Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 2 2 4 0 1 1 2 M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint
MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

A) Kratke naloge / *Rövid feladatok*
B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*

Četrtek, 25. avgust 2022 / 90 minut (30 + 60)
2022. augusztus 25., csütörtök / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo. Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával. A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 2 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, ***a kereten belülre****! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

(**Vsota in razlika kubov**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**)

Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$.

perforiran list

Képletek

(Köbök összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b, *az átfogója* c. *Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c, *az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1, *a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1. *Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s = \frac{a+b+c}{2}$, *a területe* S, *az adott háromszög beírt körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R. *Ekkor fennáll:* $\boxed{r = \frac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R = \frac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s = \frac{a+b+c}{2}$. *Ekkor a területe* $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* A, B *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(Gömb) *Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*
$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, *amelyre* $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ *tetszőleges* $k \in \mathbb{Z}$ *és* $\tan x \tan y \neq -1$, *fennáll* $\boxed{\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a, *képzetes féltengelye* b, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, *ha* $q \neq 1$, *és* $\boxed{S_n = na_1}$, *ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1}$.

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

A) KRATKE NALOGE / *RÖVID FELADATOK*

1. Naj bo množica $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, S množica sodih števil in P množica praštevil. Zapišite množici $C = A \setminus S$ in $D = S \cap P$, tako da naštejete njune elemente.

   Adott az $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmaz, az S halmaz legyen a páros számok halmaza, a P halmaz pedig a prímszámok halmaza. Írja fel a $C = A \setminus S$ és $D = S \cap P$ halmazt úgy, hogy felsorolja az elemeit!

   (2 točki/pont)

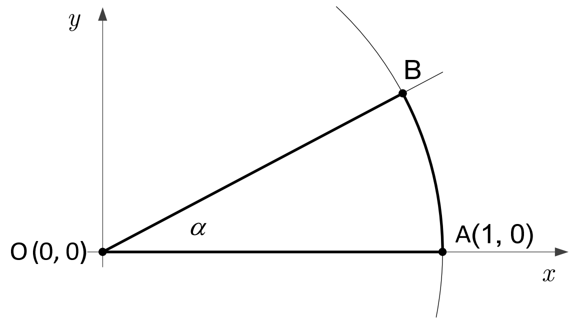
2. V pravokotnem trikotniku je ena od katet dvakrat daljša od druge katete. Izračunajte obseg pravokotnega trikotnika, če je dolžina krajše katete enaka 3.

   A derékszögű háromszögben az egyik befogó kétszer hosszabb a másik befogónál. Számítsa ki a derékszögű háromszög kerületét, ha a rövidebb befogó hosszúsága 3.

   (3 točke/pont)

3. Velikost kota α na sliki je pol radiana. Izračunajte obseg krožnega izseka OAB. Nato zapišite velikost kota α še v stopinjah in minutah.

A képen látható α szög nagysága fél radián. Számítsa ki az OAB körcikk kerületét! Majd írja fel az α szög nagyságát fokokban és percekben is!



(3 točke/pont)

4. Če naravno število n delimo z 8, dobimo količnik 3 in ostanek 7. Izračunajte n.

Ha az n természetes számot osztjuk 8-cal, a hányados 3 lesz a maradék pedig 7. Számítsa ki az n -t!

(2 točki/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

5. Na šoli je 250 maturantov. Matematiko na višji ravni je izbralo 33 maturantov. Koliko odstotkov maturantov bo opravljalo maturitetni izpit na osnovni ravni?

Az iskolába 250 érettségiző diák jár. A magasabb fokú matematikát 33 érettségiző diák választotta. Az érettségiző diákok hány százaléka fog alapszintű érettségi vizsgát tenni?

(2 točki/pont)

6. Naj bo točka A presečišče premice z enačbo $y = \frac{1}{2}x + 2021$ z ordinatno osjo, točka B pa presečišče te premice z abscisno osjo. Izračunajte A in B.

Legyen az A pont az $y = \frac{1}{2}x + 2021$ egyenletű egyenes és az ordinátatengely metszéspontja, a B pont pedig az egyenes metszéspontja az abszcisszatengellyel. Számítsa ki az A-t és a B-t!

(3 točke/pont)

7. Valj s prostornino $100\ \text{cm}^3$ ima za osnovno ploskev krog s polmerom $2\ \text{cm}$. Izračunajte višino valja. Rezultat zaokrožite na 3 decimalke.

A $100\ \text{cm}^3$ *térfogatú henger alaplapja egy* $2\ \text{cm}$ *sugarú kör. Számítsa ki a henger magasságát! Az eredményt kerekítse 3 tizedesjegy pontosságra!*

(3 točke/pont)

8. Izračunajte nedoločeni integral $\int \left(x^2 - 2x\right) \mathrm{d}x$.

Számítsa ki az $\int \left(x^2 - 2x\right) \mathrm{d}x$ *határozatlan integrált!*

(2 točki/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

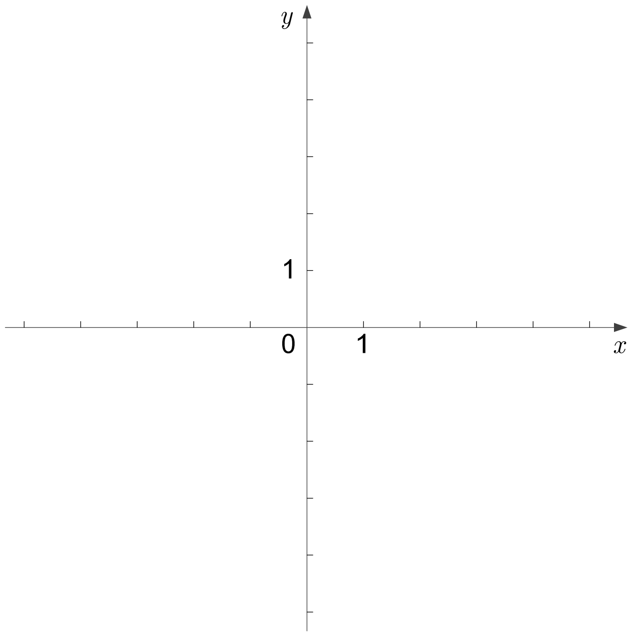
OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

M 2 2 2 4 0 1 1 2 M 1 4

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. Dana je kvadratna funkcija f s predpisom $f(x)=-2x^2-4x$. Izračunajte ničli funkcije f, teme njenega grafa in graf narišite. Izračunajte smerni koeficient tangente na graf funkcije f v točki $A(2,\ y_0)$.

   Adott az $f(x)=-2x^2-4x$ hozzárendelési szabállyal megadott f másodfokú függvény. Számítsa ki az f függény mindkét zérushelyét, a grafikonja csúcspontját, és ábrázolja a grafikonját! Számítsa ki az f függvény grafikonjához húzható érintő egyenes egyenletének irányényezőjét az $A(2,\ y_0)$ pontban!



(8 točk/pont)

2. Na tržnici smo kupili $6{,}8$ kg jabolk najvišje kakovosti in $3{,}2$ kg jabolk običajne kakovosti. Plačali smo $16{,}02$ €. Jabolka najvišje kakovosti so za 10 % dražja od jabolk običajne kakovosti. Koliko stane kilogram jabolk najvišje kakovosti in koliko kilogram jabolk običajne kakovosti? Zapišite odgovor.

   A piacon $6{,}8$ kg *legjobb minőségű és* $3{,}2$ kg *normál minőségű almát vásároltunk.* $16{,}02$ € *-t fizettünk. A legjobb minőségű alma 10%-kal drágább a normál minőségűnél. Mennyibe kerül a legjobb minőségű alma kilója, és mennyibe a normál minőségű alma kilója? Válaszát írja le!*

   (7 točk/pont)

M 2 2 2 4 0 1 1 2 M 1 6

3. V prostoru sta dani točki $A(1,\ 2,\ 3)$ in $B(2,\ 3,\ 4)$ ter vektor $\vec{c}=(1,-2,\ 1)$. Zapišite vektor $\overrightarrow{AB}$ s koordinatami (komponentami). Izračunajte točno dolžino vektorja $\vec{c}$ in računsko dokažite, da sta vektorja $\overrightarrow{AB}$ in $\vec{c}$ pravokotna.

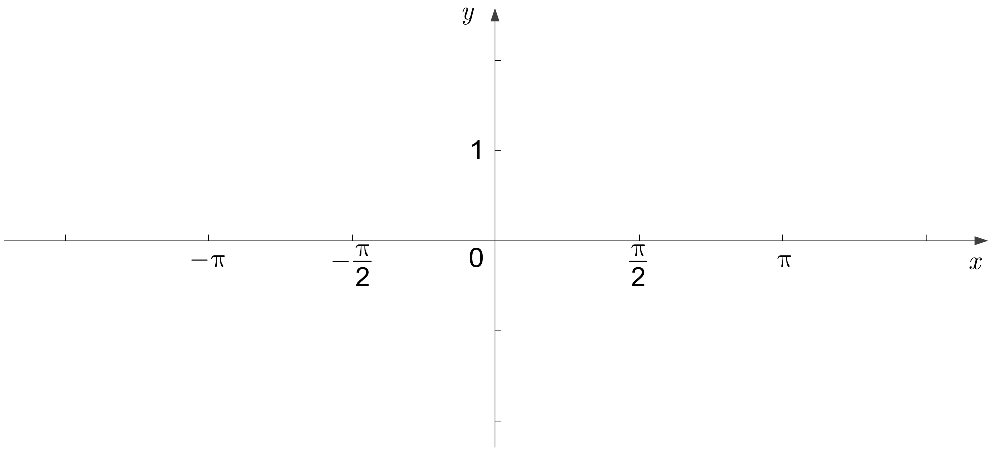
   Adott a térben az $A(1,\ 2,\ 3)$ és $B(2,\ 3,\ 4)$ pont, valamint a $\vec{c}=(1,-2,\ 1)$ vektor. Írja fel az $\overrightarrow{AB}$ vektort koordinátáival (komponenseivel)! Számítsa ki a $\vec{c}$ vektor pontos hosszúságát, és bizonyítsa algebrai úton, hogy az $\overrightarrow{AB}$ és a $\vec{c}$ vektorok merőlegesek egymásra!

   (6 točk/pont)

4. Dani sta funkciji $f,\ g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ s predpisoma $f(x)=\sin(2x)$ in $g(x)=\cos x$.

V koordinatni sistem narišite graf funkcije f.

Adottak az $f(x)=\sin(2x)$ és $g(x)=\cos x$ hozzárendelési szabállyal megadott $f,\ g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvények. Ábrázolja az f függvény grafikonját a koordináta-rendszerben!



Izračunajte abscise presečišč grafov funkcij f in g.

Számítsa ki az f és g függvénygrafikonok metszéspontjainak abszcisszáit!

(7 točk/pont)

5. Dano je aritmetično zaporedje s splošnim členom $a_n = 2n - 2$.

Izračunajte vsoto $\sum_{n=1}^{100} a_n = a_1 + a_2 + ... + a_{100}$.

Dokažite, da je zaporedje, ki je dano s splošnim členom $b_n = 2^{a_n}$, geometrijsko.

Adott az $a_n = 2n - 2$ általános tagú számtani sorozat.

Számítsa ki a $\sum_{n=1}^{100} a_n = a_1 + a_2 + ... + a_{100}$ összeget!

Bizonyítsa be, hogy a $b_n = 2^{a_n}$ általános taggal megadott sorozat mértani!

(6 točk/pont)

6. Na zabavi je bilo 16 ljudi: 4 poročeni pari, 5 samskih moških in 3 samske ženske. Za družabno igro naključno izberemo 2 osebi. Izračunajte verjetnosti dogodkov:
A – izbrani osebi sta zakonski par,
B – izbrani osebi sta samski in različnega spola.

16 ember volt a buliban: 4 házaspár, 5 egyedülálló férfi és 3 egyedülálló nő. Egy társasjátékra véletlenszerűen kiválasztunk 2 személyt. Számítsa ki a következő események valószínűségét:
A *– a kiválasztott személyek házastársak,*
B *– a kiválasztott személyek egyedülállók, és különböző neműek.*

(6 točk/pont)

M222401 12M20

Rezervna stran / *Tartalék oldal*