



Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint
MATEMATIKA
Izpitna pola 2
2. feladatlap

- A) Kratke naloge / Rövid feladatok
B) Krajše strukturirane naloge / Rövidebb strukturált feladatok

Sobota, 5. junij 2021 / 90 minut (30 + 60)
2021. június 5., szombat / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalno.

Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzó, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával.

A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.



NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELŐLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre!** Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd választ írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!



M 2 1 1 4 0 1 1 2 M 0 3

Formule

(Vsota in razlika kubov) Za poljubna $a, b \in \mathbb{R}$ velja $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c . Višina na hipotenuzo je v_c , pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1 , pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1 . Tedaj velja $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R . Tedaj je $r = \frac{S}{s}$ in $R = \frac{abc}{4S}$.

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice a, b in c , polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

(Ploščina trikotnika) Naj bodo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ in $C(x_3, y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Adicijski izreki) Za poljubna $x, y \in \mathbb{R}$ velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in

$$\tan x \tan y \neq -1, \quad \text{velja} \quad \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov)

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \text{ velja } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ velja } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Elipsa) Elipsa v ravnini ima polosi a in b ($a > b$), njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b , njena linearna ekscentričnost je e , njena numerična ekscentričnost je ε . Tedaj velja $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $x = -\frac{p}{2}$.

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Geometrijsko zaporedje) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$

$$\text{je } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ če je } q \neq 1, \text{ in } S_n = na_1, \text{ če je } q = 1.$$

(Limiti) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ in $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



Képletek

(Köbök összege és különbsége) Tetszőleges $a, b \in \mathbb{R}$ esetén fennáll $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) A derékszögű háromszög befogói a és b , az átfogója c . Az átfogóhoz tartozó magasság v_c , az a befogó merőleges vetülete az átfogóra a_1 , a befogó merőleges vetülete az átfogóra b_1 . Ekkor fennáll: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület $s = \frac{a+b+c}{2}$, a területe S , az adott háromszög beírt körének sugara r és az adott

háromszög körülírt körének sugara R . Ekkor fennáll: $r = \frac{S}{s}$ és $R = \frac{abc}{4S}$.

(Héron-képlet) A háromszög oldalai a , b és c , a félkerület $s = \frac{a+b+c}{2}$. Ekkor a területe

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

(A háromszög területe) Legyenek az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ és $C(x_3, y_3)$ síkbeli pontok. Az A , B

és C csúcsú háromszög területe: $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$.

(Gömb) Az r sugarú gömb felszíne és térfogata $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

(Addíciós tételek) Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R}$ esetén fennáll

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

Tetszőleges $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$, amelyre $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ tetszőleges $k \in \mathbb{Z}$ és

$\tan x \tan y \neq -1$, fennáll $\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ esetén fennáll $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$, $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \}$ esetén fennáll $\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$.

(Ellipszis) A síkbeli ellipszis féltengelyei a és b ($a > b$), a lineáris excentricitása e , a numerikus excentricitása ε . Ekkor fennáll: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Hiperbola) A síkbeli hiperbola valós féltengelye a , képzetes féltengelye b , a lineáris excentricitása e , a numerikus excentricitása ε . Ekkor fennáll: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

(Parabola) Az $y^2 = 2px$ egyenletű síkbeli parabola $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ fókuszponttal, az adott parabola

vezéregyenesének egyenlete $x = -\frac{p}{2}$.

(Számítási sorozat) Az (a_n) számtani sorozat első n elemének összege $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

(Mértani sorozat) A $q \in \mathbb{R}$ hányadosú (a_n) mértani sorozat első n elemének összege

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ ha } q \neq 1, \text{ és } S_n = na_1, \text{ ha } q = 1.$$

(Határértékek) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ és $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.



M 2 1 1 4 0 1 1 2 M 0 5

Konceptni list / *Piszkozati lap*

Large empty rectangular area for writing.

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Konceptni list / *Piszkozati lap*

Empty rectangular box for writing.

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!



Konceptni list / *Piszkozati lap*



Konceptni list / *Piszkozati lap*

Empty rectangular box for writing.

**A) KRATKE NALOGE / RÖVID FELADATOK**

1. Rešite neenačbo $5 + \frac{x-3}{2} < 3x - 4$.

Oldja meg az $5 + \frac{x-3}{2} < 3x - 4$ egyenlőtlenséget!

(2 točki/pont)

2. Na kolesarski tekmi je odstopilo 20 % tekmovalcev. Skozi cilj jih je pripeljalo 72. Koliko je bilo vseh tekmovalcev?

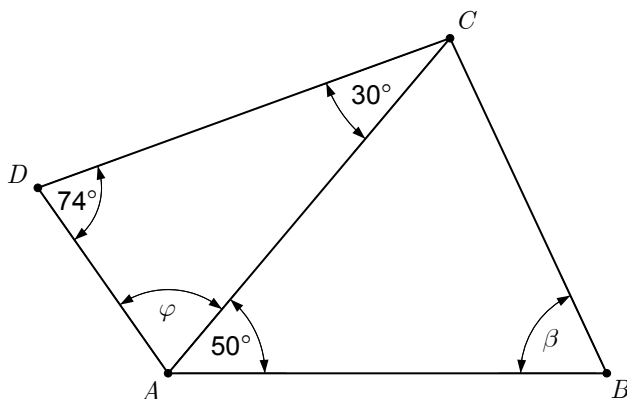
A kerékpárversenyen kiesett a versenyzők 20%-a. A célvonalon 72 versenyző kerékpározott át. Összesen hány versenyző volt?

(2 točki/pont)



3. Na sliki je štirikotnik $ABCD$. Izračunajte velikosti kotov φ in β , če je $|AC| = |AB|$.

A képen az $ABCD$ négyszög látható. Számítsa ki a φ és β szögek nagyságát, ha $|AC| = |AB|$!



(3 točke/pont)

4. Meritve temperature so zapisane v spodnji preglednici. Izračunajte povprečno temperaturo. Rezultat zaokrožite na dve decimalki.

A hőmérsékletmérések adatait az alábbi táblázat tartalmazza. Számítsa ki a hőmérséklet átlagát! Az eredményt kerekítse két tizedesjegyre!

Meritev / Mérés	Pogostost / Gyakoriság
16 °C	1-krat / 1-szer
18 °C	1-krat / 1-szer
19 °C	6-krat / 6-szor
20 °C	11-krat / 11-szer
21 °C	8-krat / 8-szor
23 °C	3-krat / 3-szor
24 °C	1-krat / 1-szer

(3 točke/pont)



5. Izračunajte število, ki da pri deljenju z 11 količnik 3 in ostanek 7.

Számítsa ki azt a számot, amely a 11-gyel való osztás után 3-at ad hányadosul, és a maradék 7 lesz!

(2 točki/pont)

6. Dan je trikotnik ABC z dolžinami stranic $|BC| = a = 8$ cm, $|AC| = b = 9$ cm in $|AB| = c = 10$ cm. Izračunajte velikost notranjega kota v oglišču B . Rezultat zaokrožite na minuto.

Adott az ABC háromszög a következő oldalhosszúságokkal: $|BC| = a = 8$ cm, $|AC| = b = 9$ cm és $|AB| = c = 10$ cm. Számítsa ki a B csúcsnál levő belső szög nagyságát! Az eredményt kerekítse percekre!

(3 točke/pont)



7. Spodaj so zapisani prvi trije členi geometrijskega zaporedja s prvim členom $a_1 = 27$. V okvirčka zapišite četrti člen in količnik q danega zaporedja.

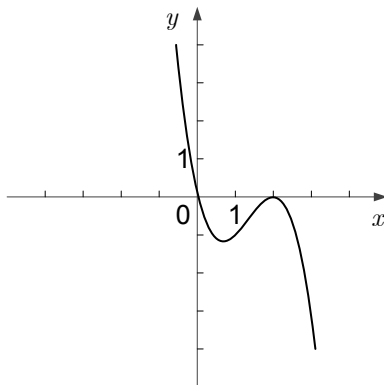
Az $a_1 = 27$ első tagú mértani sorozat első három tagját látja. A keretekbe írja be a megadott sorozat negyedik tagját és a q hányadosát!

27, 9, 3, $q =$

(2 točki/pont)

8. Na sliki je graf polinoma $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. V spodnji preglednici so zapisane trditve. Na desni strani preglednice obkrožite DA, če je trditev resnična, ali NE, če je trditev neresnična.

A képen a $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ polinom grafikonja látható. Az alábbi táblázatban állítások vannak. A táblázat jobb oldalán karikázza be az IGEN szót, ha az állítás igaz, vagy a NEM szót, ha az állítás hamis.



Trditev Állítás	Resničnost/Neresničnost trditve Az állítás igaz/hamis	
Vodilni koeficient polinoma p je pozitiven. <i>A p polinom főegyütthatója pozitív.</i>	DA/IGEN	NE/NEM
Stopnja polinoma je liho število. <i>A polinom fok a páratlan szám.</i>	DA/IGEN	NE/NEM
$\int_0^2 p(x) dx$ je pozitivno število. <i>A $\int_0^2 p(x) dx$ pozitív szám.</i>	DA/IGEN	NE/NEM

(3 točke/pont)



M 2 1 1 4 0 1 1 2 M 1 3

Rezervna stran / *Tartalék oldal*

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon! V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

**OBRNITE LIST.
LAPOZZON!**


B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK

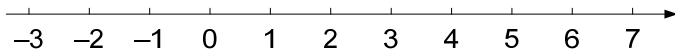
1. Dani sta množici $A = (-1, 3]$ in $B = \{x \in \mathbb{R}; x < 2\}$.

Ponazorite množici A in B na številski premici.

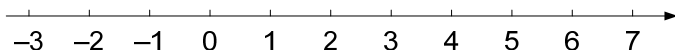
Adott az $A = (-1, 3]$ és a $B = \{x \in \mathbb{R}; x < 2\}$ halmaz.

Ábrázolja az A és B halmazt a számegyeneseken!

A



B



Vsaka množica v levem stolpcu preglednice je enaka enemu izmed intervalov v desnem stolpcu. Intervali v desnem stolpcu so označeni s številkami od 1 do 5.

V za to namenjen prostor v preglednici vpišite številko intervala, ki je enak množici v levem stolpcu preglednice (prva vrstica je že pravilno izpolnjena).

A táblázat bal oszlopának minden halmaza egyenlő a jobb oldali oszlop egyik intervallumával. A jobb oldali intervallumokat 1-től 5-ig számoztuk meg.

A táblázat erre kijelölt helyére írja be annak az intervallumnak a számát, amely egyenlő a táblázat bal oszlopában felírt halmazzal (az első sort már helyesen kitöltöttük).

B	5
$A \cap B$	
$A \cup B$	
$A \setminus B$	

1: $[2, 3]$

2: $[2, \infty)$

3: $(-1, 2)$

4: $(-\infty, 3]$

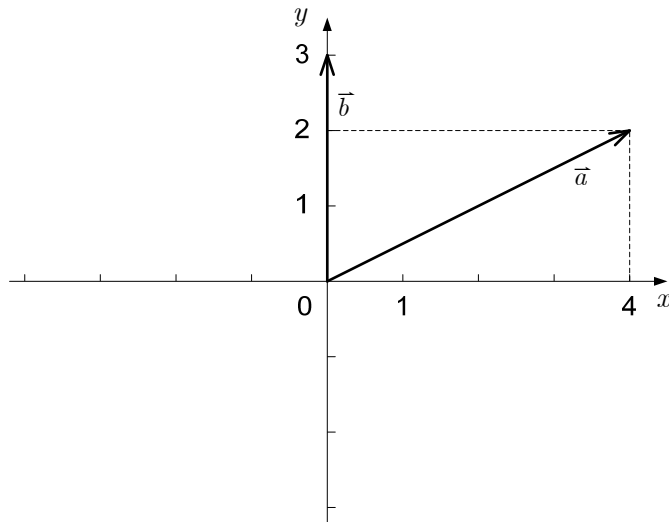
5: $(-\infty, 2)$

(5 točk/pont)



2. V ravnini, opremljeni s koordinatnim sistemom, sta narisana vektorja \vec{a} in \vec{b} . Narišite vektor $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$. Kolikšni sta dolžini vektorjev \vec{a} in \vec{b} ? Koliko meri kot φ med \vec{a} in \vec{b} ? Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje.

A koordináta-rendszerrel ellátott síkban ábrázoltuk az \vec{a} és \vec{b} vektort. Ábrázolja a $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ vektort! Milyen hosszú az \vec{a} és \vec{b} vektor? Mekkora az \vec{a} és \vec{b} vektor által közbezárt φ szög? Az eredményt kerekítse századfokokra!



(8 točk/pont)

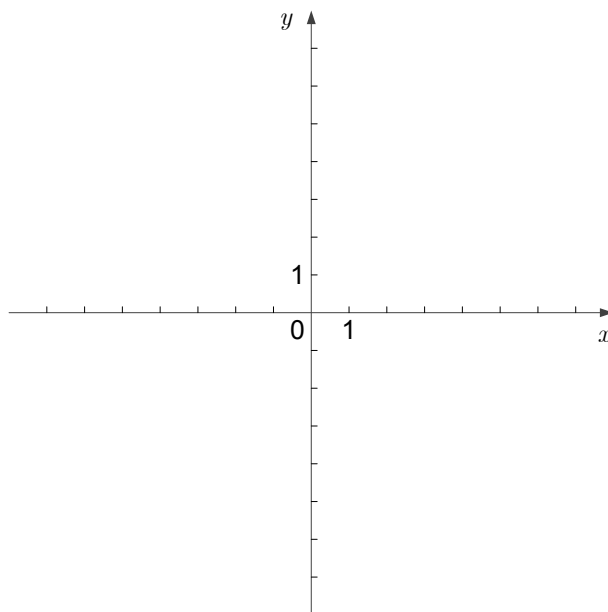


3. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = 3 \cdot 2^x - 1$.

V ravnino, opremljeno s koordinatnim sistemom, narišite graf funkcije f in zapišite enačbo asimptote grafa.

Adott az $f(x) = 3 \cdot 2^x - 1$ hozzárendelési szabállyal megadott f függvény.

A koordináta-rendszerrel ellátott síkban ábrázolja az f függvény grafikonját, és írja fel a grafikonja aszimptotájának egyenletét!



Če graf funkcije f prezrcalimo čez simetralo lihih kvadrantov, dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije g .

Ha az f függvény grafikonját tükrözzük a páratlan síknegyedek szimmetriatengelyére, a g függvény grafikonját kapjuk. Írja fel a g függvény hozzárendelési szabályát!

(6 točk/pont)



4. V posodi je 18 kroglic. Polovica je belih, tretjina je modrih, preostale so rdeče.
Naključno izberemo eno kroglico. Kolikšna je verjetnost dogodka A , da je izbrana rdeča kroglica?
Naključno izberemo dve kroglici. Kolikšna je verjetnost dogodka B , da sta obe kroglici beli?
Naključno izberemo tri kroglice. Kolikšna je verjetnost dogodka C , da so izbrane kroglice treh različnih barv?
- Az edényben 18 golyó van. A golyók fele fehér, a harmada kék, a többi piros.*
Találomra kiválasztunk egy golyót. Mekkora annak az A eseménynek a valószínűsége, hogy a kiválasztott golyó piros?
Találomra kiválasztunk két golyót. Mekkora annak az B eseménynek a valószínűsége, hogy mindkét kiválasztott golyó fehér?
Találomra kiválasztunk három golyót. Mekkora annak az C eseménynek a valószínűsége, hogy a kiválasztott golyók mindegyike más színű?

(8 točk/pont)



5. Rešite enačbo $\cos x + \cos 2x = 0$.

Oldja meg a $\cos x + \cos 2x = 0$ egyenletet!

(6 točk/pont)



6. Dani sta funkciji f in g s predpisoma $f(x) = 2x^3$ in $g(x) = x^2 + 1$.

Dokažite, da se grafa funkcij f in g sekata samo v točki z absciso $x = 1$.

Izračunajte kot, pod katerim se sekata grafa funkcij f in g . Kot zaokrožite na minuto.

Adott az $f(x) = 2x^3$ és $g(x) = x^2 + 1$ hozzárendelési szabállyal megadott f és g függvény.

Bizonyítsa be, hogy az f és g függvény grafikonja csak az $x = 1$ abszcisszájú pontban metszi egymást!

Számítsa ki annak a szögnek a nagyságát, amelyben az f és g függvény grafikonja metszi egymást! A szöget kerekítse percekre!

(7 točk/pont)



Rezervna stran / *Tartalék oldal*