Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 0 7 1 4 0 2 1 2 M

SPOMLADANSKI ROK
TAVASZI IDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

Sobota, 2. junij 2007 / 90 minut
2007. június 2., szombat / 90 perc

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in brez možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.
A jelöt két értékelőlapot és két vázlatlapot is kap.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne in 2 prazni.
A feladatlap terjedelme 16 oldal, ebből 3 tartalék és 2 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli so 3 strukturirane naloge. Rešujte vse naloge. Naloge rešujte pod besedilom naloge in na naslednji strani. Strani 12, 13 in 14 so rezervne. Uporabite jih le, če Vam zmanjka prostora. Nedvoumno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. **Drugih konceptnih listov ocenjevalci ne bodo pregledovali.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 3 in 4 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Rešitev v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40.

Želimo Vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Semmit se hagyjon ki!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)!

Ez a feladatlap 3 strukturált feladatot tartalmaz. Mindegyiket oldja meg! A megoldást a szöveg alá és a következő oldalra írja! A 12., 13. és a 14. oldal tartalék. Csak abban az esetben írjon oda, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon!
Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át.

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! ***A rossz válaszait húzza át!*** *A függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ügyeljen arra, hogy munkája áttekinthető és olvasható legyen! A feladat megoldásának világosan és korrekten kell mutatnia az eredményhez vezető utat, a köztes számításokkal és következtetésekkel együtt.*

A 3. és 4. oldalon található azon képletek standard gyűjteménye, amelyeket nem kell fejből tudnia, de egy részük talán segítségére lehet a feladatok megoldásában.

A feladatlapra nem szabad ceruzával írni a megoldásokat! Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Figyelmesen olvassa el mindegyik feladatot, majd megfontoltan oldja meg őket! Bízzon önmagában és képességeiben!

Összesen 40 pont érhető el.

Eredményes munkát kívánunk!

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ldots.+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0,y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:
  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{a}+C$

Képletek

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ ....\ +a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\mathrm{tg}\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- *Addíciós tételek:*
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$
  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$
  $\mathrm{tg}(x+y)=\frac{\mathrm{tg}x+\mathrm{tg}y}{1-\mathrm{tg}x\ \mathrm{tg}y}$
- *Tényezőkre bontás:*
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\mathrm{tg}x\pm\mathrm{tg}y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\mathrm{ctg}x\pm\mathrm{ctg}y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$;
  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$;
  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- *A* $T_0\left(x_0,y_0\right)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenestől:*
  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- *Az* $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$ *csúcsú háromszög területe:*
  $S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$
- *Ellipszis:* $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- *Hiperbola:* $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, *az a valós féltengely*
- *Parabola:* $y^2=2px$, *fókuszpont* $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- *Integrálok:*
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\,\mathrm{arctg}\,\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\mathrm{arc\,sin}\ \frac{x}{a}+C$

OBRNITE STRAN
LAPOZZON

01. Krožnica K poteka skozi točki $A(-4,0)$ in $B(2,0)$, njeno središče pa leži na premici $y=-4x$.

A K kör az $A(-4,0)$ és a $B(2,0)$ pontokon halad át, középpontja pedig az $y=-4x$ egyenesen fekszik.

a) Zapišite središče, polmer in enačbo krožnice K. Pomagajte si s skico.
Írja fel a K kör középpontját, sugárát és eyenletét! Segítsen az ábra!

(4 točke/pont)

b) Poiščite vse točke $C(x,y)$ na krožnici K, za katere je ploščina trikotnika ABC enaka 3.
Határozza meg mindazokat a K körön levő $C(x,y)$ pontokat, amelyekre az ABC háromszög területe 3 lesz!

(4 točke/pont)

c) Krožnici K naj bo včrtan trapez $ABEF$ z osnovnico AB. Oglišče E naj leži v prvem kvadrantu na premici $y=x$. Zapišite oglišči E in F ter izračunajte ploščino trapeza $ABEF$.
A K körbe az AB alapélű $ABEF$ trapéz legyen beírva. Az E csúcsa az első negyedben legyen az $y=x$ egyenesen. Írja fel az E és az F csúcsakat, és számítsa ki az $ABEF$ trapéz területét!

(5 točk/pont)

d) Med vsemi trikotniki, ki so včrtani krožnici K in imajo eno stranico AB, izberite trikotnik z največjo ploščino. Zapišite njegovo oglišče C'.
Az összes olyan háromszög közül, amelyek be vannak írva a K körbe, és az egyik oldaluk az AB oldal, válassza ki azt, amelynek a területe a legnagyobb lesz! Írja fel ezen háromszög C' csúcsát!

(2 točki/pont)

02. Rešite naslednje tri naloge iz aritmetičnih zaporedij.

Oldja meg a számtani sorozatok következő három feladatát!

a) Izračunajte x in y, če so 9, x, y in 1 zaporedni členi aritmetičnega zaporedja.
Számítsa ki az x-t és az y-t, ha a 9, x, y és az 1-es számok a számtani sorozat egymást követő tagjai!

(3 točke/pont)

b) Izračunajte n, če velja $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \cdots + \log 3^{99} = \log 3^n$.
Számítsa ki az n-t, ha $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \cdots + \log 3^{99} = \log 3^n$!

(4 točke/pont)

c) Vsota prvih petih členov nekega aritmetičnega zaporedja je 25. Med takimi zaporedji izberite tistega, ki ima vsoto kvadratov prvih treh členov najmanjšo, in zapišite njegovih prvih pet členov.
Egy bizinyos számtani sorozat első öt tagjának az összege 25. Az ilyen sorozatok közül válassza ki azt, amelyben az első három tag négyzetének az összege a legkisebb lesz, és írja fel ezen sorozat első öt tagját!

(6 točk/pont)

03. Dana je funkcija $f(x)=\cos x$.

Adott az $f(x)=\cos x$ *függvény.*

a) Izračunajte ničle funkcije $f_1(x)=f(2x)+1$.
Számítsa ki az $f_1(x)=f(2x)+1$ *függvény zérushelyeit!*

(2 točki/pont)

b) Za katera števila $x\in\mathbb{R}$ funkcija $f_2(x)=\dfrac{1}{4\left(f(x)\right)^2-1}$ ni definirana?

Melyik $x\in\mathbb{R}$ számokra nincs értelmezve az $f_2(x)=\dfrac{1}{4\left(f(x)\right)^2-1}$ függvény?

(3 točke/pont)

c) Izberite števili $a>0$ in b tako, da bo interval $[-4,2]$ zaloga vrednosti funkcije $f_3(x)=af(x)+b$.
Határozza meg az $a>0$ *és a* b *számokat úgy, hogy a* $[-4,2]$ *intervallum az* $f_3(x)=af(x)+b$ *függvény értékkészlete lesz!*

(2 točki/pont)

d) Rešite enačbo $2\left(f(x)\right)^2+f\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=2f(2x)$.
Oldja meg az $2\left(f(x)\right)^2+f\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=2f(2x)$ *egyenletet!*

(5 točk/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL