



Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint
MATEMATIKA
==== Izpitna pola 2 ====
2. feladatlap

- A) Kratke naloge / Rövid feladatok
B) Krajše strukturirane naloge / Rövidebb strukturált feladatok

Sreda, 25. avgust 2021 / 90 minut (30 + 60)
2021. augusztus 25., szerda / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo.

Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körszót és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával.

A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnak szóló útmutató a következő oldalon olvasható.



NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELŐLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre!** Rajzolásához használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd választ írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!



M 2 1 2 4 0 1 1 2 M 0 3

Formule

(Vsota in razlika kubov) Za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ velja $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c . Višina na hipotenuzo je v_c , pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1 , pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1 . Tedaj velja $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R . Tedaj je $r = \frac{S}{s}$ in $R = \frac{abc}{4S}$.

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

(Ploščina trikotnika) Naj bodo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ in $C(x_3, y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Adicijski izreki) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in

$$\tan x \tan y \neq -1, \quad \text{velja} \quad \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov)

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \text{ velja} \quad \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ velja} \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Elipsa) Elipsa v ravnini ima polosi a in b ($a > b$), njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b , njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $x = -\frac{p}{2}$.

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Geometrijsko zaporedje) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$

$$\text{je} \quad S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad \text{če je } q \neq 1, \text{ in } S_n = na_1, \quad \text{če je } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ in $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Képletek

(Köbök összege és különbsége) Tetszőleges $a, b \in \mathbb{R}$ esetén fennáll $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) A derékszögű háromszög befogói a és b , az átfogója c . Az átfogóhoz tartozó magasság v_c , az a befogó merőleges vetülete az átfogóra a_1 , a b befogó merőleges vetülete az átfogóra b_1 . Ekkor fennáll: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület $s = \frac{a+b+c}{2}$, a területe S , az adott háromszög beírt körének sugara r és az adott

háromszög körülírt körének sugara R . Ekkor fennáll: $r = \frac{S}{s}$ és $R = \frac{abc}{4S}$.

(Héron-képlet) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület $s = \frac{a+b+c}{2}$. Ekkor a területe

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

(A háromszög területe) Legyenek az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ és $C(x_3, y_3)$ síkbeli pontok. Az A , B

és C csúcsú háromszög területe: $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Gömb) Az r sugarú gömb felszíne és térfogata $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Addíciós tételek) Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R}$ esetén fennáll

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, amelyre $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ tetszőleges $k \in \mathbb{Z}$ és

$\tan x \tan y \neq -1$, fennáll $\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ esetén fennáll $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$, $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \}$ esetén fennáll $\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$.

(Ellipszis) A síkbeli ellipszis féltengelyei a és b ($a > b$), a lineáris excentricitása e , a numerikus excentricitása ε . Ekkor fennáll: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) A síkbeli hiperbola valós féltengelye a , képzetes féltengelye b , a lineáris excentricitása e , a numerikus excentricitása ε . Ekkor fennáll: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Az $y^2 = 2px$ egyenletű síkbeli parabola $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ fókuszponttal, az adott parabola

vezéregyenesének egyenlete $x = -\frac{p}{2}$.

(Számítási sorozat) Az (a_n) számtani sorozat első n elemének összege $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Mértani sorozat) A $q \in \mathbb{R}$ hányadosú (a_n) mértani sorozat első n elemének összege

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ ha } q \neq 1, \text{ és } S_n = na_1, \text{ ha } q = 1.$$

(Határértékek) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ és $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Konceptni list / *Piszkozati lap*

Large empty rectangular area for writing.



Konceptni list / *Piszkozati lap*

Empty rectangular box for writing.

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Konceptni list / *Piszkozati lap*

Large empty rectangular area for writing.



Konceptni list / *Piszkozati lap*

Empty rectangular box for writing.

**A) KRATKE NALOGE / RÖVID FELADATOK**

1. V spodnji preglednici so dane izjave. Ugotovite njihove logične vrednosti in v razdelku Vrednost izjave obkrožite 1, če je izjava resnična (pravilna), ali 0, če je izjava neresnična (nepravilna).
Adottak az alábbi táblázatban bizonyos kijelentések. Határozza meg a kijelentések logikai értékét, és A kijelentés értéke oszlopban karikázza be az 1-et, ha a kijelentés igaz (helyes), vagy a 0-t, ha a kijelentés hamis (hibás)!

Izjava Kijelentés	Vrednost izjave A kijelentés értéke	
A: Število 49 je praštevilo. A 49 prímszám.	1	0
B: Največji skupini delitelj števil 36 in 84 je 12. A 36 és 84 számok legnagyobb közös osztója 12.	1	0

(2 točki/pont)

2. Vsota velikosti središčnega in obodnega kota nad istim krožnim lokom je 33° . Koliko meri vsak izmed njiju?

Az ugyanazon az íven fekvő középponti és kerületi szög nagyságának összege 33° . Mekkora mindegyikük mérete külön-külön?

(2 točki/pont)



3. Zapišite teme grafa kvadratne funkcije, dane s predpisom $f(x) = x^2 - 2x + 1$.

Írja fel az $f(x) = x^2 - 2x + 1$ hozzárendelési szabállyal megadott másodfokú függvénygrafikon csúcspontjának koordinátáit!

(2 točki/pont)

4. Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n = 20 - 3n$. Izračunajte vsoto vseh pozitivnih členov danega zaporedja.

Adott az $a_n = 20 - 3n$ általános tagú sorozat. Számítsa ki a megadott sorozat összes pozitív tagjának összegét!

(3 točke/pont)



5. Cena puloverja je bila znižana za 20 %. Kolikšna je bila prvotna cena puloverja, če je po znižanju stal 84 €?

A pulóver árát 20%-kal csökkentették. Mekkora volt a kiindulási ára, ha az árleszállítás után 84 €-ba került?

(2 točki/pont)

6. Izračunajte določena integrala $\int_0^{2\sqrt{2}} x dx$ in $\int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} x dx$.

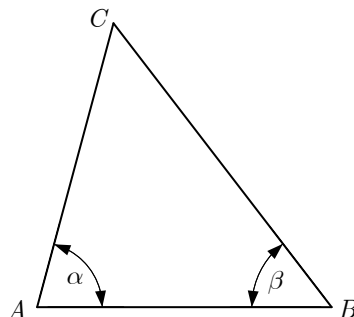
Számítsa ki az $\int_0^{2\sqrt{2}} x dx$ és $\int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} x dx$ határozott integrálok értékét!

(3 točke/pont)



7. Izračunajte dolžino stranice AC (glejte sliko), če so $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 52,5^\circ$ in $|BC| = 12$. Rezultat zaokrožite na tri decimalke.

Számítsa ki az AC oldal hosszúságát (nézze meg a képet), ha tudjuk, hogy $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 52,5^\circ$ és $|BC| = 12$. Az eredményt kerekítse három tizedesjegyre!



(3 točke/pont)

8. Funkcija $h: [0, 20] \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $h(t) = 3 \cdot 1,2^t + 14$ opisuje spreminjanje višine predmeta v odvisnosti od časa. Čas je merjen v sekundah, višina pa v metrih. Izračunajte, na kolikšni višini je predmet ob času $t = 0$. Izračunajte, kdaj je predmet na višini 30 metrov. Rezultat zaokrožite na eno decimalko.

A $h(t) = 3 \cdot 1,2^t + 14$ hozzárendelési szabállyal megadott $h: [0, 20] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény azt írja le, hogyan változik egy bizonyos tárgy magassága az idő függvényében. Az időt másodpercekben mérjük, a magasságot pedig méterben. Számítsa ki, mely magasságon van a tárgy $t = 0$ időben! Számítsa ki, mikor van a tárgy 30 méter magasságban! Az eredményt kerekítse egy tizedesjegyre!

(3 točke/pont)



M 2 1 2 4 0 1 1 2 M 1 3

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

**OBRNITE LIST.
LAPOZZON!**

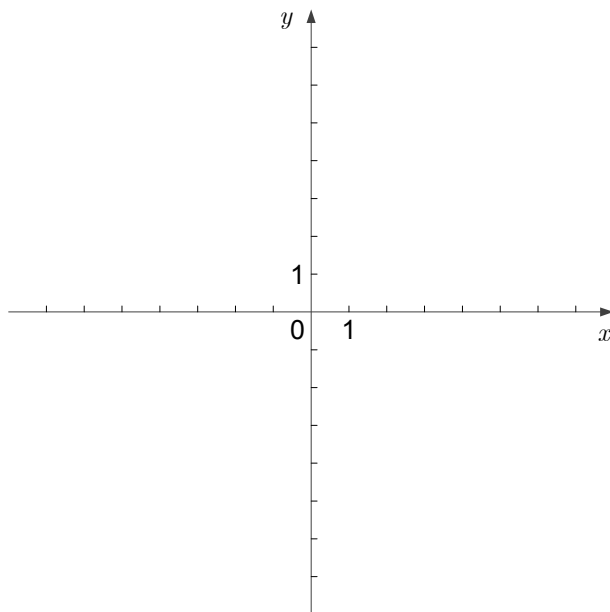

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK

1. Dana je premica p z enačbo $x - 2y + 3 = 0$.

Narišite premico p in izračunajte ploščino trikotnika, ki ga premica p oklepa s koordinatnima osema.

Adott az $x - 2y + 3 = 0$ egyenletű p egyenes.

Ábrázolja a p egyenest, és számítsa ki annak a háromszögnek a területét, amelyet a p egyenes a koordinátatengelyekkel határol!



Zapišite enačbo premice, ki je vzporedna premici p in poteka skozi točko $A(-2, -10)$.

Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a p egyenessel, és illeszkedik az $A(-2, -10)$ pontra!

(7 točk/pont)



M 2 1 2 4 0 1 1 2 M 1 5

2. V prazen akvarij, ki stoji na vodoravni podlagi, smo nalili 18 litrov vode. Akvarij ima obliko kvadra z dolžino 5 dm, širino 3 dm in višino 4 dm.

Do katere višine sega voda?

Koliko odstotkov volumna akvarija predstavlja volumen nalite vode?

Egy vízszintes talajon álló üres akváriumba 18 liter vizet öntöttünk. Az akvárium téglatest alakú, hosszúsága 5 dm, szélessége 3 dm, magassága 4 dm.

Mekkora az akváriumban a vízmagasság?

A teljes akvárium térfogatának hány százalékát teszi ki a benne levő víz térfogata?

(5 točk/pont)



3. Trikotnik $\triangle ABC$ ima dolžine stranic 4, 6 in 8. Trikotnik $\triangle A'B'C'$ je podoben trikotniku $\triangle ABC$, njegova najkrajša stranica pa ima dolžino 8. V spodnjo preglednico vpišite rešitve.

Az $\triangle ABC$ háromszög oldalhosszúságai 4, 6 és 8. A $\triangle A'B'C'$ háromszög hasonló az $\triangle ABC$ háromszöghöz, a legrövidebb oldala pedig 8 hosszúságú. A megoldásokat írja az alábbi táblázatba!

Naloga Feladat	Rešitev Megoldás
Obseg $\triangle ABC$ Az $\triangle ABC$ kerülete	
Obseg $\triangle A'B'C'$ Az $\triangle A'B'C'$ kerülete	
Ploščina $\triangle ABC$ Az $\triangle ABC$ területe	
Ploščina $\triangle A'B'C'$ Az $\triangle A'B'C'$ területe	
Razmerje obsegov $\frac{o_{\triangle A'B'C'}}{o_{\triangle ABC}}$ A $\frac{o_{\triangle A'B'C'}}{o_{\triangle ABC}}$ kerületek aránya	
Razmerje ploščin $\frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}}$ A $\frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}}$ területek aránya	

(7 točk/pont)



4. Peti člen padajočega geometrijskega zaporedja je osemkratnik drugega člena, produkt drugega in četrtega člena pa je 144. Izračunajte prvi člen a_1 in količnik q .

A csökkenő mértani sorozat ötödik tagja nyolcszorosa a második tagnak, a második és a negyedik tag szorzata pedig 144. Számítsa ki az a_1 első tagot és a q hányadost!

(8 točk/pont)



5. Marjetica ima 21 prijateljic in 11 prijateljev (le enemu prijatelju je ime Andrej in le enemu Borut). Na zabavo bo povabila 3 prijateljice in 4 prijatelje. Na koliko načinov lahko to stori? Kolikšna je verjetnost, da bosta med povabljeni Andrej in Borut, če bo Marjetica izbirala povabljenca naključno?

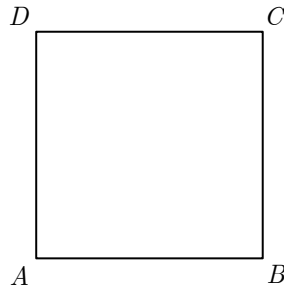
Marjeticának 21 barátnője és 11 fiú barátja van (közülük csak egyet hívnak Andrejnek és csak egyet Borutnak). A zsúrra 3 barátnőt és 4 fiú barátot fog meghívni. Hány különböző módon teheti ezt meg? Mekkora a valószínűsége annak, hogy a meghívottak között ott lesz Andrej és Borut is, ha Marjetica a meghívottakat véletlenszerűen választja ki?

(6 točk/pont)



6. Kvadrat $ABCD$ ima stranico dolžine a . Podana sta vektorja $\vec{a} = \overline{AB}$ in $\vec{b} = \overline{AC}$. Za katero realno število m sta vektorja $m\vec{a} + \vec{b}$ in $\vec{a} - 2\vec{b}$ pravokotna?

Az $ABCD$ négyzet oldalhosszúsága a . Adott az $\vec{a} = \overline{AB}$ és $\vec{b} = \overline{AC}$ vektor. Melyik valós m szám esetén lesz az $m\vec{a} + \vec{b}$ és az $\vec{a} - 2\vec{b}$ vektor merőleges egymásra?



(7 točk/pont)



Rezervna stran / *Tartalék oldal*