo rešite brez uporabe računala. Osenčeni liki so dve polovici kroga s premerom 2 in dva kroga. Kroga se dotikata obeh polkrogov in stranice kvadrata.

Számítsa ki a 2 oldalhosszúságú négyzetbe rajzolt satírozott síkidomok területének összegét! A feladatot számológép használata nélkül oldja meg! A satírozott síkidomok közül kettő egy-egy 2 átmérőjű félkör, a másik kettő pedig két kör. A körök érintik mindkét félkört és a négyzet oldalait.



(7 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal