Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 3 1 4 0 2 1 2 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

Sobota, 8. junij 2013 / 90 minut
2013. június 8., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, zsebszámológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne.
A feladatlap 16 oldalas, ebből 3 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	**4.**

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 14 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 4 strukturált feladatot tartalmaz. Az első két feladat megoldása kötelező, a másik kettőből válasszon ki egyet, és azt oldja meg.Összesen 40 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

A táblázatban "x"-szel jelölje meg, hogy melyik feladatot értékeljék. Ha ezt nem teszi meg, a megoldott feladatok közül az elsőt értékelik.

3.	***4.***

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 14–16 oldal tartalék. Ide csak akkor írjon, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, hogy melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem veszik figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}},\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}},\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1,y_1),\ B(x_2,y_2),\ C(x_3,y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1) - (x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a$ je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g\circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integral: $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \dfrac{abc}{4S},\ r = \dfrac{S}{s},\ s = \dfrac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\dfrac{x}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{2}};\ \cos\dfrac{x}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{2}};\ \tan\dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \dfrac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Összegek szorzattá alakításának képletei:

$\sin x + \sin y = 2\sin\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \dfrac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé alakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\dfrac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \dfrac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \dfrac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\dfrac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$

Az $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \dfrac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \dfrac{e}{a},\ a$ *a hiperbola valós tengelye*

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\dfrac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integrál: $\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

Prazna stran

Üres oldal

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

Naloga 1 je obvezna.
Az 1. feladat kötelező.

1. Nalogo rešite brez uporabe računala.

   Dana je funkcija $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-1}$.

   A feladatot számológép használata nélkül oldja meg!

   Adott az $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-1}$ függvény.

   1.1. Zapišite definicijsko območje in narišite graf funkcije f.
   Adja meg az értelmezési tartományt, és ábrázolja az f függvény grafikonját!

   (4 točke/pont)

   1.2. Izračunajte tangens kota med grafom funkcije f in premico $y=x$ v presečišču s pozitivno absciso.
   Számítsa ki azon szög méretének tangensét, amely az f függvény grafikonja és az $y=x$ egyenes pozitív abszcisszájú metszéspontjában keletkezik!

   (4 točke/pont)

   1.3. Natančno izračunajte ploščino lika, ki ga oklepajo graf funkcije f ter premice $x=1$, $x=5$, $y=0$ in $y=x$.
   Pontosan számítsa ki annak a síkidomnak a területét, amelyet az f függvény grafikonja, valamint az $x=1$, $x=5$, $y=0$ és $y=x$ egyenesek határolnak!

   (4 točke/pont)

   1.4. Poiščite tiste točke na grafu funkcije f, ki so od vodoravne asimptote te funkcije oddaljene za $\dfrac{9}{40}$.
   Határozza meg azokat az f függvény grafikonjára illeszkedő pontokat, amelyek a függvény vízszintes aszimptotájától $\dfrac{9}{40}$ távolságra helyezkednek el!

   (4 točke/pont)

Naloga 2 je obvezna.
A 2. feladat kötelező.

2. Dan je pokončni krožni stožec s polmerom osnovne ploskve 3 cm in višino 4 cm.

   Adott egy egyenes körkúp a következő adatokkal: az alaplapjának sugara 3 cm*, a kúp magassága* 4 cm*.*

   2.1. Izračunajte točno vrednost površine stožca.
   Számítsa ki a kúp pontos felszínét!

   (3 točke/pont)

   2.2. Danemu stožcu včrtamo pravilno štiristrano piramido (osnovna ploskev piramide je včrtana osnovni ploskvi stožca). Izračunajte prostornino te piramide.
   A megadott kúpba egy szabályos négyszög alapú gúlát írunk (a gúla alaplapját a kúp alaplapjába írjuk). Számítsa ki a gúla térfogatát!

   (3 točke/pont)

   2.3. Danemu stožcu očrtamo kroglo. Izračunajte njen polmer.
   A megadott kúp köré gömböt írunk. Számítsa ki a gömb sugarát!

   (3 točke/pont)

   2.4. Dani stožec prerežemo z dvema med seboj pravokotnima ravninama, ki potekata skozi os stožca, tako da ga razdelita na štiri enake dele. Izračunajte površino enega dela. Rezultat naj bo točen. (Os stožca je premica, ki poteka skozi njegov vrh in središče osnovne ploskve.)
   A megadott kúpot elmetsszük két, egymásra merőleges, a kúp tengelyére illeszkedő síkkal úgy, hogy négy egyenlő részt kapunk. Számítsa ki a keletkezett részek közül az egyik felszínét! A megoldást pontosan adja meg! (A kúp tengelye illeszkedik a kúp csúcsára és az alaplap középpontjára.)

   (3 točke/pont)

Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.
A 3. feladat választható. A 3. és a 4. feladat közül választhat. Választását jelölje meg a feladatlap első oldalán!

3. Rešite naslednje naloge iz deljivosti:
   Oldja meg a következő, oszthatósággal kapcsolatos feladatokat!

   3.1. Z računom preverite, ali je polinom $2x^3 - x - 14$ deljiv z $x - 2$. Zapišite odgovor.
   Számítással ellenőrizze, hogy a $2x^3 - x - 14$ polinom osztható-e az $x - 2$ polinommal! Írjon választ.

   (3 točke/pont)

   3.2. Dokažite, da je vsota štirih potenc števila 5, katerih eksponenti so zaporedna naravna števila, deljiva s 26.
   Bizonyítsa be, hogy az 5 szám négy hatványának összege osztható 26-tal, ha a hatványkitevők egymást követő természetes számok!

   (3 točke/pont)

   3.3. S popolno indukcijo dokažite, da $3 \mid (n^3 + 5n)$ za vsako naravno število n.
   Teljes indukcióval bizonyítsa, hogy $3 \mid (n^3 + 5n)$ minden n természetes szám esetén!

   (6 točk/pont)

Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.
A 4. feladat választható. A 3. és a 4. feladat közül választhat. Választását jelölje meg a feladatlap első oldalán!

4. Rešite te naloge iz zaporedij:

   Oldja meg a következő, sorozatokkal kapcsolatos feladatokat:

   4.1. Stranice pravokotnega trikotnika oblikujejo aritmetično zaporedje z diferenco 3. Izračunajte stranice tega trikotnika.
   Egy derékszögű háromszög oldalai 3 *differenciájú mértani sorozatot alkotnak. Számítsa ki a háromszög oldalait!*

   (2 točki/pont)

   4.2. Dokažite, da ima enačba $ax^2+2bx+c=0$ realne rešitve, če so realna števila a, b, c zaporedni členi aritmetičnega zaporedja.
   Bizonyítsa, hogy az $ax^2+2bx+c=0$ *egyenletnek van valós megoldása, ha az* a, b, c *valós számok egy számtani sorozat egymást követő tagjai!*

   (3 točke/pont)

   4.3. Koliko rešitev ima enačba $ax^2+2bx+c=0$, če so realna števila a, b, c zaporedni členi geometrijskega zaporedja?
   Hány megoldása van az $ax^2+2bx+c=0$ *egyenletnek, ha az* a, b, c *valós számok egy mértani sorozat egymást követő tagjai?*

   (3 točke/pont)

   4.4. V zaporedju štirih realnih števil prva tri oblikujejo geometrijsko zaporedje, zadnja tri pa aritmetično zaporedje. Vsota prvega in zadnjega števila je 14, vsota srednjih dveh pa 12. Izračunajte ta štiri števila.
   Egy négytagú valós számsorozat első három tagja egy mértani, utolsó három tagja egy számtani sorozatot alkot. Az első és az utolsó szám összege 14*, a középső két szám összege pedig* 12*. Számítsa ki ezt a négy számot!*

   (4 točke/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL