Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 2 1 4 0 1 1 1 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

A) Kratke naloge / *Rövid feladatok*
B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*

Sobota, 4. junij 2022 / 90 minut (30 + 60)
2022. június 4., szombat / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko in geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo.
Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával.
A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 24 strani, od tega 3 prazne in 2 rezervni.
A feladatlap 24 oldalas, ebből 3 üres és 2 tartalék.

M 2 2 1 4 0 1 1 1 M 0 2

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

~~**Pri reševanju te izpitne pole uporaba računala ni dovoljena.**~~

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 21 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

~~***E feladatlap megoldása során számológép nem alkalmazható.***~~

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, ***a kereten belülre****! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 21. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

(**Vsota in razlika kubov**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov)**

Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$.

Képletek

(Köbök összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)\left(a^2 \mp ab + b^2\right)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b, *az átfogója* c. *Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c, *az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1, *a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1. *Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, *a területe* S, *az adott háromszög beírt körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R. *Ekkor fennáll:* $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s = \dfrac{a+b+c}{2}$. *Ekkor a területe* $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* A, B *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(Gömb) *Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$

Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, *amelyre* $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ *tetszőleges* $k \in \mathbb{Z}$ *és* $\tan x \tan y \neq -1$, *fennáll* $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a, *képzetes féltengelye* b, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \dfrac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q - 1}}$, *ha* $q \neq 1$, *és* $\boxed{S_n = na_1}$, *ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty}\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$.

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

M 2 2 1 4 0 1 1 1 M 0 8

Konceptni list / *Piszkozati lap*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

A) KRATKE NALOGE / *RÖVID FELADATOK*

1. V preglednici obkrožite pravilna odgovora.

   A táblázatban karikázza be a helyes válaszokat!

   Število 202120212021 je deljivo:

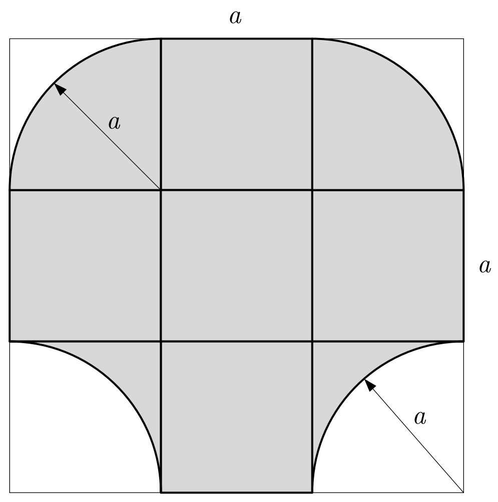
   A 202120212021 szám osztható:

s 3 / *3-mal*	DA / *IGEN*	NE / *NEM*
s 4 / *4-gyel*	DA / *IGEN*	NE / *NEM*

(2 točki/pont)

2. Izračunajte obseg osenčenega lika na sliki. Štirikotniki so kvadrati z dolžino stranic a, krivočrtne stranice so loki krožnice s polmerom a.

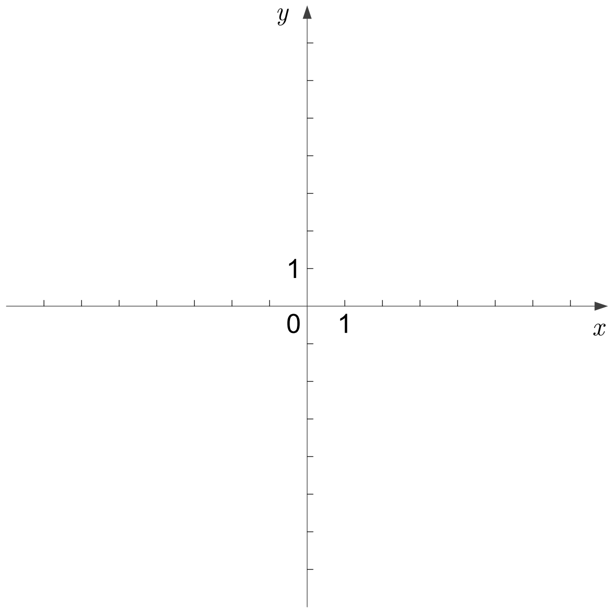
   Számítsa ki a képen látható satírozott síkidom kerületét! A négyszögek a oldalhosszúságú négyzetek, a görbe oldalak az a sugarú körvonal körívei.



(2 točki/pont)

3. Narišite graf kvadratne funkcije s predpisom $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

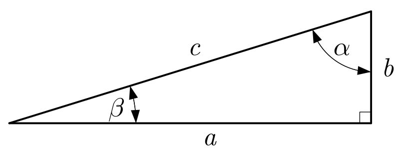
Ábrázolja az $f(x) = x^2 + 2x - 3$ hozzárendelési szabállyal megadott másodfokú függvény grafikonját!



(3 točke/pont)

4. Dan je pravokotni trikotnik s hipotenuzo $c = 10$ in kateto $b = 3$.

Adott a $c = 10$ átfogójú és $b = 3$ befogójú derékszögű háromszög.



Izračunajte a, $\sin\beta$ in α ter rezultate zapišite v preglednico.

Számítsa ki az a, $\sin\beta$ és α értékeket, és az eredményeket írja a táblázatba!

$a =$	
$\sin\beta =$	
$\alpha =$	

(3 točke/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

5. Brez računala rešite enačbo $2^{x+1} = 4\sqrt{2}$.

Számológép használata nélkül oldja meg a $2^{x+1} = 4\sqrt{2}$ *egyenletet!*

(3 točke/pont)

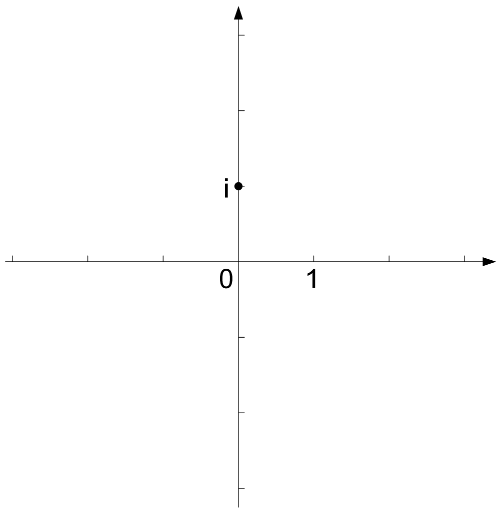
6. Rešite enačbo $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

Oldja meg a $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ *egyenletet!*

(2 točki/pont)

7. Dano je kompleksno število $z = 3 - i$. Narišite z in $\overline{z}$.

Adott a $z = 3 - i$ komplex szám. Ábrázolja a z -t és a $\overline{z}$ -t!



(2 točki/pont)

8. Izračunajte limite:

Számítsa ki a következő határértékeket:

$$\lim_{x \to 0} \frac{(x-1)(2x+1)}{x^2 - 1} =$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(2x+1)}{x^2 - 1} =$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{(x-1)(2x+1)}{x^2 - 1} =$$

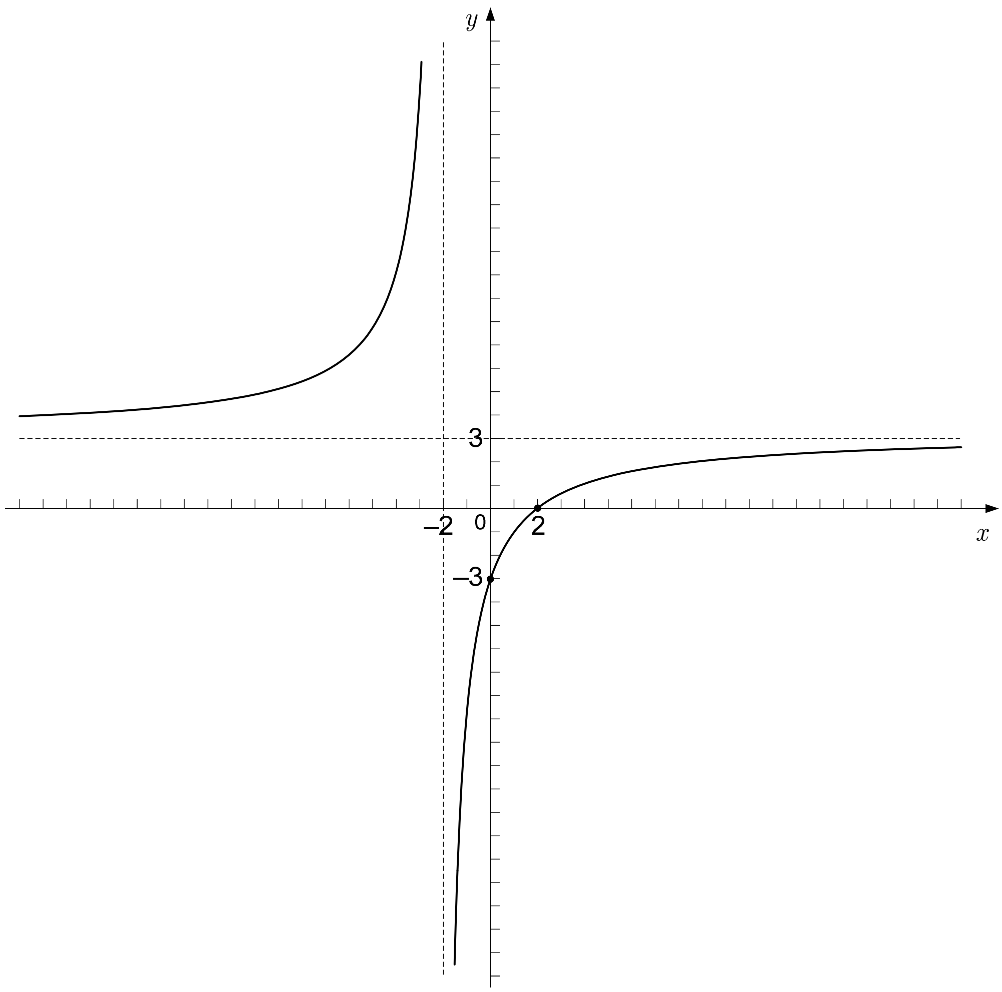
(3 točke/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Na sliki je narisan graf racionalne funkcije $f:\mathbb{R}\backslash\{-2\}\rightarrow\mathbb{R}\backslash\{3\}$. V spodnji preglednici vpišite rešitve v desni stolpec.

   A képen az $f:\mathbb{R}\backslash\{-2\}\rightarrow\mathbb{R}\backslash\{3\}$ racionális törtfüggvény grafikonja látható. Írja a megoldásokat a grafikon alatti táblázat jobb oldali oszlopába!



Ničla funkcije f *Az f függvény zérushelye*	
Enačba vodoravne asimptote funkcije f *Az f függvény vízszintes aszimptotájának egyenlete*	
Enačba navpične asimptote funkcije f *Az f függvény függőleges aszimptotájának egyenlete*	
Začetna vrednost funkcije f, $f(0)$ *Az f függvény 0 helyen felvett helyettesítési értéke, $f(0)$*	

Interval, na katerem je funkcija f negativna *Az az intervallum, amelyen az f függvény negatív*	
Intervala, na katerih je funkcija f naraščajoča *Az a két intervallum, amelyen az f függvény növekvő*	
Količnik pri deljenju števca z imenovalcem v funkcijskem predpisu $f(x)$ *Az $f(x)$ hozzárendelési szabályában a számlálót a nevezővel történő osztás során keletkezett hányados*	

(7 točk/pont)

M 2 2 1 4 0 1 1 1 M 1 6

2. Brez računala rešite enačbo $2\log\sqrt{x}+\log 4=\log(9x-2)$.

Számológép használata nélkül oldja meg a $2\log\sqrt{x}+\log 4=\log(9x-2)$ *egyenletet!*

(5 točk/pont)

3. Lastovke so odletele na jug v treh jatah. Število ptic v jatah je v razmerju $3:10:17$. V največji jati je 72 ptic več kakor v obeh manjših jatah skupaj. Koliko lastovk je v vsaki posamezni jati?

A fecskék három rajban repültek délre. A madarak számának aránya az egyes rajokban $3:10:17$. *A legnagyobb rajban* 72 *madárral volt több, mint a másik két rajban összesen. Hány fecske van az egyes rajokban külön-külön?*

(6 točk/pont)

4. Brez računala izračunajte točno vrednost določenega integrala $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + 3\cos x - x)\,\mathrm{d}x$.

Számológép használata nélkül számítsa ki az $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + 3\cos x - x)\,\mathrm{d}x$ *határozott integrál pontos értékét!*

(6 točk/pont)

5. Dana je množica $M = \{n \in \mathbb{N};\ 1 \leq n \leq 5000\}$.

Adott az $M = \{n \in \mathbb{N};\ 1 \leq n \leq 5000\}$ halmaz.

Iz množice M naključno izberemo eno število. Izračunajte verjetnost dogodka A, da smo izbrali večkratnik števila 20.

Az M halmazból véletlenszerűen kiválasztunk egy számot. Számítsa ki annak az A eseménynek a valószínűségét, hogy a 20-as szám többszörösét választottuk ki!

Iz množice M naključno izberemo dve različni števili. Izračunajte verjetnost dogodka B, da sta obe števili sodi.

Az M halmazból véletlenszerűen kiválasztunk két különböző számot. Számítsa ki annak a B eseménynek a valószínűségét, hogy mindkét szám páros!

Koliko števil iz množice M ima pri deljenju s 15 ostanek 3? Odgovor utemeljite.

Hány M halmazbeli szám ad a 15-tel történő osztásnál 3 maradékot? Válaszát indokolja meg!

(8 točk/pont)

6. Diskriminanta kvadratne funkcije f s predpisom $f(x) = ax^2 + bx + c$ je enaka 4, $f(1) = 0$ in $f(0) = 1$. Zapišite predpis funkcije f. Zapišite obe rešitvi.

Az $f(x) = ax^2 + bx + c$ *hozzárendelési szabállyal megadott* f *másodfokú függvény diszkriminánsa 4,* $f(1) = 0$ *és* $f(0) = 1$. *Írja fel az* f *függvény hozzárendelési szabályát! Írja fel mind a két megoldást!*

(8 točk/pont)

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

M 2 2 1 4 0 1 1 1 M 2 2

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

M 2 2 1 4 0 1 1 1 M 2 4

Prazna stran

Üres oldal