Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 4 1 4 0 2 1 2 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

Sobota, 7. junij 2014 / 90 minut
2014. június 7., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, zsebszámológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 1 prazno in 7 rezervnih.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 1 üres és 7 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	**4.**

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 14 do 20 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 4 strukturált feladatot tartalmaz. Az első két feladat megoldása kötelező, a másik kettőből válasszon ki egyet, és azt oldja meg.Összesen 40 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

A táblázatban "x"-szel jelölje meg, hogy melyik feladatot értékeljék. Ha ezt nem teszi meg, a megoldott feladatok közül az elsőt értékelik.

3.	***4.***

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 14–20 oldal tartalék. Ide csak akkor írjon, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, hogy melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem veszik figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1-\tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g\circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integral: $\int\frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\text{arc}\tan\frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Összegek szorzattá történő alakításának képletei:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé történő alakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a}$, a *a hiperbola valós tengelye*

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

Prazna stran

Üres oldal

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

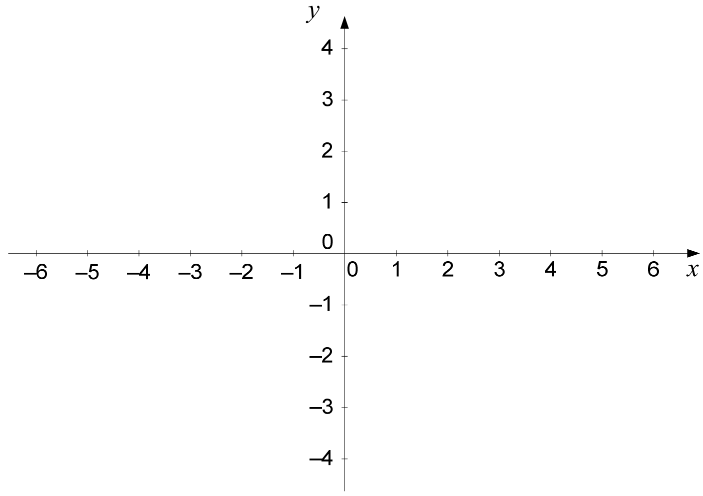
Naloga 1 je obvezna.
Az 1. feladat kötelező.

1. Dana je kvadratna funkcija s predpisom $f(x) = -\frac{x^2}{4} + x$.

Adott az $f(x) = -\frac{x^2}{4} + x$ *hozzárendelési szabályú másodfokú függvény.*

1.1. V koordinatni sistem narišite graf funkcije f. Dokažite, da sta tangenti na graf funkcije f v presečiščih z osjo x med seboj pravokotni.

Ábrázolja az f *függvény grafikonját a koordináta-rendszerben! Bizonyítsa, hogy az* f *függvény azon érintői, amelyeket az* x *tengely és az* f *függvény metszéspontjaiban állíthatunk, merőlegesek egymásra.*



(4 točke/pont)

1.2. Krivulja z enačbo $y^2 = f(x)$ je elipsa. Zapišite njeno enačbo v obliki $\frac{(x-p)^2}{a^2} + \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$. Zapišite njena temena in gorišči. Izračunajte prostornino telesa, ki ga dobimo tako, da to elipso zavrtimo za $360°$ okrog osi x.

Az $y^2 = f(x)$ *egyenletű görbe egy ellipszis. Írja fel az egyenletét* $\frac{(x-p)^2}{a^2} + \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$ *alakban! Írja fel a csúcspontjait és a fókuszpontjait! Számítsa ki annak a testnek a térfogatát, amelyet az ellipszis* x *tengely körüli* $360°$*- os elforgatásával kapunk!*

(8 točk/pont)

1.3. Krivulja z enačbo $y^2 = -f(x)$ je hiperbola. Zapišite njeno enačbo v obliki $\frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$ in izračunajte enačbi njenih asimptot.

A $y^2 = -f(x)$ *egyenletű görbe egy hiperbola. Írja fel az egyenletét* $\frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$ *alakban, és számítsa ki az aszimptotái egyenletét!*

(3 točke/pont)

Naloga 2 je obvezna.
A 2. feladat kötelező.

2. Dana je funkcija s predpisom $f(x)=\dfrac{2\sin x+\tan x}{\cos x}$.

Adott az $f(x)=\dfrac{2\sin x+\tan x}{\cos x}$ *hozzárendelési szabályú függvény.*

2.1. Določite definicijsko območje funkcije f in izračunajte njene ničle.

Számítsa ki az f függvény értelmezési tartományát, és számítsa ki a zérushelyeit!

(5 točk/pont)

2.2. Dokažite, da je funkcija f liha.

Bizonyítsa, hogy az f függvény páratlan függvény!

(2 točki/pont)

2.3. Ali funkcija narašča ali pada v točki z absciso $x_0=\dfrac{2\pi}{3}$? Odgovor utemeljite.

Növekvő vagy csökkenő a függvény az $x_0=\dfrac{2\pi}{3}$ abszcisszájú pontban? Válaszát indokolja meg!

(3 točke/pont)

2.4. Izračunajte $\int f(x)\,\mathrm{d}x$.

Számítsa ki: $\int f(x)\,\mathrm{d}x$!

(4 točke/pont)

Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.
A 3. feladat választható. A 3. és a 4. feladat közül választhat. Választását jelölje meg a feladatlap első oldalán!

3. Množica $A_n = \{2,\ 5,\ 8,\ 11,\ \cdots,\ 3n-1\} = \{3k-1;\ 1 \le k \le n\}$ ima n elementov.

Az $A_n = \{2,\ 5,\ 8,\ 11,\ \cdots,\ 3n-1\} = \{3k-1;\ 1 \le k \le n\}$ *halmaznak* n *eleme van.*

3.1. Naj bo $n = 6$. Koliko je vseh preslikav iz množice A_6 v množico A_6? Koliko je med njimi bijektivnih preslikav?

Legyen az $n = 6$. *Hány leképezés létezik az* A_6 *halmazból az* A_6 *halmazba? Hány bijektív leképezés van ezek között?*

(2 točki/pont)

3.2. Za kateri n ima množica A_n 128 podmnožic?

Melyik n *esetén van az* A_n *halmaznak 128 részhalmaza?*

(2 točki/pont)

3.3. Za kateri n ima množica A_n petkrat več podmnožic s tremi elementi kakor podmnožic z dvema elementoma?

Melyik n *esetén van az* A_n *halmaznak ötször több háromelemű részhalmaza, mint amennyi kételemű részhalmaza van?*

(3 točke/pont)

3.4. Dokažite z matematično (popolno) indukcijo, da je vsota vseh elementov množice A_n enaka $\dfrac{n(3n+1)}{2}$.

Bizonyítsa teljes indukcióval, hogy az A_n *halmaz összes elemének összege* $\dfrac{n(3n+1)}{2}$.

(4 točke/pont)

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.
A 4. feladat választható. A 3. és a 4. feladat közül választhat. Választását jelölje meg a feladatlap első oldalán!

4. Števili z in w sta kompleksni števili.

A z és w számok komplex számok.

4.1. Naj bo $z = 3 + 2\mathrm{i}$ in $w = \frac{z+3}{z-3}$. Izračunajte $\mathrm{Re}\,w$ in $\mathrm{Im}\,w$.

Legyen $z = 3 + 2\mathrm{i}$ és $w = \frac{z+3}{z-3}$. Számítsa ki a $\mathrm{Re}\,w$ - t és az $\mathrm{Im}\,w$ -t!

(3 točke/pont)

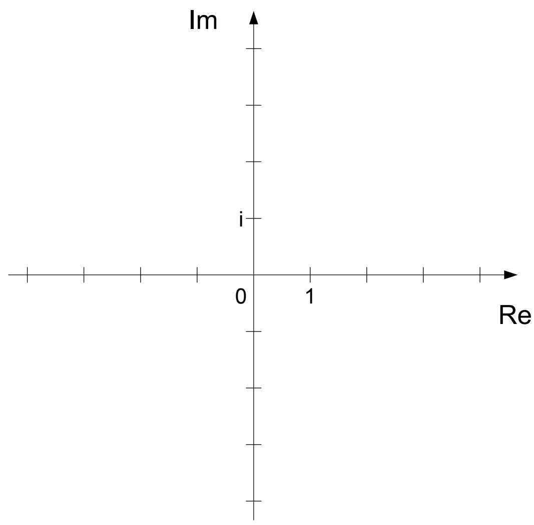
4.2. Naj bo $z = 3 + y\mathrm{i}$. Izračunajte, za katera realna števila y je $\left|\frac{z+3}{z-3}\right| = \sqrt{5}$.

Legyen $z = 3 + y\mathrm{i}$. Számítsa ki, mely valós y esetén áll fenn a $\left|\frac{z+3}{z-3}\right| = \sqrt{5}$ összefüggés!

(3 točke/pont)

4.3. V kompleksni ravnini narišite množico vseh kompleksnih števil $z = x + y\mathrm{i}$, za katera je $w = \frac{z+3}{z-3}$ čisto imaginarno število.

Ábrázolja a komplex síkban mindazokat a $z = x + y\mathrm{i}$ komplex számokat, amelyekre a $w = \frac{z+3}{z-3}$ tiszta képzetes (imaginárius) szám!



(5 točk/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL

M 1 4 1 4 0 2 1 2 M 2 0

REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL