Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M09140211M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap

Sobota, 6. junij 2009 / 90 minut
2009. június 6., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.
A jelölt egy értékelő lapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 4 prazne.
A feladatlap terjedelme 20 oldal, ebből 4 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!
Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapra is írja rá!

A feladatlap 12 feladatot tartalmaz. Összesen 80 pont érhető el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a ***feladatlap*** *erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. Vázlatát írja a pótlapokra, ám azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$
  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$
  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$
  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$
  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0,y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:
  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\operatorname{arc\,sin}\frac{x}{a}+C$

Képletek

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- *Addíciós tételek:*
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$
  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$
  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- *Tényezőkre bontás:*
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$
  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$
  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- *A* $T_0\left(x_0,y_0\right)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenestől:*
  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- *Az* $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*
  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- *Ellipszis:* $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- *Hiperbola:* $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, *az a valós féltengely*
- *Parabola:* $y^2=2px$, *fókuszpont* $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- *Integrálok:* $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arc}\tan\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\operatorname{arc}\sin\frac{x}{a}+C$

01. V pravokotnem trikotniku ABC s pravim kotom pri oglišču C meri kateta $b = |AC| = 7\ \mathrm{cm}$, kot pri oglišču A pa $\alpha = 51^\circ$. Izračunajte ploščino tega trikotnika. Narišite skico.

Az ABC derékszögű háromszögben a derékszög a C csúcsnál van, a befogó mérete $b = |AC| = 7\ \mathrm{cm}$, az A csúcsnál levő szög pedig $\alpha = 51^\circ$. Számítsa ki ennek a háromszögnek a területét! Rajzoljon ábrát is!

(6 točk/pont)

02. Okrajšajte ulomke:

Írja fel a következő törteket tovább már nem egyszerűsíthető alakban:

a) $\frac{204}{5202}$

(3 točke/pont)

b) $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} \quad (x \neq -3,\ x \neq 3)$

(3 točke/pont)

c) $\frac{n!}{n! + (n+1)!} \quad (n \in \mathbb{N})$

(2 točki/pont)

03. Smučarski skakalec Marko je na treningu skočil štirikrat in dosegel naslednje daljave: $94\ \mathrm{m}$, $100\ \mathrm{m}$, $94\ \mathrm{m}$ in $96\ \mathrm{m}$. Izračunajte povprečno dolžino njegovih skokov. Koliko metrov bi moral skočiti v petem skoku za trening, da bi povprečje povečal na $98\ \mathrm{m}$?

Marko síugró az edzésen négyszer ugrott és a következő távolságokat érte el: $94\ \mathrm{m}$*,* $100\ \mathrm{m}$*,* $94\ \mathrm{m}$ *és* $96\ \mathrm{m}$. *Számítsa ki az ugrásai átlaghosszúságát! Hány métert kellene ugrania az edzésen az ötödik ugrásban, hogy az átlagát* $98\ \mathrm{m}$ *-re javítsa?*

(5 točk/pont)

04. Dana je kvadratna enačba $ax^2 - 4x + 2 = 0,\ a \in \mathbb{R},\ a \neq 0$. Rešite to enačbo za $a = -2$. Zapišite točni rešitvi. Za katera števila a ima zgornja enačba dve različni realni rešitvi?

Adott az $ax^2 - 4x + 2 = 0,\ a \in \mathbb{R},\ a \neq 0$ másodfokú egyenlet. Oldja meg ezt az egyenletet az $a = -2$ feltétel mellett! Írja fel a két pontos megoldást! Mely a számok esetén van a fenti egyenletnek két különböző valós megoldása?

(6 točk/pont)

05. Poenostavite izraz $\dfrac{a^{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt{2a^{-3}}}{\sqrt[6]{8a}}$, $a > 0$.

Egyszerűsítse a $\dfrac{a^{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt{2a^{-3}}}{\sqrt[6]{8a}}$, $a > 0$ *kifejezést!*

(5 točk/pont)

06. Rešite enačbe:

Oldja meg a következő egyenleteket:

a) $6 \cdot 4^x = 3$

(2 točki/pont)

b) $6 \cdot \log_4 x = 3$

(2 točki/pont)

c) $6 \cdot \sin 4x = 3$

(4 točke/pont)

07. Naj bo $z_1 = 6\mathrm{i} - 2\mathrm{i}^2 + \mathrm{i}^3$, $z_2 = (2 - \mathrm{i}) \cdot (-1 + 2\mathrm{i}) - 2$ in $z_3 = \dfrac{12 - \mathrm{i}}{1 + 2\mathrm{i}}$. Izračunajte kompleksna števila z_1, z_2 in z_3. Kateri izmed števil z_1, z_2 in z_3 sta si nasprotni in kateri konjugirani?

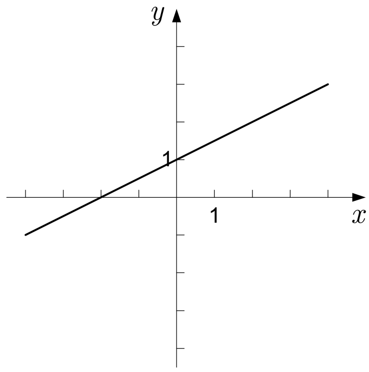
Legyenek $z_1 = 6\mathrm{i} - 2\mathrm{i}^2 + \mathrm{i}^3$, $z_2 = (2 - \mathrm{i}) \cdot (-1 + 2\mathrm{i}) - 2$ *és* $z_3 = \dfrac{12 - \mathrm{i}}{1 + 2\mathrm{i}}$. *Számítsa ki a* z_1, z_2 *és* z_3 *komplex számokat! A* z_1, z_2 *és* z_3 *számok közül melyik két szám egymás ellentettje és melyik kettő egymás konjugáltja?*

(7 točk/pont)

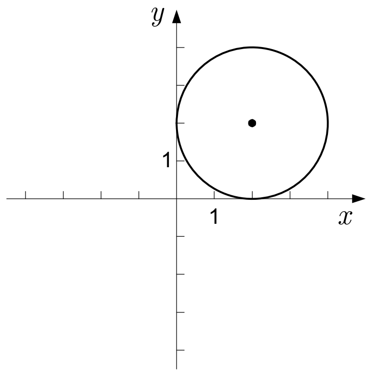
08. Spodaj so narisane premica, krožnica in elipsa. Zapišite njihove enačbe.

Alul egy egyenes, egy körvonal és egy ellipszis rajza látható. Írja fel az egyenletüket!

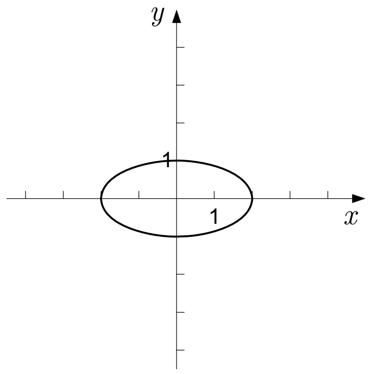
(7 točk/pont)



Enačba:
Egyenlet:



Enačba:
Egyenlet:

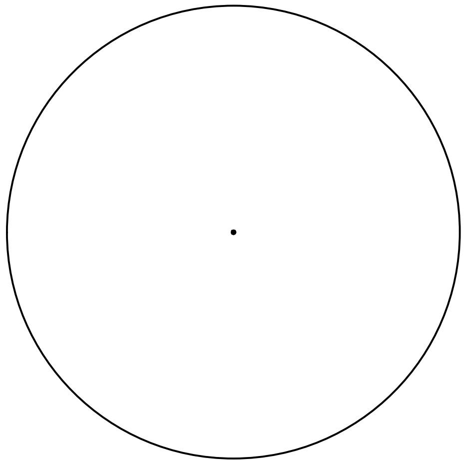


Enačba:
Egyenlet:

09. V krog s polmerom $r = 3\ \mathrm{cm}$ včrtajte pravilni šestkotnik $ABCDEF$. Narišite vektor $\vec{x} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$ in izračunajte njegovo dolžino. Rezultat zaokrožite na milimetre.

Az $r = 3\ \mathrm{cm}$ *sugarú körbe írjon szabályos* $ABCDEF$ *hatszöget! Ábrázolja az* $\vec{x} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$ *vektort, és számítsa ki a hosszát! A megoldást kerekítse milliméterekre!*

(7 točk/pont)



10. Naj bo drugi člen geometrijskega zaporedja $a_2 = 6$, peti člen pa $a_5 = 162$. Izračunajte prvi člen, količnik in vsoto prvih osemnajstih členov tega zaporedja.

Legyen egy mértani sorozat második tagja $a_2 = 6$*, ötödik tagja pedig* $a_5 = 162$*. Számítsa ki ennek a sorozatnak az első tagját, a hányadosát és az első tizennyolc tagjának az összegét!*

(6 točk/pont)

11. Pod kolikšnim kotom seka graf racionalne funkcije $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+1}$ abscisno os? Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje.

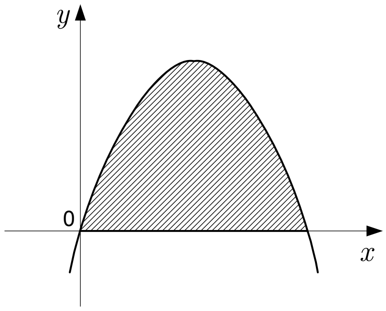
Milyen szögben metszi az $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+1}$ *racionális törtfüggvény grafikonja az abszcisszatengelyt? A megoldást kerekítse századfokokra!*

(8 točk/pont)

12. Na sliki je graf funkcije $f(x) = -x^2 + 3x$. Izračunajte ploščino osenčenega lika.

A képen az $f(x) = -x^2 + 3x$ függvény grafikonja látható. Számítsa ki a besatírozott síkidom területét!

(7 točk/pont)



Prazna stran
Üres oldal

Prazna stran
Üres oldal

Prazna stran
Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal