Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 2 2 4 0 1 1 1 M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

A) Kratke naloge / *Rövid feladatok*
B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*

Četrtek, 25. avgust 2022 / 90 minut (30 + 60)
2022. augusztus 25., csütörtök / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo.
Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával.
A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 2 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

~~**Pri reševanju te izpitne pole uporaba računala ni dovoljena.**~~

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

~~***E feladatlap megoldása során számológép nem alkalmazható.***~~

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre**! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

(**Vsota in razlika kubov**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**)

Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty}\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$.

Képletek

(Köbök összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b, *az átfogója* c. *Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c, *az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1, *a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1. *Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s = \frac{a+b+c}{2}$, *a területe* S, *az adott háromszög beírt körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R. *Ekkor fennáll:* $\boxed{r = \frac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R = \frac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s = \frac{a+b+c}{2}$. *Ekkor a területe* $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* A, B *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(Gömb) *Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, *amelyre* $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ *tetszőleges* $k \in \mathbb{Z}$ *és* $\tan x \tan y \neq -1$, *fennáll* $\boxed{\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a, *képzetes féltengelye* b, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, *ha* $q \neq 1$, *és* $\boxed{S_n = na_1}$, *ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim_{x \to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

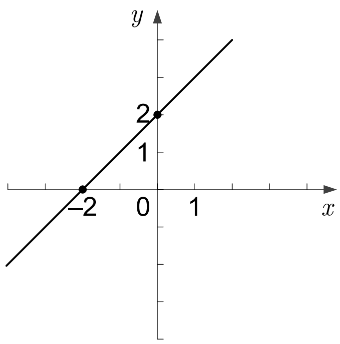
Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

A) KRATKE NALOGE / *RÖVID FELADATOK*

1. Zapišite enačbo premice na sliki.

   Írja fel a képen látható egyenes egyenletét!



(2 točki/pont)

2. Razmerje prostornin dveh kock je enako $V_1 : V_2 = 1 : 2$. Dopolnite razmerje njunih robov.

   Két kocka térfogatának aránya $V_1 : V_2 = 1 : 2$. *Egészítse ki az éleik arányát!*

$V_1 : V_2 = 1 : 2$
$a_1 : a_2 = 1 : \boxed{}$

(2 točki/pont)

3. Dana je eksponentna funkcija f s predpisom $f(x)=a^x$. Izračunajte osnovo a, če je $f(-1{,}5)=\frac{1}{8}$.

Adott az $f(x)=a^x$ hozzárendelési szabállyal megadott f exponenciális függvény. Számítsa ki az a alapot, ha $f(-1{,}5)=\frac{1}{8}$!

(2 točki/pont)

4. Izračunajte obseg kroga, ki ga omejuje krožnica z enačbo $x^2+y^2-2x+2y=7$. Rezultat naj bo točen.

Számítsa ki annak a körnek a kerületét, amelyet az $x^2+y^2-2x+2y=7$ egyenlettel megadott körvonal határol! Az eredmény legyen pontos!

(3 točke/pont)

5. Števila $\frac{27}{4}$, 9 in 12 so trije zaporedni členi geometrijskega zaporedja. Izračunajte količnik in zapišite še naslednja dva člena.

A $\frac{27}{4}$, 9 és 12 számok egy mértani sorozat egymást követő tagjai. Számítsa ki a hányadost, és írja fel a következő két tagot!

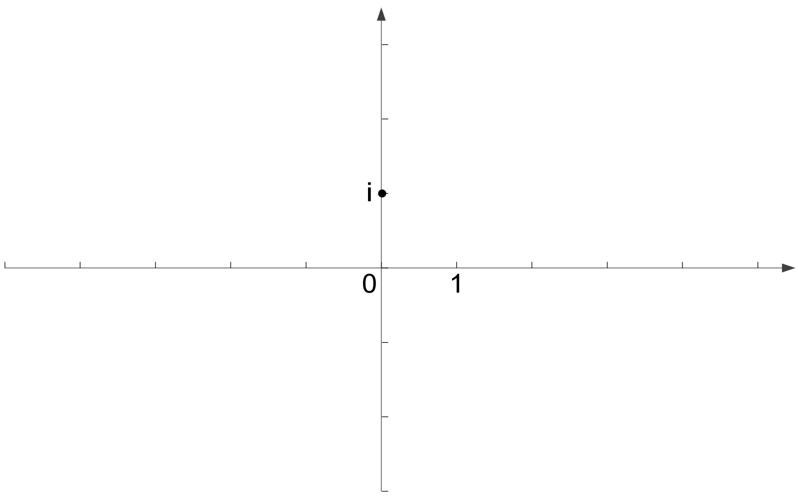
količnik:
hányados:

$\frac{27}{4}$, 9, 12, , ...

(3 točke/pont)

6. Naj bo $z = 2 - \mathrm{i}$. Narišite $2z$ in $\overline{z}$.

Legyen $z = 2 - \mathrm{i}$. Ábrázolja a $2z$ -t és a $\overline{z}$ -t!



(2 točki/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

7. Vsota kompleksnih števil z in w je enaka $4+2\mathrm{i}$. Razlika $z-w=2+\mathrm{i}$. Izračunajte z in w.

A z és w komplex számok összege $4+2\mathrm{i}$. A különbségük $z-w=2+\mathrm{i}$. Számítsa ki a z -t és a w -t!

(3 točke/pont)

8. Izračunajte odvod funkcije s predpisom $f(x)=\frac{1}{4}(1-x)^2-\cos x$.

Számítsa ki az $f(x)=\frac{1}{4}(1-x)^2-\cos x$ hozzárendelési szabállyal megadott függvény deriváltját!

(3 točke/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

M 2 2 2 4 0 1 1 1 M 1 4

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Dano je število 123456789001234567890012345678900123456789 00.
   V spodnji preglednici ob vsaki trditvi obkrožite DA, če je trditev o danem številu resnična (pravilna), ali NE, če je trditev neresnična (nepravilna).

   Adott az 1234567890012345678900123456789001234567 8900 szám.
   Az alábbi táblázatban karikázza be minden kijelentés mellett az IGEN-t, ha a kijelentés a megadott számra nézve igaz, és a NEM-et, ha hamis (nem igaz).

Trditev/*kijelentés*	Resničnost/Neresničnost trditve *A kijelentés igaz/hamis*	
Število je deljivo s 3. *A szám osztható 3-mal.*	DA *IGEN*	NE *NEM*
Število je deljivo s 4. *A szám osztható 4-gyel.*	DA *IGEN*	NE *NEM*
Število je deljivo s 5. *A szám osztható 5-tel.*	DA *IGEN*	NE *NEM*
Število je deljivo s 6. *A szám osztható 6-tal.*	DA *IGEN*	NE *NEM*
Število je deljivo z 8. *A szám osztható 8-cal.*	DA *IGEN*	NE *NEM*
Število je deljivo z 9. *A szám osztható 9-cel.*	DA *IGEN*	NE *NEM*
Število je deljivo s 25. *A szám osztható 25-tel.*	DA *IGEN*	NE *NEM*

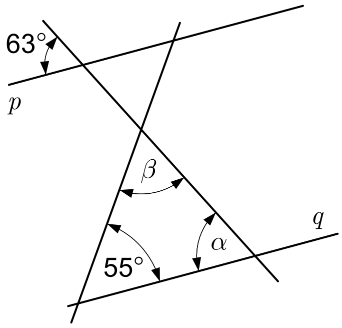
(7 točk/pont)

2. Izračunajte neznane kote α, β, γ, δ, ε, φ in ω na spodnjih slikah.

Számítsa ki a képeken látható ismeretlen α, β, γ, δ, ε, φ és ω szögeket!

Premici p in q na sliki sta vzporedni.

A képen a p és q egyenesek párhuzamosak.

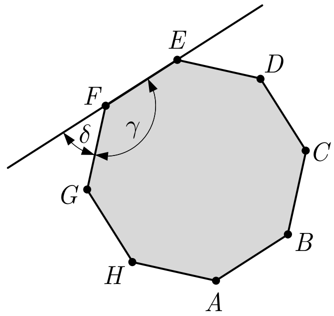


$\alpha =$ ____________________

$\beta =$ ____________________

Lik $ABCDEFGH$ na sliki je pravilni 8-kotnik.

A képen látható $ABCDEFGH$ síkidom szabályos nyolcszög.

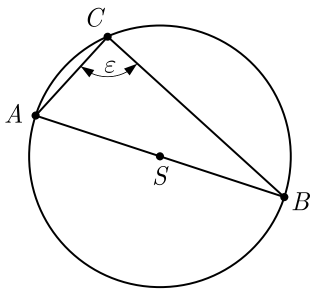


$\gamma =$ ____________________

$\delta =$ ____________________

Krožnica na sliki ima središče S in premer AB.

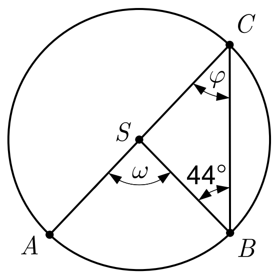
A képen látható körvonal középpontja S, átmérője pedig AB.



$\varepsilon =$ ____________________

Krožnica na sliki ima središče S in premer AC.

A képen látható körvonal középpontja S, átmérője pedig AC.



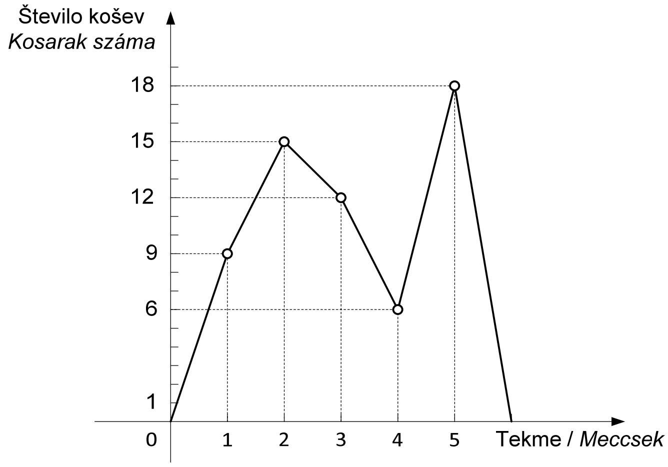
$\varphi =$ ____________________

$\omega =$ ____________________

(7 točk/pont)

3. Marko in Žiga igrata košarko. Marko je odigral pet tekem, Žiga pa tri. Število košev, ki jih je na odigranih tekmah dosegel Marko, je prikazano s frekvenčnim poligonom:

Marko és Žiga kosárlabdáznak. Marko már öt meccset játszott, Žiga hármat. A lejátszott meccseken Marko által dobott kosarak számát a vonaldiagram szemlélteti:



Število košev, ki jih je dosegel Žiga, pa je prikazano s tabelo:

A Žiga által dobott kosarak számát a táblázat szemlélteti:

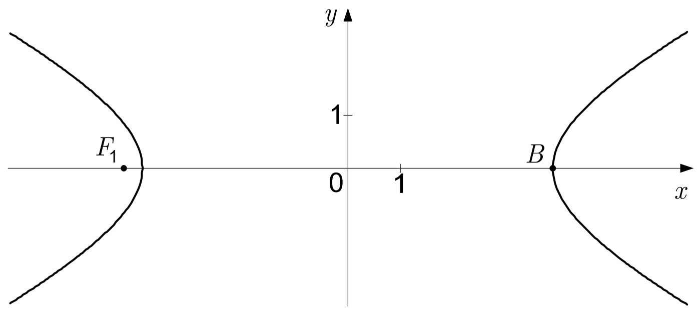
	Število košev / *Kosarak száma*
1. tekma / *meccs*	x
2. tekma / *meccs*	9
3. tekma / *meccs*	17

Koliko košev je dosegel Žiga na prvi tekmi, če sta imela oba enako povprečje na tekmo?

Hány kosarat dobott Žiga az első meccsen, ha mindkettőjük meccsenkénti átlaga egyenlő volt?

(6 točk/pont)

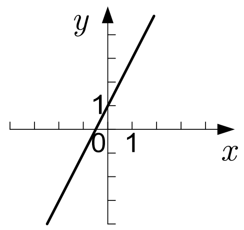
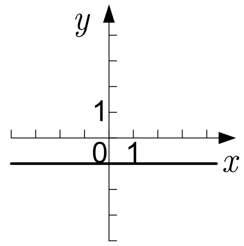
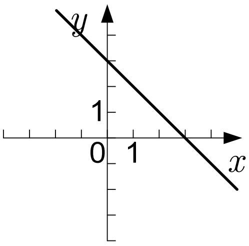
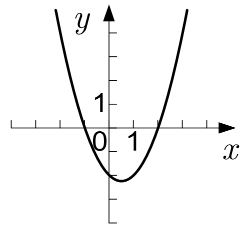
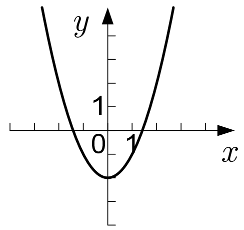
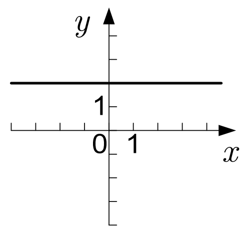
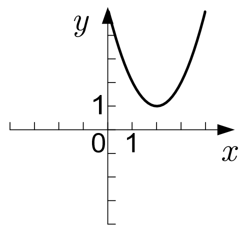
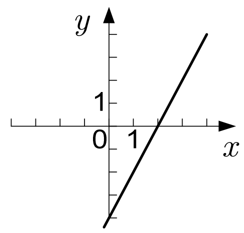
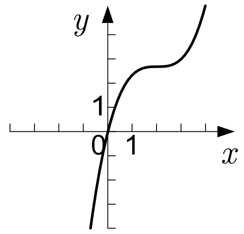
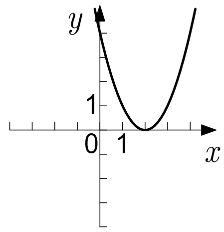
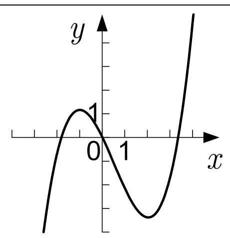
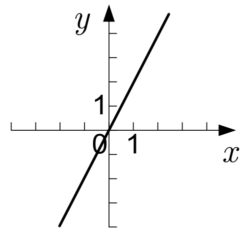
4. Hiperbola na sliki ima gorišče v točki $F_1\left(-\sqrt{20},\ 0\right)$, teme pa v točki $B(4,\ 0)$. Napišite enačbo hiperbole in enačbi njenih asimptot.
A képen látható hiperbola gyújtópontja az $F_1\left(-\sqrt{20},\ 0\right)$ pontban van, a csúcspontja pedig a $B(4,\ 0)$ pontban. Írja le a hiperbola egyenletét és a hiperbola aszimptotáinak egyenletét!



(8 točk/pont)

5. Spodaj so narisani grafi funkcij $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Za vsak graf funkcije v levem stolpcu izberite tisto črko iz desnega stolpca, pri kateri je narisan graf pripadajočega odvoda. Glejte rešeni primer.

A következő ábrán az $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvények grafikonjait ábrázoltuk. A bal oldali oszlop minden grafikonjához válassza ki a jobb oldali oszlopból annak a grafikonnak a betűjelét, amelyen a hozzá tartozó derivált függvény grafikonja látható. Nézze meg a megoldott példát!

	**C**	A	
		B	
		C	
		D	
		E	
		F	

(5 točk/pont)

6. Preverite, da je število 2 dvojna ničla polinoma $p(x)=x^4-2x^3+6x^2-32x+40$. Poiščite še preostali dve (kompleksni) rešitvi enačbe $p(x)=0$. Nalogo rešite brez uporabe računala.

Ellenőrizze, hogy a 2-es kétszeres gyöke-e a $p(x)=x^4-2x^3+6x^2-32x+40$ polinomnak! Keresse meg a $p(x)=0$ egyenlet másik két (komplex) megoldását is! A feladatot számológép használata nélkül oldja meg!

(7 točk/pont)

M 2 2 2 4 0 1 1 1 M 2 0

Rezervna stran / *Tartalék oldal*