Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 2 2 1 4 0 1 1 2 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Osnovna raven
Alapszint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

A) Kratke naloge / *Rövid feladatok*
B) Krajše strukturirane naloge / *Rövidebb strukturált feladatok*

Sobota, 4. junij 2022 / 90 minut (30 + 60)
2022. június 4., szombat / 90 perc (30 + 60)

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo. Priloga s formulami in konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

Engedélyezett segédeszközök: A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, rajzeszközöket (körzőt és vonalzót, esetleg háromszöget) és számológépet hoz magával. A képleteket tartalmazó lap és a vázlatkészítéshez mellékelt lap perforált, ezeket a jelölt óvatosan kiszakíthatja.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 2 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani).

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela A in dela B. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela A porabite 30 minut, za reševanje dela B pa 60 minut.

Izpitna pola vsebuje 8 kratkih nalog v delu A in 6 krajših strukturiranih nalog v delu B. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 20 v delu A in 40 v delu B. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 13 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (az első oldal jobb felső sarkában levő keretbe)!

A feladatlap két részből áll, az A és a B részből. A megoldásukra 90 perc áll a rendelkezésére. Azt javasoljuk, hogy az A részre 30 percet, a B részre 60 percet fordítson!

A feladatlap 8 rövid feladatot tartalmaz az A részben és 6 rövidebb strukturált feladatot a B részben. Összesen 60 pontot érhet el, ebből 20-at az A, és 40-et a B részben. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a feladatlap erre kijelölt helyére, **a kereten belülre**! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 13. és 20. oldal tartalék; ide csak akkor írjon, ha elfogy a helye. Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatok megoldását írta erre az oldalra! A piszkozati lapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékelje az értékelő tanár!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

(**Vsota in razlika kubov**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \frac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \frac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $\boxed{S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov)**

Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}$.

Za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1}$.

Képletek

(Köbök összege és különbsége) *Tetszőleges* $a,\ b \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) *A derékszögű háromszög befogói* a *és* b, *az átfogója* c. *Az átfogóhoz tartozó magasság* v_c, *az* a *befogó merőleges vetülete az átfogóra* a_1, *a* b *befogó merőleges vetülete az átfogóra* b_1. *Ekkor fennáll:* $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s = \frac{a+b+c}{2}$, *a területe* S, *az adott háromszög beírt körének sugara* r *és az adott háromszög körülírt körének sugara* R. *Ekkor fennáll:* $\boxed{r = \frac{S}{s}}$ *és* $\boxed{R = \frac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) *A háromszög oldalai* a, b *és* c, *a félkerület* $s = \frac{a+b+c}{2}$. *Ekkor a területe* $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) *Legyenek az* $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ *és* $C(x_3,\ y_3)$ *síkbeli pontok. Az* A, B *és* C *csúcsú háromszög területe:* $\boxed{S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(Gömb) *Az* r *sugarú gömb felszíne és térfogata* $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}}$.

(Addíciós tételek) *Tetszőleges* $x,\ y \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll*
$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$

Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, *amelyre* $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ *tetszőleges* $k \in \mathbb{Z}$ *és* $\tan x \tan y \neq -1$, *fennáll* $\boxed{\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ *esetén fennáll* $\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ *esetén fennáll* $\boxed{\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(Ellipszis) *A síkbeli ellipszis féltengelyei* a *és* b $(a > b)$, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Hiperbola) *A síkbeli hiperbola valós féltengelye* a, *képzetes féltengelye* b, *a lineáris excentricitása* e, *a numerikus excentricitása* ε. *Ekkor fennáll:* $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Parabola) *Az* $y^2 = 2px$ *egyenletű síkbeli parabola* $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$ *fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete* $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) *Az* (a_n) *számtani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) *A* $q \in \mathbb{R}$ *hányadosú* (a_n) *mértani sorozat első* n *elemének összege* $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, *ha* $q \neq 1$, *és* $\boxed{S_n = na_1}$, *ha a* $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ *és* $\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1}$.

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*
V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Konceptni list / ***Piszkozati lap***

Konceptni list / *Piszkozati lap*

A) KRATKE NALOGE / *RÖVID FELADATOK*

1. Dani sta množici $A=\{a,\ b,\ c\}$ in $B=\{b,\ d,\ e,\ f\}$. Z naštevanjem elementov zapišite množice

   Adott az $A=\{a,\ b,\ c\}$ *és* $B=\{b,\ d,\ e,\ f\}$ *halmaz. Az elemek felsorolásával írja fel a következő halmazokat:*

   $A\cup B=$

   $A\cap B=$

   $A\backslash B=$

   (3 točke/pont)

2. Spodaj so zapisani členi aritmetičnega zaporedja. V prazna okvirčka zapišite manjkajoči člen in diferenco d zaporedja.

   Az alábbiakban egy számtani sorozat tagjai vannak megadva. Az üres keretekbe írja be a hiányzó tagot és a sorozat d *különbségét!*

   5, 8, 11, $\boxed{}$ … $\qquad d=\boxed{}$

   (2 točki/pont)

3. Povprečna višina prve peterke košarkarske ekipe je 190 cm. Koliko je visok center, če sta krilna igralca visoka 190 cm, branilca pa 185 cm in 180 cm?

   A kosárlabdacsapat öt kezdőjátékosának átlagmagassága 190 cm. Milyen magas a center, ha mindkét erőcsatár 190 cm, a két hátvéd pedig 185 cm és 180 cm magasságú?

   (2 točki/pont)

4. Po pocenitvi za 20 % stane izdelek 11,20 EUR. Kolikšna je bila cena pred pocenitvijo?

   A termék ára 20%-os árleszállítás után 11,20 EUR. Mennyi volt az ára az árleszállítás előtt?

   (2 točki/pont)

5. Izračunajte kot α med premicama z enačbama $y = 3x + 2$ in $y = -x + 2021$.

Számítsa ki az $y = 3x + 2$ és $y = -x + 2021$ egyenletű egyenesek által közbezárt α szöget!

(3 točke/pont)

6. Zapišite enačbi asimptot hiperbole z enačbo $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Írja fel az $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ egyenletű hiperbola mindkét aszimptotájának egyenletét!

(2 točki/pont)

7. Dolžine stranic trikotnika ABC merijo 12,5 cm, 6 cm in 7,5 cm. Dolžina najdaljše stranice podobnega trikotnika $A'B'C'$ meri 30 cm. Izračunajte obseg trikotnika $A'B'C'$.

Az ABC háromszög oldalhosszúságai: 12,5 cm, 6 cm és 7,5 cm. Az $A'B'C'$ hasonló háromszög leghosszabb oldala 30 cm. Számítsa ki az $A'B'C'$ háromszög kerületét!

(3 točke/pont)

8. Naj bo f integrabilna funkcija in naj bo $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ in $\int_0^{10} f(x)\,\mathrm{d}x = 9$. Izračunajte integrala $\int_0^1 \left(2 \cdot f(x)\right)\mathrm{d}x$ in $\int_1^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Legyen az f integrálható függvény, továbbá legyen $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ és $\int_0^{10} f(x)\,\mathrm{d}x = 9$. Számítsa ki az $\int_0^1 \left(2 \cdot f(x)\right)\mathrm{d}x$ és $\int_1^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$ integrálok értékét!

(3 točke/pont)

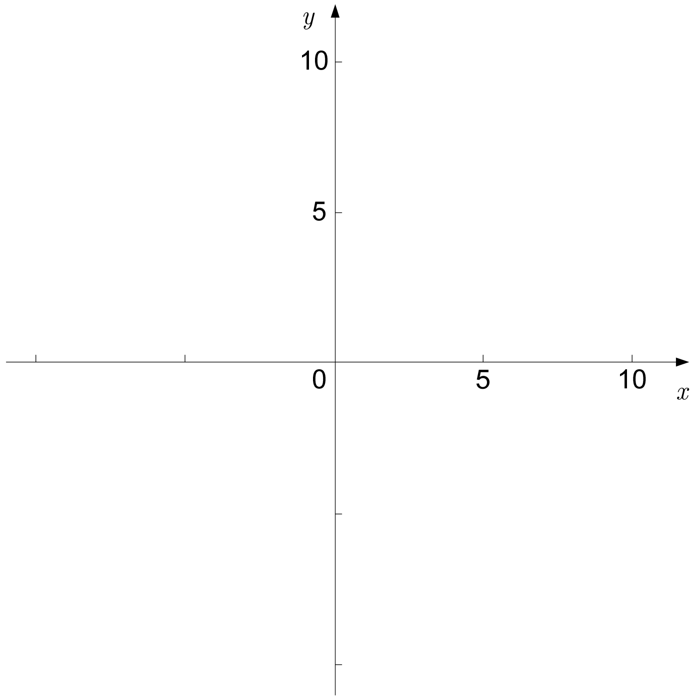
Rezervna stran / *Tartalék oldal*

M 2 2 1 4 0 1 1 2 M 1 4

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE / *RÖVIDEBB STRUKTURÁLT FELADATOK*

1. V danem koordinatnem sistemu označite točki $A(0,\ 5)$ in $B(10,\ 0)$ ter skozi njiju narišite premico. Napišite enačbo te premice in izračunajte kot $\sphericalangle ABO$ (O je izhodišče koordinatnega sistema). Rezultat zaokrožite na kotne minute.

   A megadott koordináta-rendszerben ábrázolja az $A(0,\ 5)$ és $B(10,\ 0)$ pontokat, és a rájuk illeszkedő egyenest! Írja le ennek az egyenesnek az egyenletét, és számítsa ki az $\sphericalangle ABO$ szöget (az O pont az origó). Az eredményt kerekítse szögpercekre!



(6 točk/pont)

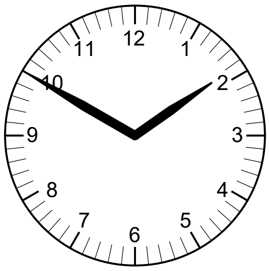
2. Dan je trikotnik ABC s podatki $\alpha = 30°$, $\beta = 50°$ in $a = 7$ cm. Na milimeter natančno izračunajte dolžino stranice b. Nato izračunajte še ploščino trikotnika na cm^2 natančno.

Adott az ABC háromszög a következő adatokkal: $\alpha = 30°$, $\beta = 50°$ és $a = 7$ cm. Milliméternyi pontossággal számítsa ki a b oldal hosszúságát! Majd számítsa ki a háromszög területét is cm^2 -nyi pontossággal!

(7 točk/pont)

3. Ura ima minutni kazalec, dolg $9\ \text{cm}$, in urni kazalec, dolg $6\ \text{cm}$. Zapišite odgovore na spodnja tri vprašanja.

   Az órának $9\ \text{cm}$ *hosszúságú percmutatója és* $6\ \text{cm}$ *hosszúságú óramutatója van. Írja le a válaszát az alábbi három kérdésre!*



Vprašanje / *Kérdés*	**Odgovor / *Válasz***
Kolikšno pot naredi konica minutnega kazalca v eni uri? *Mekkora utat tesz meg a percmutató hegye egy órában?*	
Kolikšno pot naredi konica urnega kazalca v eni uri? *Mekkora utat tesz meg az óramutató hegye egy órában?*	
Kolikšen kot (manjši od 180°) oklepata kazalca ob 13. uri 50 minut? Odgovor utemeljite. *Mekkora (*180° *-nál kisebb) szöget zár be a két mutató 13.50-kor? Válaszát indokolja meg!*	

(7 točk/pont)

4. Dani so vektorji $\vec{a}=(2,\ -1,\ 3)$, $\vec{b}=(-1,\ 2,\ 4)$ in $\vec{c}=\left(-1,\ \frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$.

Adott az $\vec{a}=(2,\ -1,\ 3)$, $\vec{b}=(-1,\ 2,\ 4)$ és $\vec{c}=\left(-1,\ \frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$ vektor.

Izračunajte vektorja $\vec{d}=\vec{a}-3\vec{b}$ in $\vec{e}=\vec{a}+2\vec{c}$.

Számítsa ki a $\vec{d}=\vec{a}-3\vec{b}$ és $\vec{e}=\vec{a}+2\vec{c}$ vektort!

Ali sta vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$ pravokotna?

Merőlegesek-e egymásra az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorok?

Ali sta vektorja $\vec{a}$ in $\vec{c}$ vzporedna?

Párhuzamosak-e egymással az $\vec{a}$ és $\vec{c}$ vektorok?

Ali tvorijo vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{c}$ bazo prostora?

A tér bázisát alkotják-e az $\vec{a}$, $\vec{b}$ és $\vec{c}$ vektorok?

Vse tri odgovore utemeljite.

Mindhárom válaszát indokolja meg!

(5 točk/pont)

M 2 2 1 4 0 1 1 2 M 1 8

5. Rešite enačbo $\sin^2 x - \sin x = \cos^2 x$.

Oldja meg a $\sin^2 x - \sin x = \cos^2 x$ *egyenletet!*

(7 točk/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!
V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

6. V geometrijskem zaporedju je tretji člen enak 40, šesti pa 320.

   A mértani sorozat harmadik tagja 40, a hatodik pedig 320.

   Ali je število 81900 člen danega zaporedja? Odgovor utemeljite.

   Tagja-e a megadott sorozatnak a 81900? Válaszát indokolja meg!

   Koliko začetnih členov tega zaporedja moramo sešteti, da dobimo vsoto 20470?

   Hány kezdő tagját kell ennek a sorozatnak összeadnunk, hogy 20470 legyen az összeg?

(8 točk/pont)

M 2 2 1 4 0 1 1 2 M 2 0

Rezervna stran / *Tartalék oldal*