Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 3 2 4 0 2 1 2 M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

Ponedeljek, 26. avgust 2013 / 90 minut
2013. augusztus 26., hétfő / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, zsebszámológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne.
A feladatlap 16 oldalas, ebből 3 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	**4.**

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 14 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 4 strukturált feladatot tartalmaz. Az első két feladat megoldása kötelező, a másik kettőből válasszon ki egyet, és azt oldja meg. Összesen 40 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

A táblázatban "x"-szel jelölje meg, hogy melyik feladatot értékeljék. Ha ezt nem teszi meg, a megoldott feladatok közül az elsőt értékelik.

3.	***4.***

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 14–16 oldal tartalék. Ide csak akkor írjon, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, hogy melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem veszik figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n+b^n=(a+b)\left(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-....+a^2b^{n-3}-ab^{n-2}+b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+....+a^2b^{n-3}+ab^{n-2}+b^{n-1}\right)$, *ha* $n\in\mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2=ca_1,\ b^2=cb_1,\ v_c^2=a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R=\dfrac{abc}{4S},\ r=\dfrac{S}{s},\ s=\dfrac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\dfrac{x}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{2}};\ \cos\dfrac{x}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{2}};\ \tan\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

$\tan(x+y)=\dfrac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$

Összegek szorzattá alakításának képletei:

$\sin x+\sin y=2\sin\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2},\ \sin x-\sin y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$

$\cos x+\cos y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2},\ \cos x-\cos y=-2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$

$\tan x\pm\tan y=\dfrac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé alakításának képletei:

$\sin x\sin y=-\dfrac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y=\dfrac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y=\dfrac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0,y_0)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0,p)=\left|\dfrac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1,y_1),\ B(x_2,y_2),\ C(x_3,y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S=\dfrac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2=a^2-b^2,\ \varepsilon=\dfrac{e}{a},\ a>b$

Hiperbola: $e^2=a^2+b^2,\ \varepsilon=\dfrac{e}{a},\ a$ *a hiperbola valós tengelye*

Parabola: $y^2=2px,\ G\left(\dfrac{p}{2},0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett függvény: $(g\circ f)(x)=g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integrál: $\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a}+C$

Prazna stran

Üres oldal

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

Naloga 1 je obvezna.
Az 1. feladatot kötelező megoldani.

1. V ravnini so dane točke $A(-2,1)$, $B(3,-2)$ in $C(2,3)$.

   Adottak az $A(-2,1)$, $B(3,-2)$ és $C(2,3)$ pontok a síkban.

   1.1. Koliko je točka C oddaljena od premice skozi točki A in B? Rezultat naj bo točen.
   Mekkora a C pont és az A és B pontokra illeszkedő egyenes távolsága? Az eredmény legyen pontos!

   (3 točke/pont)

   1.2. Izračunajte enačbo premice nosilke težiščnice na stranico AC trikotnika ABC in velikost kota pri oglišču A.
   Számítsa ki az ABC háromszög AC oldalához tartozó súlyvonalát tartalmazó egyenes egyenletét és az A pontnál levő szög méretét!

   (5 točk/pont)

   1.3. Izračunajte oglišče D tako, da bo štirikotnik $ABCD$ paralelogram.
   Számítsa ki a D csúcsot úgy, hogy $ABCD$ parallelogramma keletkezzen!

   (2 točki/pont)

   1.4. Na desetinko natančno izračunajte volumen vrtenine, ki nastane z vrtenjem paralelograma $ABCD$ okoli stranice AB.
   Számítsa ki az $ABCD$ parallelogramma AB oldala körüli elforgatásával keletkező forgástest térfogatát tizedes pontossággal!

   (4 točke/pont)

Naloga 2 je obvezna.
A 2. feladatot kötelező megoldani.

2. Imamo funkcijo $f(x) = a\sin x + 2,\ a \in \mathbb{R}$.

Adott az $f(x) = a\sin x + 2,\ a \in \mathbb{R}$ függvény.

2.1. Za katera števila a se graf funkcije f dotika osi x? Za katera števila a graf funkcije f seka os x?
Mely a számok esetén érinti az f függvény grafikonja az x tengelyt? Mely a számok esetén metszi az f függvény grafikonja az x tengelyt?

(2 točki/pont)

2.2. Določite število a, da bo tangenta na graf funkcije f v točki z absciso $\frac{\pi}{3}$ vzporedna premici $3x + 2y + 2 = 0$.

Határozza meg azt az a számot, amelyre a $\frac{\pi}{3}$ abszcisszájú pontban vett érintője az f függvénynek párhuzamos lesz a $3x + 2y + 2 = 0$ egyenessel!

(3 točke/pont)

2.3. Število $-\frac{\pi}{6}$ je ničla funkcije f. Izračunajte število a in zapišite vse ničle te funkcije.

Az f függvény zérushelye a $-\frac{\pi}{6}$ szám. Számítsa ki az a számot és a függvény összes zérushelyét!

(4 točke/pont)

2.4. Določite število $a > 0$, da bo ploščina lika med grafom funkcije f in abscisno osjo na intervalu $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ enaka $\frac{4\pi + 15}{6}$.

Határozza meg az $a > 0$ számot úgy, hogy az f függvény grafikonja és az abszcissza-tengely által határolt síkidom területe a $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ intervallumon egyenlő legyen a $\frac{4\pi + 15}{6}$ számmal!

(4 točke/pont)

Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.
A 3. feladat választható. A 3. és a 4. sorszámú feladatok közül választhat. A címlapon jelölje be választását!

3. Kvadrat s stranico 4 postavimo v drugi kvadrant koordinatnega sistema tako, da je eno oglišče v izhodišču koordinatnega sistema, še dve oglišči pa ležita na koordinatnih oseh.

   Egy 4 oldalhosszúságú négyzetet behelyezünk a koordináta-rendszer második síknegyedébe úgy, hogy az egyik csúcsa az origóban legyen, másik két csúcsa pedig illeszkedjen a koordináta-tengelyekre.

   3.1. Zapišite enačbo krožnice, očrtane danemu kvadratu.
   Írja fel az adott négyzet köré írt kör egyenletét!

   (3 točke/pont)

   3.2. Zapišite enačbo elipse, ki ima vodoravno os dvakrat daljšo od navpične in poteka skozi oglišča danega kvadrata. Zapišite gorišči te elipse.
   Írja fel annak az ellipszisnek az egyenletét, amelynek vízszintes tengelye kétszer olyan hosszú, mint a függőleges tengelye, és az adott négyzet csúcsaira illeszkedik! Írja fel az ellipszis mindkét fókuszpontját is!

   (4 točke/pont)

   3.3. Zapišite enačbo hiperbole, ki se dotika navpičnih stranic danega kvadrata, njeni asimptoti pa sta nosilki diagonal kvadrata.
   Írja fel az adott négyzet függőleges oldalait érintő hiperbola egyenletét, ha a hiperbola aszimptotái a négyzet átlóit tartalmazó egyenesek.

   (2 točki/pont)

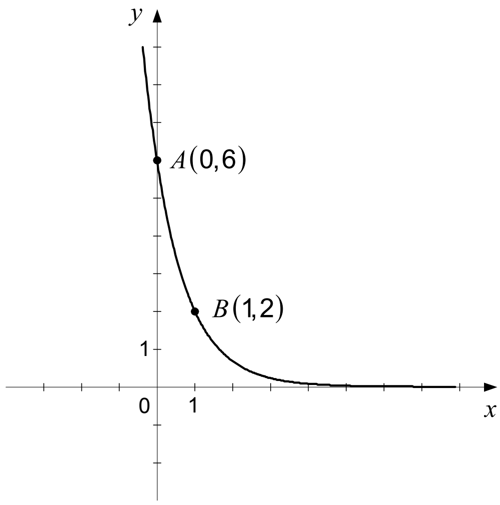
   3.4. Zapišite enačbo parabole, ki ima teme v presečišču diagonal kvadrata in poteka skozi oglišči kvadrata, ki ležita na osi y. Izračunajte kot, pod katerim parabola seka abscisno os.
   Írja fel annak a parabolának az egyenletét, amelynek tengelypontja az átlók metszéspontjával megegyező pont, és illeszkedik a négyzet y tengelyen fekvő két csúcsára! Számítsa ki a parabola és az abszcisszatengely által bezárt szöget!

   (4 točke/pont)

Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.
A 4. feladat választható. A 3. és a 4. sorszámú feladatok közül választhat. A címlapon jelölje be választását!

4. V spodnjem koordinatnem sistemu je narisan graf funkcije s predpisom $f(x) = 2 \cdot a^{1+bx}$.

Az alábbi koordináta-rendszerben az $f(x) = 2 \cdot a^{1+bx}$ egyenletű függvény grafikonját ábrázoltuk.



4.1. Izračunajte vrednosti parametrov a in b.
Számítsa ki az a és b paraméterek értékét!

(4 točke/pont)

4.2. Tabelirajte funkcijo $h: \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$, definirano s predpisom $h(n) = 2 \cdot 3^{1-n}$ od 1 do 4. Vrednosti zapišite v obliki ulomka.
Készítse el a $h: \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$ függvény értéktáblázatát 1-től 4-ig, amelyet a $h(n) = 2 \cdot 3^{1-n}$ hozzárendelési szabállyal adtunk meg! A függvényértékeket tört alakban adja meg!

n				
$h(n)$				

(1 točka/pont)

4.3. Pokažite, da tvorijo vrednosti $a_n = h(n) = 2 \cdot 3^{1-n}$ geometrijsko zaporedje, in izračunajte količnik danega geometrijskega zaporedja. Koliko členov v tem zaporedju je večjih od $2 \cdot 10^{-2013}$?
Mutassa meg, hogy az $a_n = h(n) = 2 \cdot 3^{1-n}$ értékek mértani sorozatot alkotnak, és számítsa ki a megadott mértani sorozat hányadosát! A sorozat hány tagja nagyobb $2 \cdot 10^{-2013}$-nál?

(4 točke/pont)

4.4. S popolno indukcijo dokažite, da je vsota prvih n členov danega geometrijskega zaporedja s splošnim členom $a_n = 2 \cdot 3^{1-n}$ enaka $S_n = 3 - 3^{1-n}$.
Bizonyítsa teljes indukcióval, hogy az $a_n = 2 \cdot 3^{1-n}$ általános tagú mértani sorozat első n tagjának összege $S_n = 3 - 3^{1-n}$-nel egyenlő!

(4 točke/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL