Általános érettségi tantárgyi vizsgakatalógus

Matematika

■ SPLOŠNA MATURA

A tantárgyi vizsgakatalógus a 2007. évi tavaszi vizsgaidőszaktól érvényes az új megjelenéséig.

A katalógus érvényességéről az adott évben az az évi Általános érettségi vizsgakatalógus rendelkezik.

Ljubljana 2005

ric

Državni izpitni center

TARTALOMJEGYZÉK

1. Bevezető ... 4

2. A vizsga céljai ... 5

3. A vizsga szerkezete és értékelése ... 6

   3.1 A vizsga szerkezete ... 6

   3.2 Feladattípusok és értékelés ... 7

4. A vizsga tartalma ... 8

   4.1 Halmazok és függvények ... 8

   4.2 Számhalmazok ... 9

   4.3 Geometria ... 12

   4.4 Műveletek vektorokkal ... 15

   4.5 Algebrai függvények és egyenletek ... 17

   4.6 Transzcendens függvények és egyenletek ... 20

   4.7 Sorozatok és sorok ... 23

   4.8 Kombinatorika ... 23

   4.9 Valószínűségszámítás és statisztika ... 24

   4.10 Differenciálszámítás és integrálszámítás ... 25

5. Vizsgakérdések példái ... 27

6. A szóbeli vizsga kérdései ... 30

7. Matematikai jelek ... 44

8. A feladatlaphoz mellékelt képletek ... 48

9. A különleges bánásmódot igénylő jelöltek ... 50

10. Irodalom ... 51

1. BEVEZETŐ

A matematika általános érettségi tantárgyi vizsgakatalógusa (a továbbiakban katalógus) Az érettségi vizsgáról szóló törvény és a megfelelő jogszabályok értelmében leírja a tantárgyból teendő vizsgát. A katalógusok kidolgozásához szükséges útmutatókat a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa határozta meg.

A katalógus:

1. tartalmazza a vizsga céljait;
2. leírja az írásbeli és a szóbeli vizsga szerkezetét és értékelését mindkét szinten; alapszint – ASz, emelt szint – ESz;
3. részletesen bemutatja mindkét szint (alapszint – ASz, emelt szint – Esz) tananyagát, amely az írásbeli vizsga alapja;
4. feltünteti a szóbeli vizsga kérdéseit;
5. feltünteti az engedélyezett segédeszközöket, a kötelező eszközöket, valamint a használatos matematikai terminológiát.

A katalógus gerince a vizsgatartalmakról szóló rész, mely nem követi a tankönyvek elrendezését, hanem minden fejezet egy témakör a középiskolai matematikából (pl. számhalmazok, algebrai függvények …). Ilyen átfogó tudással kell rendelkeznie a jelöltnek, hogy eredményes legyen az általános érettségin.

A vizsgatartalmakról szóló fejezet tartalmazza:

baloldalt azokat a szavakat, amelyek a tanterv által előírt tananyagot határozzák meg – ezek főleg axiómák, definíciók és tételek (az utóbbinál nem követelünk bizonyítást, ha ez külön nincs jelölve). Feltüntetjük az órákon átdolgozandó minimális tananyagmennyiséget is;

jobboldalt a vizsga céljait soroljuk fel.

Az Általános Érettségi Országos Matematikai Bizottságának (ÁÉ OMTB) tagjai

2. A VIZSGA CÉLJAI

A VIZSGA FELMÉRI, HOGY A JELÖLT KÉPES-E:

matematikai szövegek olvasására, és azok helyes értelmezésére;

pontosan bemutatni a matematikai tartalmakat írásban, táblázatok, grafikonok vagy diagramok formájában;

számítani számokkal, értelmezni és felírni az eredményt meghatározott pontossággal, és megítélni annak érvényességét;

számításnál alkalmazni a megfelelő módszert;

alkalmazni a számológépet;

alkalmazni szerkesztésnél az alapvető eszközöket (vonalzó, háromszögvonalzó és körző);

értelmezni, átalakítani és helyesen alkalmazni szavakkal vagy szimbólumokkal bemutatott matematikai állításokat;

felismerni és alkalmazni a kölcsönös viszonyokat a sík- és a térgeometriai idomok között;

logikusan következtetni az adott matematikai adatokból;

felismerni a sémákat és a struktúrákat különböző helyzetekben;

elemezni a problémát, és kiválasztani a megoldás megfelelő módját;

meglátni és alkalmazni a különböző matematikai területek kölcsönösségét;

alkalmazni a különböző matematikai készségek és technikák kombinációját a problémák megoldásában;

logikusan és érthetően bemutatni a matematikai dolgozatot megfelelő szimbolika és terminológia alkalmazásával;

alkalmazni matematikatudását mindennapi helyzetekben;

a matematikát kommunikációs eszközként alkalmazni, ügyelve a pontos kifejezésre.

3. A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE

3.1 A VIZSGA SZERKEZETE

■ ALAPSZINT (ASz)

Írásbeli vizsga

Feladatlap	Megoldási idő	Összosztályzat része	Értékelés	Segédeszközők
ASz 1	120 perc	80 %	külső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetősége nélküli zsebszámológép, körző és két háromszög, lehet vonalzó is
Szóbeli vizsga				
3 rövid kérdés	20 percig /15 percnyi felkészülés/	20 %	belső	zsebszámológép geometriai eszközök

■ EMELT SZINT (ESz)

Írásbeli vizsga

Feladatlap	Megoldási idő	Összosztályzat része	Értékelés	Segédeszközők
ESz 1	90 perc	53,33 %	külső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetősége nélküli zsebszámológép, körző és két háromszög, lehet vonalzó is
ESz 2	90 perc	26,67 %	külső	
Szóbeli vizsga				
3 rövid kérdés /egy vagy két ⇨ jellel jelölt kérdés /	20 percig /15 percnyi felkészülés/	20 %	belső	zsebszámológé, geometriai eszközök

A jelöltek csak standard zsebszámológépeket használhatnak. Tilos olyan számológépek használata, amelyek lehetővé teszik függvénygrafikonok rajzolását, a szimbólumos számítást, az egyenletszámítást vagy a drótnélküli kommunikációt. A szerkesztési feladatoknál kötelező a geometriai eszközök használata. **A megoldás világosan és pontosan mutassa be az eredményhez vezető utat, a részszámításokkal és következtetésekkel együtt.**

Az írásbeli vizsga anyagát (az ASz 1, ESz 1 és ESz 2 feladatlapok) az ÁÉ OMTB tagjai állítják össze, és a jelöltek Szlovénia szerte egy időben oldják meg. A szóbeli vizsgához az ÁÉ OMTB a katalógusban szereplő kérdésekből három-három kérdést tartalmazó lapokat készít. Az ÁÉ OMTB kiegészítheti a lapokon levő kérdéseket konkrét példákkal is. Az alapszinthez (ASz) készült lapok csak olyan kérdéseket tartalmaznak, amelyeket nem jelöli ⇨ jel, az emelt szinthez (ESz) készült kérdések pedig egy vagy két ⇨ jellel jelölt kérdést tartalmaznak.

3.2 FELADATTÍPUSOK ÉS ÉRTÉKELÉS

Feladatlap	Feladattípus	Értékelés
ASz 1	12 rövidebb feladat	Mindegyik feladat 5–8 ponttal pontozható.
ESz 1	12 rövidebb feladat	Mindegyik feladat 5–8 ponttal pontozható.
ESz 2	3 nehezebb feladat (rövidebb összefüggő vagy nem összefüggő részekből álló)	Mindegyik feladat 10–20 ponttal pontozható.
Szóbeli vizsga	3 kérdés a katalógus kérdéshalmazából	Mindegyik kérdés 4 ponttal van értékelve.

4. A VIZSGA TARTALMA

A ⇨ jel az emelt szint (Esz) tartalmait és fogalmait jelzi.

4.1 HALMAZOK ÉS FÜGGVÉNYEK

1.1 Halmazok

■ TARTALOM, FOGALMAK

Halmazok egyenlősége

A halmaz ereje

Részhalmaz

Üres és alaphalmaz

Műveletek halmazokkal: egyesítés, metszet, komplementum, különbség

Rendezett elempár

Descartes-féle szorzat

⇨ Hatványhalmaz

■ CÉLOK

Alapszinten:

- a halmazmegadás különböző módjainak alkalmazása
- halmazműveletek végzése
- két adott nem üres halmaz Descartes-féle szorzatának meghatározása és ábrázolása

Emelt szinten még:

- adott véges halmaz hatványhalmazának és annak erejének meghatározása

1.2 Függvények

■ TARTALOM, FOGALMAK

A derékszögű koordináta-rendszer a síkban – síknegyedek, két pont távolsága

Függvény (leképezés, transzformáció) $f : A \to B$

A függvény értelmezési tartománya és értékkészlete

Az injektív, szurjektív és bijektív függvény

A valós-valós függvény

Műveletek függvényekkel

A valós függvény tulajdonságai:
- növekedés, fogyás (csökkenés),
- korlátosság, korlátlanság,
- párosság, páratlanság,
- periodikusság,
- zérushely (gyök),
- előjel,
- az y -tengellyel való metszéspont,
- vízszintes és függőleges aszimptota,
- a függvény extrémuma

Függvénygrafikon

■ CÉLOK

Alapszinten:

- a szakasz felezőpontjának meghatározása, két pont távolságának, a háromszög területének és orientálódásának kiszámítása,
- egyszerű ponthalmazok szemléltetése a koordináta-rendszerben
- a függvény értelmezési tartományának és értékkészletének meghatározása
- az adott grafikonból a függvény tulajdonságainak leolvasása
- a függvény tulajdonságainak megállapítása és grafikon rajzolása
- ha ismert az f függvény grafikonja, a következő függvények grafikonjainak lerajzolása:

  $x \mapsto |f(x)|$,

  $x \mapsto f(x-c)$,

  $x \mapsto af(x)+b$,

  ahol az a, b és c állandók
- az egyszerűbb elemi függvény

A sík transzformációi:
- párhuzamos eltolás,
- az abszcisszatengelyre, az ordinátatengelyre vagy az origóra vonatkozó tükrözés,
- az abszcisszatengely, illetve az ordinátatengely irányában történő nyújtás

A függvénygrafikonok ábrázolásának alapjai

Összetett függvény

Inverz függvény

grafikonjából a függvény egyenletének meghatározása

Emelt szinten még:
- két függvényből összetett függvény alkotása
- ha ismert az f függvény grafikonja, a következő függvények grafikonjainak ábrázolása:
  $x \mapsto f(kx)$,
  $x \mapsto f(|x|)$,
  $x \mapsto f(kx+b)$,
  ahol k és b állandók
- egyszerűbb összetett függvények grafikonjainak ábrázolása
- az inverz függvény megkeresése grafikus és, ha lehetséges, analitikus módszerrel

4.2 SZÁMHALMAZOK

2.1 Természetes számok

■ TARTALOM, FOGALMAK

A természetes szám fogalma

Az alapműveletek tulajdonságai

Rendezettség és oszthatóság az $\mathbb{N}$-ben

Prímszámok és összetett számok

Az oszthatóság kritériumai

Többszörös, hatvány

A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös

A maradékos osztás alaptétele

Természetes számok a számegyenesen

⇨ Teljes indukció

⇨ Euklideszi algoritmus

■ CÉLOK

Alapszinten:
- műveletek végzése természetes számokkal
- annak megállapítása, hogy: osztható-e az adott szám $2,3,4,5,6,9,10$ vagy 25-tel
- az adott számok legnagyobb közös osztójának és legkisebb közös többszörösének kiszámítása
- a következő tétel alkalmazása: $D(a,b) \cdot v(a,b) = a \cdot b$
- az adott szám felírása prímtényezők szorzataként

Emelt szinten még:
- az euklideszi algoritmus alkalmazása a legnagyobb közös osztó keresésében
- az egyszerűbb matematikai állítások bizonyítása teljes indukcióval

2.2 Egész számok

■ TARTALOM, FOGALMAK

Az egész számok a számegyenesen

Műveletek tulajdonságai a $\mathbb{Z}$-ben

Oszthatóság a $\mathbb{Z}$-ben

Rendezettség a $\mathbb{Z}$-ben (egyenlőtlenségek)

Algebrai kifejezések

■ CÉLOK

Alapszinten:

- műveletek végzése egész számokkal
- közös tényező kiemelése
- műveletek végzése kifejezésekkel:
  - az összeg és a különbség négyzete
  - az összeg és a különbség köbe
  - négyzetek különbsége
  - $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$ és $a^3 + b^3$
  - Vièta tételének alkalmazása másodfokú kifejezések szorzattá alakításában
- többtagú algebrai kifejezés tényezőkre való bontása

Emelt szinten még:

- tényezőkre való bontás: $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ $(n \in \mathbb{N})$

2.3 Racionális számok

■ TARTALOM, FOGALMAK

Törtek

Törtek egyenlősége

Arányok

Racionális számok

Műveletek tulajdonságai $\mathbb{Q}$-ban

A $\mathbb{Q}$-halmaz rendezettsége

Tizedes törtek

Racionális szám felírása tizedes törttel

A racionális számok a számegyenesen

Egész kitevőjű hatványok

A 10 hatványai (mikro, mega …)

■ CÉLOK

- műveletek végzése törtekkel:
  - a legkisebb közös nevező meghatározása
  - összeadás és kivonás
  - egyszerűsítés és bővítés
  - szorzás és osztás
- annak megállapítása, hogy: felírható-e a tört tizedes törtként
- a véges vagy végtelen periodikus tizedes törtek felírása redukált tört alakban és fordítva
- az egész kitevőjű hatványokra vonatkozó azonosságok alkalmazása
- az adott racionális szám ábrázolása ponttal a számegyenesen
- olyan szakasz szerkesztése, amelynek a hossza adott pozitív racionális szám

2.4 Valós számok

■ TARTALOM, FOGALMAK

Számegyenes (a valós tengely)

Irracionális számok

Irracionális szám felírása tizedes tört alakban

Kerekítés

Műveletek tulajdonságai az $\mathbb{R}$-ben

Rendezettség az $\mathbb{R}$-ben (egyenlőtlenségek és a velük való műveletek)

A gyök fogalma és a gyökvonás azonosságai

Racionális kitevőjű hatvány

Az abszolút érték és tulajdonságai, az abszolút érték geometriai jelentése

Intervallumok a számegyenesen

Százalékok

A közelítő értékekkel való műveletek

⇨ A közelítő érték abszolút és relatív hibája

■ CÉLOK

Alapszinten:

- műveletek végzése tizedes törtekkel és exponenciális alakú számokkal
- számítás előírt pontossággal
- gyökökkel való műveletek végzése
- azon kifejezések átalakítása, amelyek gyököket tartalmaznak:
  - részleges gyökvonás
  - nevezők gyöktelenítése
- egyszerűbb gyökértékes egyenletek megoldása
- számítás a számok abszolút értékeivel
- százalékszámítás, a százalékos és a kamatos számítás alkalmazása
- egyszerűbb abszolút értékes kifejezéseket tartalmazó egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása

Emelt szinten még:

- $\sqrt{n}$ $(n \in \mathbb{N})$ hosszúságú szakasz szerkesztése a derékszögű háromszögben érvényes tételek alkalmazásával
- a közelítő érték abszolút és relatív hibájának kiszámítása és megbecsülése

2.5 Komplex számok

■ TARTALOM, FOGALMAK

A komplex számok definíciója

Műveletek tulajdonságai a $\mathbb{C}$-ben

A komplex szám abszolút értéke és a konjugálás tulajdonságai

A komplex szám konjugáltja és a konjugálás tulajdonságai

A komplex szám geometriai ábrázolása a komplex síkban

■ CÉLOK

Alapszinten:

- műveletek végzése komplex számokkal
- komplex szám abszolút értékének és konjugáltjának kiszámítása
- komplex számok ábrázolása a komplex síkban
- egyszerű egyenletek megoldása a $\mathbb{C}$-ben

Emelt szinten még:

- azon ponthalmaz meghatározása a komplex síkban, amely megfelel az adott feltételeknek

4.3 GEOMETRIA

3.1 A síkmértan és térmértan alapjai

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
Alapvető mértani fogalmak: pont, egyenes, sík és a köztük fennálló relációk Az egyenesek párhuzamossága Félegyenes, kiegészítő félegyenes Az egyenes oldalai A távolság és tulajdonságai Szakasz, szakaszhordozó egyenes, a szakasz felezőmerőlegese Merőleges vetület az egyenesre Konvex halmaz Egybevágóság Az egyenesre és a pontra vonatkozó tükrözés Párhuzamos eltolás Forgatás Hasonlóság Féltér Az egyenesek és a síkok kölcsönös helyzetei a térben	– a geometriai idomok közötti különféle kölcsönös helyzetek és viszonyok megállapítása és azok alkalmazása – merőleges szerkesztése az egyenesre egy adott pontban – szakasz felezőmerőlegesének megszerkesztése – pont merőleges vetülete az egyenesre – konvex halmaz felismerése – egybevágó és hasonló idomok felismerése – szimmetriák felismerése – alakzat leképezése adott merev eltolással

3.2 Szög

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
Szög (szárak, csúcs) A szögek egybevágósága, a szög nagysága. Szögmérési mértékegységek (fok, radián) Hegyesszög és tompaszög, nullszög, derékszög, egyenesszög és teljesszög Szögpárok: szomszédos szögek, mellékszögek, pótszögek és társszögek Szögfelező Párhuzamos és merőleges szárú szögek, csúcsszögek Váltószögek	– a fok átváltoztatása radiánba és fordítva – számítás szögekkel (fokban és radiánban) – adott szögfelező szerkesztése – $k \cdot 15^\circ \left(k = 1, 2, ..., 10\right)$ szögek körzővel és vonalzóval való szerkesztése – a megfelelő adatokból a szakasz merőleges vetülete hosszának kiszámítása

Két egyenes hajlásszöge

Síkra merőleges egyenes, merőleges vetület a síkra

Az egyenes és a sík hajlásszöge

Két sík hajlásszöge

3.3 Háromszög

■ TARTALOM, FOGALMAK

Jelölések a háromszögben

A háromszög oldalai közötti összefüggések

A háromszög oldalai és szögei közötti összefüggések

A háromszög belső és külső szögei

Szabályos (egyenlő oldalú), egyenlő szárú és derékszögű háromszög

Pitagorasz tétele

A háromszögek egybevágósága és az egybevágósági tételek

A háromszögek hasonlósága és a hasonlósági tételek

Súlyvonal, súlypont

Magasságvonal, magasságpont

A háromszög köré és a háromszögbe írt kör

A háromszög középvonala

Szinusztétel és koszinusztétel

A háromszög területképletei:

$$S=\frac{av_a}{2}=\frac{bv_b}{2}=\frac{cv_c}{2},$$

$$S=\frac{ab\sin\ \gamma}{2},$$

$$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

$$S=rs,\ s=\frac{a+b+c}{2}$$

⇨ Befogótétel és magasságtétel

■ CÉLOK

Alapszinten:

- háromszög szerkesztése, ha adott:
  - három oldal
  - két oldal és az általuk bezárt szög
  - egy oldal és két szög
  - egy oldal, az oldalhoz tartozó magasság és az oldalon levő szög (vagy egy másik oldal)
- adott háromszög nevezetes pontjainak (súlypont, magasságpont, a háromszög köré és a háromszögbe írt kör középpontja) szerkesztése
- a szinusz- és a koszinusztétel alkalmazása
- a háromszögek egybevágóságának és hasonlóságának ellenőrzése (alkalmazása)
- a szakasz felosztása n egyenlő részre
- a szakasz adott arányban való felosztása
- a háromszög területének, oldalának, szögének, kerületének, magasságának, súlyvonalának, a háromszögbe írt és a háromszög köré írt kör sugárának kiszámítása a megfelelő adatokból

Emelt szinten még:

- a háromszög tulajdonságainak alkalmazása a nehezebb szerkesztési feladatokban
- a derékszögű háromszögre vonatkozó tételek alkalmazása

3.4 Négyszög, sokszög

■ **TARTALOM, FOGALMAK**

Oldal, csúcs, átló

A négyszög belső szögeinek összege

Paralelogramma (téglalap, négyzet, rombusz)

A paralelogramma tulajdonságai

Trapéz, egyenlő szárú trapéz

Deltoid

Szabályos n-szög

Konvex n-szög

Az n-szög belső szögeinek összege

A paralologramma területe és kerülete

A trapéz területe és kerülete

A deltoid területe és kerülete

A szabályos n-szög területe és kerülete

⇨ Húr- és érintőnégyszög

■ **CÉLOK**

Alapszinten:

- a négyszögek alapszerkesztései
- a szabályos n-szög belső szögei nagyságának kiszámítása, ha $n \geq 3$ tetszőleges természetes szám
- az n-szög átlói számának kiszámítása, ha $n \geq 4$ tetszőleges természetes szám
- a paralelogramma vagy a trapéz területének, kerületének, magasságának, az átlónak és a szögnek a kiszámítása a megfelelő adatokból

Emelt szinten még:

- a paralelogramma, a trapéz és a deltoid tulajdonságainak alkalmazása a nehezebb szerkesztési feladatoknál

3.5 Kör (körlap) és körvonal

■ **TARTALOM, FOGALMAK**

Kör (középpont, sugár)

Szelő. Húr

Érintő

Két kör kölcsönös helyzete

Körív, körcikk, körszelet

Thalész tétele a félkörben levő szögről

Középponti szög, kerületi szög

A kör területe és kerülete. A π szám

A körív hossza

A körcikk és a körszelet területe

■ **CÉLOK**

Alapszinten:

- a kör tetszőleges pontjában körérintő szerkesztése
- a kör területének és kerületének kiszámítása
- a körív hosszának és a körcikk (körszelet) területének kiszámítása

Emelt szinten még:

- érintők szerkesztése a kör tetszőleges külső pontjából
- a félkörben levő szögről szóló Thalész-tételnek, valamint a kerületi és a középponti szög összefüggésének alkalmazása

3.6 Testek. Térfogat és felszín

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
Geometriai testek: konvex poliéderek, forgástestek Felszín Térfogat Hasáb Szabályos poliéderek (tetraéder, kocka, oktaéder) Gúla Egyenes körhenger Egyenes körkúp Gömb A felsorolt testek térfogat- és felszínképletei ⇨ Cavalieri-elv	– megfelelő adatokból az adott test felszínének és térfogatának, a tengelymetszet területének, a test magasságának, oldalélének, alapélének, átlójának … kiszámítása – azon szögek kiszámítása, amelyeket közbezárnak a geometriai testek élei, illetve lapjai

4.4 MŰVELETEK VEKTOROKKAL

4.1 A vektorok definíciója, összeadása és kivonása. A vektorok szorzata számmal

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
A vektor definíciója, vektorok egyenlősége, jelölések A vektor hossza Nullvektor, ellentett vektor Egységvektor Vektorok összeadása és tulajdonságai Vektorok kivonása Vektorok szorzása számmal és a szorzás tulajdonságai A vektorok kollinearitása	***Alapszinten:*** – adott vektorok összeadása – adott vektor kivonása – adott síkidom eltolása $\vec{a}$ vektorral – $\vec{a}$ vektor szorzása racionális számmal, a kapott vektor ábrázolása – egységvektor felírása az adott vektor irányában ***Emelt szinten még:*** – a pontok kollinearitásának ellenőrzése a térben

4.2 A vektorok lineáris kombinációja. Bázis

■ TARTALOM, FOGALMAK

A lineáris kombináció definíciója

A vektorok komplanaritása

Derékszögű koordináta-rendszer a térben

A pont abszcisszája, ordinátája, aplikátája

Ortonormált bázis a síkban: $(\vec{i}, \vec{j})$ és a térben: $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

A vektorok felírása koordinátákkal a síkbeli és a térbeli ortonormált bázisban

Műveletek vektorokkal az ortonormált bázisban (összeadás, kivonás, szorzás számmal)

Bázisvektorok, bázis

A pont helyvektora

Az $\overrightarrow{AB}$ vektor felírása az A és B pontok helyvektoraival

■ CÉLOK

Alapszinten:

- $\vec{c}$ vektor szerkesztése vele egy síkban levő, nem kollineáris $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorokkal
- egyszerűbb példákban a vektor adott nem komplanáris vektorokkal való kifejezése
- műveletek végzése (ortonormált bázisban megadott) vektorokkal
- annak megállapítása, hogy két vektor párhuzamos-e
- az $\overrightarrow{AB}$ vektor felírása az A és B pontok helyvektoraival
- a szakasz osztópontja koordinátáinak helyvektorral való meghatározása

Emelt szinten még:

- vektorműveletek alkalmazása a geometriában (pl. az egyenesek párhuzamosságának bizonyítása, az egyenesek metszéspontjainak és a háromszög súlypontjának kiszámítása)

4.3 Skaláris szorzat

■ TARTALOM, FOGALMAK

Két vektor által közbezárt szög

A skaláris szorzat definíciója és tulajdonságai

Két vektor merőlegességének a feltételei

Az ortonormált bázisban megadott vektorok skaláris szorzata

Az ortonormált bázisban megadott vektor hossza

⇨ Az $\vec{a}$ vektornak egy másik vektor irányára való vetülete

■ CÉLOK

Alapszinten:

- két vektor skaláris szorzatának kiszámítása
- két vektor által közbezárt szög nagyságának meghatározása
- a vektor és a szakasz hosszának kiszámítása
- annak megállapítása, merőleges-e két vektor

Emelt szinten még:

- a térben lévő háromszög oldalai hosszának, szögei nagyságának és a háromszög területének kiszámítása, ha adottak a csúcsai

4.5 ALGEBRAI FÜGGVÉNYEK ÉS EGYENLETEK

5.1 Lineáris függvény, lineáris egyenlet és egyenlőtlenség. Lineáris egyenletrendszerek és egyenlőtlenség-rendszerek

■ TARTALOM, FOGALMAK

Az $x \mapsto kx + n$ lineáris függvény

A lineáris függvény iránytényezője (differenciálhányadosa) és $f(0)$ értéke

A lineáris függvény tulajdonságai

A lineáris függvény grafikonja

A lineáris függvény zérushelye

Az egyenes egyenlete: explicit, implicit, tengelymetszetes alak, két ponton áthaladó, adott ponton áthaladó ismert iránytényezőjű egyenes

Két egyenes hajlásszöge

Az egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének feltétele

Egyismeretlenes lineáris egyenlet és egyenlőtlenség

Kétismeretlenes lineáris egyenlőtlenség

Egyismeretlenes lineáris egyenlőtlenség-rendszer

Kétismeretlenes (háromismeretlenes) lineáris egyenletrendszer

⇨ Pont és egyenes távolsága

⇨ Kétismeretlenes lineáris egyenlőtlenség-rendszer

⇨ Gauss-féle algoritmus

■ CÉLOK

Alapszinten:

- lineáris függvény grafikonjának ábrázolása
- egyenes egyenletének megkeresése, ha:
  - adott két különböző pont az egyenesen
  - adott egy pont az egyenesen és az egyenes iránytényezője
- egyenes egyenletének felírása tengelymetszetes alakban, amikor ez lehetséges
- lineáris egyenlet (egyenlőtlenség) megoldása ekvivalens átalakításokkal
- lineáris függvény grafikonjának gyakorlati alkalmazása és értelmezése
- kétismeretlenes (háromismeretlenes) lineáris egyenletrendszer megoldása
- olyan problémák megoldása, amelyek a lineáris egyenletre vagy lineáris egyenletrendszerre vezethetők le

Emelt szinten még:

- pont és egyenes távolságának kiszámítása
- többismeretlenes egyenletrendszer megoldásának megkeresése
- lineáris egyenlet (egyenlőtlenség) és a kétismeretlenes lineáris egyenletrendszer megoldásának tárgyalása és megoldása
- több lineáris kétismeretlenes egyenlőtlenség-rendszer megoldásának megkeresése

5.2 Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség

■ TARTALOM, FOGALMAK

A másodfokú függvény
$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f(x) = a(x-p)^2 + q$

$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$

Diszkrimináns

A másodfokú függvény tengelypontja

A másodfokú függvény zérushelyei (gyökei)

A másodfokú függvény grafikonja

Az $ax^2 + bx + c = 0$ másodfokú egyenlet

A másodfokú egyenlet megoldásai

Vièta képlete

A másodfokú egyenlőtlenség

■ CÉLOK

Alapszinten:

- a másodfokú függvény felírása különböző adatoknál
- a másodfokú függvény grafikonjának ábrázolása
- a másodfokú egyenlet megoldása
- Vièta képletének alkalmazása
- a másodfokú egyenlőtlenség megoldása
- az egyenlet átalakítása másodfokú egyenletté új ismeretlen bevezetésével
- a másodfokú egyenlet alkalmazása a problémák megoldásában

Emelt szinten még:

- a másodfokú egyenlőtlenség-rendszer megoldása
- a másodfokú egyenlőtlenség alkalmazása a problémák megoldásában

5.3 Polinomok

■ TARTALOM, FOGALMAK

Természetes kitevőjű hatványfüggvény
$f : x \mapsto x^n$

Valós együtthatós polinomok

A polinom foka, a polinom legmagasabb együtthatója és a polinom konstans tagja

A polinomok egyenlősége

A polinomokkal végezhető műveletek szabályai

A polinomok összegének és szorzatának foka

A polinomok maradékos osztására vonatkozó alaptétel

Horner-algoritmus

■ CÉLOK

Alapszinten:

- műveletek végzése természetes kitevőjű hatványokkal (a kifejezések szorzata, hatványozása, egyszerűsítése)
- a $p(x)$ polinom számértékének kiszámítása adott x-nél
- műveletek végzése polinomokkal (összeadás, kivonás, szorzás, osztás)
- a polinomfüggvény tulajdonságainak megállapítása grafikonja alapján
- a Horner-algoritmus alkalmazása:
  - a polinom számértékének kiszámításánál adott x esetén
  - a hányados és a maradék kiszámításánál, ha a polinomot lineáris polinommal osztjuk
- a polinom zérushelyeinek (gyökeinek) megállapítása

Emelt szinten még:

- azon tény alkalmazása, hogy két polinom csak akkor egyenlő, amikor egyenlők az együtthatóik

5.4 Az algebra alaptétele. A polinom grafikonja

■ TARTALOM, FOGALMAK

Egyszerű (első, egyszeres) és magasabbrendű zérushely (gyök)

Az algebra alaptétele

A polinom valós és komplex zérushelyeinek (gyökeinek) száma

Egész együtthatós polinom egész és racionális zérushelyei (gyökei)

A polinom valós zérushelyei (gyökei) (biszekció)

A polinom grafikonja:

– a grafikon viselkedése a végtelenben (távol a kiindulóponttól)
– a grafikon viselkedése a zérushelyek (gyökök) környezetében

A polinom deriváltja:
– növekedés, fogyás (csökkenés)
– stacionárus pontok
– extrémumok

■ CÉLOK

Alapszinten:

– egyszerűbb polinomok első- vagy másodfokú tényezőkre való bontása
– a polinom zérushelyeinek (gyökeinek) és azok rendjének meghatározása a polinom tényezős felbontásából
– a polinom egyenletének meghatározása, ha adottak a polinom zérushelyei (gyökei) és a számértéke egy kiválasztott x-nél
– az egész együtthatós polinom egész és racionális zérushelyeinek (gyökeinek) megállapítása
– a polinom növekedési és fogyási (csökkenési) intervallumainak, stacionárus pontjainak és extrémumainak meghatározása
– a polinom grafikonjának ábrázolásánál a stacionárus pontok figyelembevétele
– a polinom meghatározása az adott polinom számértékeiből, ha adottak az x-független változók

Emelt szinten még:

– a biszekció alkalmazása a valós zérushelyek (gyökök) keresésében

5.5 Racionális törtfüggvények

■ TARTALOM, FOGALMAK

Negatív egész kitevőjű hatványfüggvény

Racionális törtfüggvény

A racionális törtfüggvények zérushelyei és pólusai

A racionális törtfüggvény grafikonjának viselkedése a végtelenben (távol a kiindulóponttól) (vízszintes és függőleges aszimptota)

Egyszerű racionális egyenletek és egyenlőtlenségek

⇨ Ferde aszimptota

■ CÉLOK

Alapszinten:

– az $f(x) = x^{-n}$; $n \in \mathbb{N}$ hatványfüggvény grafikonjának ábrázolása
– egész kitevőjű hatványokkal való műveletek végzése (a kifejezések szorzása, osztása, hatványozása és egyszerűsítése)
– műveletek racionális törtfüggvényekkel
– az adott racionális törtfüggvény körülbelüli ábrázolása
– a racionális törtfüggvény tulajdonságainak meghatározása grafikonja alapján
– egyszerűbb racionális egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása
– adott racionális törtfüggvény grafikonjának ábrázolása a derivált segítségével

Emelt szinten még:

- adott racionális törtfüggvény grafikonjának ábrázolása ferde aszimptotával

5.6 Másodfokú algebrai egyenletek. Kúpszeletek

■ TARTALOM, FOGALMAK

Kör

Ellipszis

Hiperbola

Parabola

⇨ Az $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ egyenlet és geometriai jelentése

■ CÉLOK

Alapszinten:

- megfelelő adatokból a kör egyenletének felírása, vagy a kör egyenletéből a kör középpontjának és sugarának meghatározása
- annak megállapítása, hogy milyen síkgeometriai görbét állít elő az $Ax^2 + Cy^2 = G$ vagy a $Cy^2 + Dx = 0$ egyenlet (a féltengelyek meghatározása, a csúcspontok és fókuszpontok koordinátáinak felírása, az aszimptoták egyenleteinek felírása)
- megfelelő adatokból a kúpszelet egyenletének felírása
- két kúpszelet vagy a kúpszelet és az egyenes kölcsönös helyzeteinek megállapítása, a metszéspontok kiszámítása
- egyszerűbb irracionális egyenlet megoldása

Emelt szinten még:

- párhuzamosan eltolt kúpszelet egyenletének felírása
- az eltolt kúpszelet egyenletéből a csúcspontok, fókuszpontok és a középpont koordinátáinak felírása, a hiperbola aszimptotái egyenleteinek, a parabola vezéregyenesének, a féltengelyeknek a felírása

4.6 TRANSZCENDENS FÜGGVÉNYEK ÉS EGYENLETEK

6.1 Exponenciális függvény és egyenlet

■ TARTALOM, FOGALMAK

Az exponenciális függvény $f: x \mapsto a^x; a > 0, a \neq 1$

Az exponenciális függvény tulajdonságai

Az exponenciális függvény grafikonja

e alapú exponenciális függvény

⇨ Exponenciális növekedés és fogyás (csökkenés)

■ CÉLOK

Alapszinten:

- az exponenciális függvény grafikonjának ábrázolása
- az exponenciális függvény grafikonjának párhuzamos eltolása és az így eltolt exponenciális függvény aszimptotájának meghatározása
- az exponenciális függvény nyújtása az y –tengely irányában

- műveletek exponenciális függvényeket tartalmazó kifejezésekkel
- exponenciális függvényeket tartalmazó egyszerűbb egyenletek megoldása

Emelt szinten még:
- helyettesítési módszerrel olyan egyenletek megoldása, amelyek exponenciális függvényeket tartalmaznak
- az exponencionális függvény alkalmazása természetes növekedésről szóló feladatokban

6.2 Logaritmusfüggvény és logaritmikus egyenlet

■ TARTALOM, FOGALMAK

Logaritmusfüggvény

$f: x \mapsto \log_a x;\ \ a > 0,\ \ a \neq 1$

A logaritmusfüggvény tulajdonságai

A logaritmusfüggvény grafikonja

A logaritmus azonosságai (a szorzat, a hányados, a hatvány és a gyök logaritmusa)

A tíz alapú és a természetes logaritmus

⇨ Áttérés más alapra

■ CÉLOK

Alapszinten:
- a logaritmusfüggvény grafikonjának ábrázolása (az értelmezési tartomány, a pólus és a zérushely meghatározása)
- a logaritmusfüggvény nyújtása és (vagy) párhúzamos eltolása az y -tengely irányában
- a logaritmus azonosságainak alkalmazása
- egyszerűbb logaritmikus egyenletek megoldása
- logaritmusok alkalmazása egyszerűbb exponenciális egyenletek megoldásában

Emelt szinten még:
- áttérés más alapú logaritmusra
- logaritmikus egyenletek (egyenlőtlenségek) megoldása helyettesítési módszerrel
- logaritmusok alkalmazása nehezebb exponenciális egyenletek megoldásában

6.3 Szögfüggvények

■ TARTALOM, FOGALMAK

Hegyesszög szögfüggvényei derékszögű háromszögben

Forgásszög

Az $x \mapsto \sin x, x \mapsto \cos x, x \mapsto \tan x$ és $x \mapsto \cot x$ függvények

A szögfüggvények szemléltetése egységkörrel

A szögfüggvények tulajdonságai

Alapösszefüggések egy szög

■ CÉLOK

Alapszinten:
- a $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ és 90° -os szögek szögfüggvényeinek értékei
- a szögfüggvények grafikonjainak ábrázolása
- az $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) + B$ és az $f(x) = A\cos(\omega x + \varphi) + B$ függvények grafikonjainak ábrázolása
- a szinuszrezgés amplitúdójának és periódusának megállapítása

szögfüggvényei között

A pótszögek szögfüggvényei

Tetszőleges szög szögfüggvényeinek meghatározása hegyesszög szögfüggvényeivel

A szögfüggvények grafikonjai

- a többi szögfüggvény felírása adott szögfüggvénnyel
- tetszőleges szög szögfüggvényének felírása hegyesszög szögfüggvényével

Emelt szinten még:
- az $f(x) = A\tan(\omega x + \varphi)$ és az $f(x) = A\cot(\omega x + \varphi)$ függvények grafikonjainak ábrázolása

6.4 Addíciós tételek és következményei

■ TARTALOM, FOGALMAK

Addíciós tételek

A kétszeres szög szögfüggvényei

Szögfüggvényeket tartalmazó kifejezések szorzattá alakítása

A szögfüggvények szorzatának összeggé alakítása

⇨ A félszög szögfüggvényei

■ CÉLOK

- szögfüggvényeket tartalmazó kifejezések egyszerűbb alakra hozása
- az addíciós tételek és következményeinek alkalmazása
- a szögfüggvények összegének vagy különbségének szorzattá alakítása és fordítva

6.5 Ciklometrikus függvények

■ TARTALOM, FOGALMAK

Ciklometrikus függvények $x \mapsto \arcsin x$, $x \mapsto \arccos x, x \mapsto \arctan x$

A ciklometrikus függvények értelmezési tartományai és értékkészletei

Trigonometrikus egyenletek

■ CÉLOK

Alapszinten:
- egyszerűbb trigonometrikus egyenletek megoldása (pl. egyetlen szögfüggvényre áttérve, szorzattá alakítással, összeggé alakítással)

Emelt szinten még:
- trigonometrikus egyenletek megoldása (homogén trigonometrikus egyenletek és félszög szögfüggvényeinek alkalmazásával)

4.7 SOROZATOK ÉS SOROK

7.1 Sorozatok és sorok

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
A pont környezete A sorozat definíciója $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ A sorozatok tulajdonságai (növekedés, csökkenés (fogyás), korlátosság) A számtani sorozat és tulajdonságai A mértani sorozat és tulajdonságai A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összege A mértani sor Kamatoskamat-számítás ⇨ A sorozat határértéke (konvergenciája) ⇨ Részösszeg, sor ⇨ A konvergens sorozatok összegének, szorzatának és hányadosának határértéke	***Alapszinten:*** – a sorozat néhány tagjának felírása, ha adott a sorozat általános (n -edik) tagja, a sorozat tulajdonságainak meghatározása – két adott szám számtani és mértani közepének meghatározása – a számtani vagy a mértani sorozat első n tagja összegének kiszámítása, vagy az adott adatokból a követelt tag képletének és a sorozat differenciájának ill. hányadosának meghatározása – alapvető kamatoskamat-számítási feladatok megoldása – a végtelen mértani sor összegének kiszámítása ***Emelt szinten még:*** – nehezebb kamatoskamat-számítási feladatok megoldása – az adott konvergens sorozat határértékének meghatározása – műveletek határértékekkel

4.8 KOMBINATORIKA

8.1 Kombinatorika

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
Kiválasztási fa A kombinatorika alaptétele (a szorzat szabálya) Az összeg szabálya (Ismétlés nélküli) permutációk (Ismétlés nélküli) variációk Ismétléses variációk (Ismétlés nélküli) kombinációk Binomiális tétel A binomiális együtthatók és tulajdonságaik (Pascal-háromszög) ⇨ Ismétléses permutációk	– az adott probléma kiválasztási fájának ábrázolása (pl. körmérkőzésre) – az $n!$ kiszámítása – egyes kombinatorikai fogalmak megkülönböztetése és a képletek alkalmazása – a binomiális együttható értékének kiszámítása – a binom hatványának felírása polinom alakban

4.9 VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS ÉS STATISZTIKA

9.1 Alapfogalmak. Valószínűség

■ TARTALOM, FOGALMAK

Kísérlet és esemény

Biztos, lehetetlen és véletlen esemény

Elemi és összetett események

Az események összege és szorzata

Az A esemény maga után vonja a B eseményt (egy A eseménynek egy B esemény bekövetkezése): $A \subset B$, az ellentett esemény

A valószínűség definíciója

A valószínűség kiszámítása

⇨ Feltételes valószínűség

⇨ Függő és független események

■ CÉLOK

Alapszinten:
- műveletek eseményekkel
- egy kísérlet összes eseményének megkeresése
- adott esemény, ellentett esemény, az események összegének és szorzatának valószínűségszámítása

Emelt szinten még:
- a feltételes valószínűség kiszámítása

9.2 A statisztika alapfogalmai

■ TARTALOM, FOGALMAK

Statisztikai alapfogalmak (statisztikai alapsokaság, egység, elem, jellemző, minta)

Az adatok csoportosítása és rendezése

Az adatok szemléltetése (a relatív gyakoriság poligonja, hisztogramja és kördiagramja)

Középérték (számtani közép)

Szórás

■ CÉLOK

- egy egyszerűbb statisztikai feladat önálló kidolgozása, pl.:
  - az osztály középeredménye
  - középosztályzat és a szórás egyes tantárgyaknál
  - rövid és egyszerű ankét

  és mindez grafikus bemutatása

4.10 DIFFERENCIÁLSZÁMÍTÁS ÉS INTEGRÁLSZÁMÍTÁS

10.1 A függvény határértéke

■ TARTALOM, FOGALMAK

A függvény határértéke

A határérték kiszámításának szabályai (a függvény összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértéke)

Végtelenben vett határérték (vízszintes aszimptota)

⇨ Végtelen határérték (függőleges aszimptota)

⇨ A függvény folytonossága

■ CÉLOK

Alapszinten:

- adott függvénygrafikon vízszintes aszimptotájának meghatározása (ha az létezik)

Emelt szinten még:

- egy függvény határértékének kiszámítása az adott pontban a szabályok alkalmazásával
- egyszerűbb speciális határértékek meghatározása
- az $x \mapsto f(x)$ adott függvény x szakadási helyeinek megkeresése

10.2 Derivált és differenciál

■ TARTALOM, FOGALMAK

A függvény differenciálhányadosa (geometriai jelentése)

A derivált definíciója

A derivált geometriai jelentése

A függvények összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának deriváltja, a függvény számszorosának deriváltja

Az összetett függvény deriváltja

⇨ Az inverz függvény deriváltja

⇨ Implicit módon adott függvény deriváltja

⇨ A függvény approximációja a deriválttal

■ CÉLOK

Alapszinten:

- elemi függvények deriváltjai táblázatának ismerete
- adott pontban a görbe érintője egyenletének a felírása
- két görbe hajlásszögének kiszámítása
- a deriválási szabályok alkalmazása
- összetett függvény deriváltjának kiszámítása helyettesítő függvénnyel
- függvény stacionárus pontjainak, a növekedési és fogyási (csökkenési) intervallumoknak, az extrémumoknak meghatározása a függvény deriváltjának segítségével, majd a függvény grafikonjának megrajzolása

Emelt szinten még:

- extrémum-problémák megoldása
- a függvényérték megváltozásának értékelése a derivált segítségével
- implicit alakban adott függvény deriváltjának kiszámítása

10.3 Integrál

■ TARTALOM, FOGALMAK

A határozatlan integrál definíciója

A függvények összegének és különbségének határozatlan integrálja, a függvény számszorosának határozatlan integrálja

A határozott integrál és geometriai jelentése

A határozott integrál alaptulajdonságai

A határozott integrál kiszámítása (Newton–Leibnitz-képlet)

⇨ Integrálási módszerek
– integrálás helyettesítéssel

■ CÉLOK

Alapszinten:

- elemi függvények határozatlan integráljainak ismerete
- az integrálási szabályok alkalmazása
- egyes egyszerűbb függvények határozatlan integráljainak kiszámítása
- a határozott integrál kiszámítása, illetve a két görbe által bezárt síkidom területének kiszámítása

Emelt szinten még:

- a határozatlan és a határozott integrál kiszámítása a megfelelő változók helyettesítésével
- a forgástest térfogatának kiszámítása

5. VIZSGAKÉRDÉSEK PÉLDÁI

Rövid feladat példája

Az $\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}$ szokásos bázisban adott két vektor: $\vec{a}=(2,-1,\ 3)$ és $\vec{b}=(1,-2,\ 5)$. Írja fel az $\vec{x}=2\vec{a}-\vec{b}$ és $\vec{y}=\vec{a}+\vec{b}$ vektorok koordinátáit! Számítsa ki az $\vec{x}$ vektor pontos hosszát és az $\vec{x}\cdot\vec{y}$ skaláris szorzatot!

(*6 pont*)

Megoldás:

1. Összesen: 6 pont

Az $\vec{x}=(3,\ 0,\ 1)$ és $\vec{y}=(3,-3,\ 8)$ kiszámítása .... (1+1) 2 pont

Az $|\vec{x}|=\sqrt{10}$ hosszúság (a kiszámítást szolgáló képlet felírása és alkalmazása … *1 pont; ha a vektor hosszának a jelölése nem különbözik a vektor jelölésétől, a jelölt csak egy pontot kap)..2 pont

Az $\vec{x}\cdot\vec{y}=17$ skaláris szorzat...2 pont

(A koordinátákban a skaláris szorzat kiszámítását szolgáló képlet felírása és alkalmazása, pl.: $\vec{x}\cdot\vec{y}=2\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}\cdot\vec{b}$ … *1 pont.)

(Ha az $\vec{x}$ vektor egyik koordinátája hibás, a többi eredmény pedig mind helyes, a jelölt 4 pontot kap.)

Nehezebb feladat példája

Adott a $p(x)=x^3+ax^2+bx+4$ polinom.

a) Határozza meg az a és b számokat úgy, hogy az $x=2$ a $p(x)$ polinom másodfokú gyöke legyen!

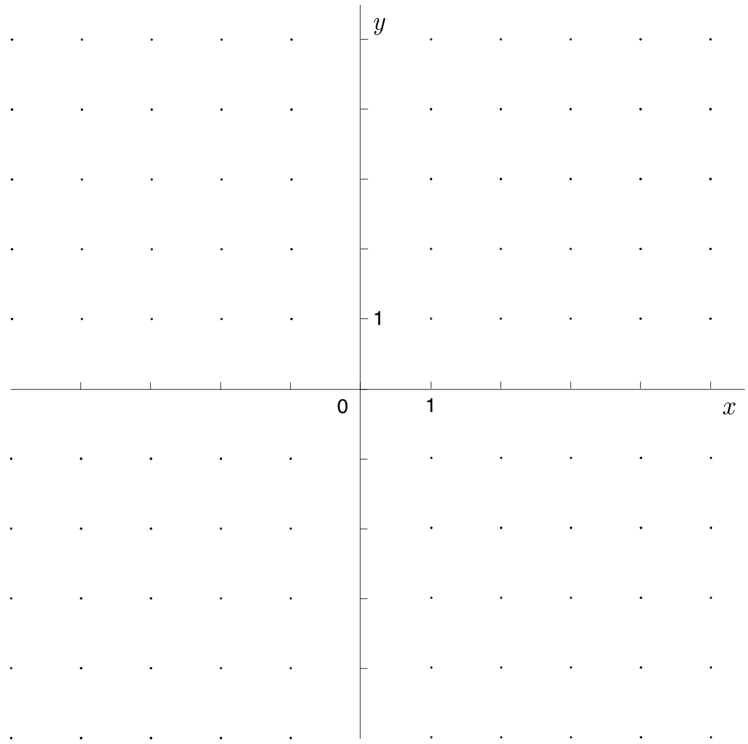
(*7 pont*)

b) Legyen $a=6$ és $b=9$.
Határozza meg a $p(x)$ polinom gyökeit és heyi extrémumait! Rajzolja meg a $p(x)$ polinom grafikonját!

(*8 pont*)

c) Legyen $a=6$ és $b=9$ (mint a b) feladatnál).
Számítsa ki azon síkidom területét, amelyet a $[-1,\ 0]$ intervallumon a $p(x)$ polinom grafikonja és az abszcisszatengely határolnak!

(*5 pont*)



Megoldás:

Összesen: 20 pont

a) 7 pont

1. mód

A Horner-algoritmus alkalmazása a $p(x)$ polinomon .... 1 pont

A Horner-algoritmus alkalmazása a hányadoson .... (*1+1) 2 pont

A felírt egyenletrendszer : $\begin{matrix} 4a+2b+12=0 \\ 4a+b+12=0 \end{matrix}$ .... (*2+1) 3 pont

A kiszámított $a=-3,\ b=0$ .... 1 pont

2. mód

Pl. a $p(x)=(x-c)(x-2)^2$ polinom felírása.. *2 pont

Rendezés $p(x)=x^3-(4+c)x^2+(4+4c)x-4c$ .... 1 pont

A felírt egyenletrendszer:

$-4-c=a$

$4+4c=b$ .... 3 pont

$-4c=4$

(A polinomok egyenlőségének figyelembevétele …*1 pont.)

A kiszámított $a=-3,\ b=0$ .... 1 pont

3. mód

A $p'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ derivált .... 1 pont

A $p(2) = 0$ és $p'(2) = 0$ figyelembevétele .... (*1+*2) 3 pont

A felírt egyenletrendszer:

$$8 + 4a + 2b + 4 = 0$$

$$12 + 4a + b = 0$$

.... (1+1) 2 pont

A kiszámított $a = -3,\ b = 0$ .... 1 pont

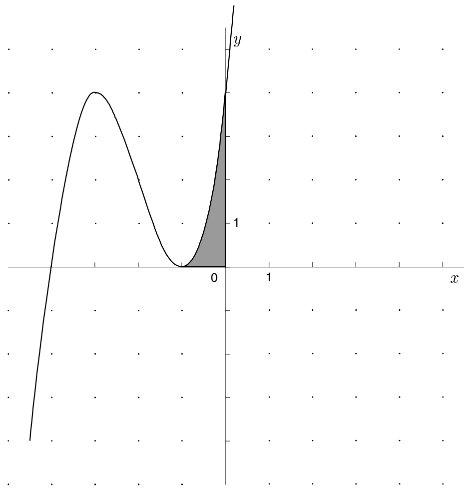
b) 8 pont

A polinom kiszámított gyökei: $x_1 = -4,\ x_{2,3} = -1$ .... (1+2) 3 pont

(Ha nincs megállapítva az, hogy -1 másadrendű gyök, akkor csak 2 pont.)

A kiszámított derivált $p'(x) = 3x^2 + 12x + 9$ .... 1 pont

A kiszámított helyi extrémumok $T_1(-1,\ 0)$ és $T_2(-3,\ 4)$ .... (1+1) 2 pont



A polinom megrajzolt grafikonja .... 2 pont

(Felismerhető legyen: a két gyök, az ordinátatengelyen levő szakasz (szektor, szelet) és a két extrémum.)

c) 5 pont

A terület felírása határozott intégrállal $\int_{-1}^{0} \left(x^3 + 6x^2 + 9x + 4\right) \mathrm{d}x$ .... 1 pont

A határozatlan integrál kiszámítása:

$\int \left(x^3 + 6x^2 + 9x + 4\right) \mathrm{d}x = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 + 4x + C$ (C nélkül is) .... 2 pont

(Két helyes együtthatóért …1pont.)

Beillesztett határok és a kiszámított terület $\frac{5}{4}$ .... (*1+1) 2 pont

6. A SZÓBELI VIZSGA KÉRDÉSEI

1.1 Halmazok

1. Mi az ún. alaphalmaz? Mi az adott halmaz komplementuma? Mi két halmaz különbsége?
2. Mikor egyenlő két halmaz? Mit értünk részhalmazon? Mi a halmazok egyesítése, és mi a metszete? Mi a Descartes-féle szorzat?
3. Írja fel:
   (a) az összes páros egész számok halmazát!
   (b) az összes páratlan egész számok halmazát!
   (c) adott természetes szám összes többszörösének halmazát!
   (d) összes azon egész szám halmazát, amelyek az n- nel való osztásnál r maradékot adnak!
4. ⇨ Mikor egyenlő két halmaz? Mit értünk részhalmazon? Mi a halmazok egyesítése, és mi a metszete? Az A halmaznak n, a B halmaznak pedig m eleme van. Hány eleme lehet $A \cup B$ és $A \cap B$-nek?
5. ⇨ Mi a halmazok Descartes-féle szorzata? Hogyan ábrázolhatjuk a Descartes-féle szorzatot? Az A halmaznak n, a B halmaznak pedig m eleme van. Hány eleme lehet $A \times B$-nek?
6. ⇨ Mi a halmaz hatványhalmaza? Hány részhalmaza lehet az n-elemű halmaznak?
7. ⇨ Mutassa be, hogy $A \setminus B = A \cap \complement B$! Mutassa be, hogy $\complement(A \cap B) = \complement A \cup \complement B$!

1.2 Függvények

1. Mit értünk derékszögű koordináta-rendszeren a síkban? Vezesse le a két pont távolságát megadó képletet!
2. Definiálja az $f : A \to B$ függvény (leképezés, transzformáció) fogalmát, értelmezési tartományának és értékkészletének fogalmát! Mi a függvény grafikonja?
3. ⇨ Milyen feltétel mellett injektív, szurjektív ill. bijektív az $f : A \to B$ függvény?
4. Mikor növekedő, fogyó (csökkenő), korlátos, nem korlátos a valós-valós függvény (a fogalmakat elmagyarázhatja példákon is)?
5. Állapítsa meg a valós-valós függvény párosságát vagy páratlanságát (példán), és definiálja ezeket a fogalmakat!
6. Mikor periodikus a valós-valós függvény? Mi a primitív periódus? Sorolja fel a periodikus függvény néhány példáját!
7. Mi a valós-valós függvény zérushelye? Írja le a polinom és a racionális törtfüggvény grafikonjainak viselkedését a zérushelyek környezetében!
8. Melyik x-értékeknél vannak a racionális törtfüggvénynek pólusai? Milyen a függvény grafikonja a pólus közelében?
9. Definiálja a valós változójú függvény grafikonjának vízszintes aszimptotáját, és írja le a grafikont a végtelenben (távol a kiindulóponttól), ha létezik ilyen aszimptota!

⇨ 10. Határozza meg az inverz függvény fogalmát, és mondja el létezésének kritériumát (lehet példán is)!

11. Mikor van a valós-valós függvénynek az adott pontban helyi minimuma (maximuma)? Mi a függvény abszolút minimuma (maximuma)?

⇨ 12. Az $y = f(x)$ valós függvény grafikonján szemléltesse a sík következő transzformációit: párhuzamos eltolás, az abszcisszatengelyre, az ordinátatengelyre vagy az origóra vonatkozó tükrözések!

⇨ 13. Az $y = f(x)$ valós függvény grafikonján szemléltesse a sík következő transzformációit: központos nyújtás és az abszcisszatengelyre vagy az ordinátatengelyre vonatkozó nyújtás!

⇨ 14. Mi az f és a g függvények összetett függvénye? Mutassa be, hogy $f \circ g$ nem szükségszerűen egyenlő $g \circ f$ -fel!

2.1 Természetes számok

⇨ 1. Magyarázza el a teljes indukció elvét, és alkalmazza egyszerűbb példán!

2. Sorolja fel az alapműveletek tulajdonságait az $\mathbb{N}$ -ben!

3. Definiálja az oszthatóságot az $\mathbb{N}$ -ben $(a|b)$, és sorolja fel tulajdonságait!

4. Definiálja két egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! Hogyan számítjuk ki őket? Mikor relatív prím két szám?

5. Fogalmazza meg a maradékos osztás alaptételét! Mit értünk egy adott természetes szám többszörösén?

6. Definiálja a páros ill. a páratlan számokat, és mutassa be, hogy a páratlan szám négyzete is páratlan szám!

7. Definiálja a prímszám és az összetett szám fogalmát, és magyarázza meg a 2 -es, 3 -as, 4 -es, 5 -ös, 6 -os és 9 -es számmal való osztás kritériumait!

⇨ 8. Definiálja a prímszám és az összetett szám fogalmát, és magyarázza meg a 2 -es, 3 -as, 4 -es, 5 -ös, 6 -os és 9 -es számmal való osztás kritériumait! Vezesse le a 2 -es és a 4 -es számmal való osztás kritériumait!

⇨ 9. Fogalmazza meg az euklideszi algoritmus lényegét, és mondja el, mihez alkalmazzuk!

2.2 Egész számok

1. Milyen műveleteket végezhetünk egész számokkal, és milyen tulajdonságúak ezek a műveletek?
2. Sorolja fel és indokolja a természetes kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályait!
3. ⇨ Bontsa tényezőkre az $a^n - b^n \ (n \in \mathbb{N})$, és igazolja a felbontás pontosságát!
4. ⇨ Bontsa tényezőkre az $a^{2n+1} + b^{2n+1} \ (n \in \mathbb{N})$, és bizonyosodjon meg a felbontás helyességéről!

2.3 Racionális számok

1. Mi a tört? Mikor ábrázolja két tört ugyanazt a racionális számot? Definiálja a törtekkel való műveleteket!
2. Írja le, milyen tulajdonságúak a műveletek a $\mathbb{Q}$-ban!
3. Hogyan rendezett a $\mathbb{Q}$ halmaz? Mutassa be, hogy két racionális szám között legalább még egy racionális szám van!
4. ⇨ Hasonlítson össze két törtet, az ellentettjüket és a reciprokukat! Ez mindig lehetséges?
5. Hogyan írjuk fel a racionális számot tizedes tört alakban? Mikor véges ez az alak?
6. Hogyan ábrázoljuk a racionális számokat a számegyenesen?
7. ⇨ Hogyan ábrázoljuk a racionális számokat a számegyenesen? Bizonyítsa be, hogy a $\sqrt{2}$ nem racionális szám!
8. Definiálja a negatív egész kitevőjű hatványt, és sorolja fel az egész kitevőjű hatványokra vonatkozó azonosságokat!
9. Mi a százalék (relatív rész ill. rész)? Magyarázza el az adott a mennyiség $p\,\%$-os növekedését vagy csökkenését!

2.4 Valós számok

1. Sorolja fel a műveleteket az $\mathbb{R}$-ben és tulajdonságaikat! Melyik valós számokat nevezzük irracionális számoknak? Mit tud mondani az irracionális számok tizedes tört alakjairól?
2. Írja le a számegyenest, illetve a valós tengelyt! Hogyan rendezettek a valós számok? Hogyan oldunk meg egyenlőtlenségeket?
3. Definiálja az $f(x) = \sqrt[n]{x} \ (n \in \mathbb{N})$ gyökfüggvényt! Mi az értelmezési tartománya, és mi az értékkészlete?
4. Definiálja a n-kitevőjű gyököt! Sorolja fel a gyökvonás azonosságait!
5. Definiálja a pozítiv alapú és racionális kitevőjű hatványt, és sorolja fel a rá vonatkozó azonosságokat!
6. Definiálja a valós szám abszolút értékét, és sorolja fel alapvető tulajdonságait!
7. ⇨ Mi a közelítő érték abszolút és relatív hibája?

2.5 Komplex számok

1. Mi tette szükségessé a komplex számok bevezetését? Definiálja a $\mathbb{C}$ halmazt!
2. Sorolja fel a műveleteket a $\mathbb{C}$-ben, és magyarázza el tulajdonságaikat!
3. Definiálja a komplex szám abszolút értékét, és sorolja fel tulajdonságait!
4. Definiálja a $\bar{z}$ konjugált komplex számot, és sorolja fel a konjugálás tulajdonságait!
5. ⇨ Mutassa be, hogy két komplex szám összegének konjugáltja egyenlő azok konjugált értékének összegével!
6. ⇨ Mutassa be, hogy két komplex szám szorzatának konjugáltja egyenlő azok konjugált értékének szorzatával!
7. Hogyan ábrázoljuk a komplex számokat a komplex számsíkban? Mutassa be a $\mathbb{C}$ egyes műveleteit a komplex számsíkban: összeadás, szorzás (-1)-gyel, szorzás pozitív valós számmal, konjugálás!
8. ⇨ A komplex számsíkban határozza meg az összes z komplex szám halmazát, melyeknek:
   (a) adott az abszolút értéke,
   (b) adott a valós része,
   (c) adott a képzetes része,
   (d) a valós része egyenlő a képzetes részével!

3.1 A síkmértan és a térmértan alapfogalmai

1. Soroljon fel néhány, az alapvető mértani elemekre (pontra, egyenesre, síkra) vonatkozó axiómát!
2. Mikor párhuzamos két egyenes? Mondja el az egyenesek párhuzamosságának tulajdonságait a síkban! Mondja el a párhuzamossági axiómát!
3. Milyen kölcsönös helyzete lehet:
   (a) két egyenesnek a térben,
   (b) két síknak a térben,
   (c) egyenesnek és síknak a térben?
4. Definiálja a konvex halmaz fogalmát! Mit tud a konvex halmazok metszetéről? Soroljon fel néhány konvex halmazt a síkban!
5. Definiálja a szakaszt, a szakasz hosszát, a szakaszhordozó egyenest és a szakaszfelező merőlegest (a síkban)! Mi a félegyenes, a félsík, a féltér?
6. Mit értünk két pont távolságán, pont és egyenes távolságán, pont és sík távolságán?
7. Definiálja a:
   (a) pont merőleges vetületét az egyenesre,
   (b) szakasz merőleges vetületét az egyenesre, ha ezek azonos síkban fekszenek,
   (c) pont merőleges vetületét a síkra,
   (d) szakasz merőleges vetületét a síkra!
8. Határozza meg a következő ponthalmazokat a síkban:
   (a) adott ponttól adott a távolságra levő pontok halmaza a síkban,
   (b) két ponttól egyenlő távolságra levő pontok halmaza a síkban,
   (c) a sík adott egyenesétől adott a távolságra levő pontok halmaza a síkban!

⇨ 9. Definiálja a merev eltolásokat a síkban, sorolja fel és mutassa be őket példák segítségével!

⇨ 10. Bizonyítsa be, hogy a pontra (az origóra) vonatkozó tükrözés a síkban merev eltolás!

⇨ 11. Bizonyítsa be, hogy az egyenesre vonatkozó tükrözés a síkban merev eltolás!

⇨ 12. Definiálja a középpontos hasonlóságot a síkban és a hasonlósági transzformációt! Sorolja fel a háromszögek hasonlóságára vonatkozó tételeket!

13. Mikor határozza meg a síkot három pont? Hogyan adhatjuk meg másképpen is a síkot a térben?

3.2 A szög

1. Definiálja a szög fogalmát, és magyarázza meg a következő kifejezéseket: szár, csúcs, nullszög, derékszög, egyenesszög, teljesszög, hegyesszög és tompaszög! Hogyan mérünk szöget?
2. Definiálja a következő fogalmakat: szomszédos szögek, mellékszögek, csúcsszögek, pótszögek és társszögek!
3. Definiálja a szögek egybevágóságát! Milyen kapcsolat van a párhuzamos és a merőleges szárú szögek között?

⇨ 4. Definiálja két egyenes hajlásszögét, egyenes és sík hajlásszögét és két sík hajlásszögét! Mikor merőleges egymásra két sík?

5. Mikor merőleges az egyenes a síkra? Mit mondhatunk:
   (a) két, egy síkra merőleges egyenesről?
   (b) két, egy egyenesre merőleges síkról?

3.3 Háromszög

1. Mi a háromszög? Mikor lehet három szám egy háromszög oldalainak hossza? Mit tud az ezen oldalakkal szemben fekvő szögekről?
2. Mondja el a szinusztételt! Mikor alkalmazzuk?

⇨ 3. Bizonyítsa be, hogy az ABC háromszögben érvényes a következő egyenlőség: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$!

4. Definiálja a háromszög belső és külső szögét! Bizonyítsa be, hogy a háromszög belső szögeinek összege 180°! Mennyi a háromszög külső szögeinek összege?
5. Definiálja a háromszög magasságát, az oldalfelező merőlegesét, a szögfelezőt, a háromszögbe írt kör középpontját, a háromszög köré írt kör középpontját, a súlypontot és a magasságpontot!
6. Ábrázolja derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasságot! Hány hasonló háromszöget kap? Válaszát indokolja meg!

⇨ 7. Ábrázolja derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasságot! Hány hasonló háromszöget kap? Válaszát indokolja meg! Vezessen le egy, a derékszögű háromszögre vonatkozó tetszőleges tételt!

8. Mondja el a háromszögek egybevágóságára vonatkozó tételeket!
9. Mikor hasonló két háromszög? Mondjon néhány, a háromszögek hasonlóságára vonatkozó tételt! Mit tud a hasonló háromszögek kerületéről és területéről?

10. Fogalmazza meg a koszinusztételt és a Pitagorasz-tételt! Mikor alkalmazzuk őket?

⇨ 11. Bizonyítsa a koszinusztételt! Alkalmazza a koszinusztételt a derékszögű háromszögben! Mit kap?

3.4 Négyszög. Sokszög

1. Definiálja a paralelogrammát! Milyenek a paralelogramma tulajdonságai? Soroljon fel speciális paralelogrammákat!

⇨ 2. Definiálja a paralelogrammát, és soroljon fel néhány szükséges és elégséges feltételt ahhoz, hogy egy négyszög paralelogramma legyen! Milyenek a paralelogramma tulajdonságai? Soroljon fel speciális paralelogrammákat!

3. Bizonyítsa be, hogy a paralelogramma átlói felezik egymást!

4. Bizonyítsa be, hogy a rombusz átlói merőlegesek egymásra!

5. Definiálja a trapézt és az egyenlő szárú trapézt, és sorolja fel tulajdonságaikat! Mi a trapéz középvonala? Hogyan számítjuk ki a trapéz területét?

6. Vezesse le a paralelogramma, a háromszög, a deltoid és a trapéz területképleteit!

7. Definiálja a szabályos n-szöget! Mennyi a konvex n-szög belső szögeinek összege? Mennyi az n-szög átlóinak száma?

⇨ 8. Definiálja a szabályos n-szöget! ! Mennyi a konvex n-szög belső szögeinek összege? Mennyi az n-szög átlóinak száma? Vezesse le az n-szög átlóinak számát megadó képletet!

⇨ 9. Definiálja a húr- és az érintőnégyszöget! Írja le tulajdonságaikat!

⇨ 10. Számítsa ki az r sugarú körbe írt szabályos n-szög oldalának hosszát és a területét!

3.5 Kör (körlap) és körvonal

1. Definiálja a kört! Írja le két, egy síkban levő kör kölcsönös helyzetét! Keresse meg a sugarak és a középpontok távolságai közötti összefüggéseket!

2. Milyen lehet az egy síkban levő egyenes és kör kölcsönös helyzete? Mi a kör érintője? Hogyan szerkesztünk körhöz adott pontjában érintőt?

⇨ 3. Hogyan szerkesztünk körhöz adott pontból érintőt? Milyen helyzeteket különböztetünk meg? A szerkesztést indokolja meg!

4. Definiálja a középponti és a kerületi szöget! Mi az összefüggés az azonos ívhez tartozó kerületi és középponti szög között?

⇨ 5. Bizonyítsa a félkörben levő szögre vonatkozó Thalész-tételt!

3.6 Testek. Térfogat és felszín

1. Írja le a hasábot! Adja meg a hasáb térfogatképletét és az egyenes hasáb felszínképletét! Milyen hasábokat ismer?

2. Írja le az egyenes körhengert! Mi az ilyen körhenger metszete a körhenger tengelyét tartalmazó síkkal? Mi az ilyen körhenger metszete a körhenger tengelyére merőleges sikkal?

3. Írja le a körkúpot! Adja meg az egyenes körkúp felületének és területének képletét!

⇨ 4. Írja le a gúlát! Adja meg az egyenes gúla felületének és területének képletét!

⇨ 5. Írja le az egyenes körkúpot! Adja meg felületének és területének képletét! Mit tud a körkúpok nevezetes metszeteiről az alaplappal párhuzamos síkkal?

⇨ 6. Írja le a gúlát! Adja meg felületének és területének képletét! Mit tud a gúlák nevezetes metszeteiről az alaplappal párhuzamos síkkal?

⇨ 7. Mit tud mondani a középpontos hasonlósággal nyújtott téglatestek felszínéről és térfogatáról? Vezesse le a képleteket! Általanosítható-e a példa?

4.1–4.3 Műveletek vektorokkal

1. Mikor egyenlő két vektor? Mi a nullvektor, és mi az ellentett vektor? Hogyan adunk össze és vonunk ki vektorokat (grafikusan)?
2. Definiálja a vektor szorzatát számmal, és sorolja fel e művelet tulajdonságait! Mikor kollineáris két vektor? Mi az egységvektor?
3. ⇨ Mi a sík (a tér) bázisa? Hányféle módon lehet felírni a vektort a sík (tér) adott bázisvektorainak lineáris kombinációjaként? Mi az ortonormált bázis?
4. Adja meg a térbeli derékszögű koordináta-rendszert! Adja meg az A pont helyvektorát az ortonormált bázisban! Milyen az A pont helyvektora és az A pont koordinátáinak kapcsolata? Határozza meg az $\overrightarrow{AB}$ vektor koordinátáit az A és B pont koordinátáinak ismeretében!
5. Írja fel az AB (térbeli) szakasz felezőpontjának koordinátáit az A és B pont koordinátáinak ismeretében! A képletet indokolja meg!
6. Definiálja a skaláris szorzatot, és sorolja fel tulajdonságait! Milyen két kollineáris vektor skaláris szorzata? Adja meg két vektor merőlegességének kritériumát!
7. Hogyan számítjuk ki két vektor skaláris szorzatát az ortonormált bázisban? Hogyan számítjuk ki a vektor hosszát és két vektor által közbezárt szöget az ortonormált bázisban?
8. ⇨ Hogyan ellenőrizzük két vektor kollinearitását a térben? Hogyan ellenőrizzük a három pont kollinearitását a térben?

5.1 Lineáris függvény, lineáris egyenlet és egyenlőtlenség. Lineáris egyenletrendszerek és egyenlőtlenség-rendszerek

1. Definiálja a lineáris függvényt! Milyen a grafikonja? Hogyan függ a grafikon az iránytényezőjétől? Milyenek a grafikonok, ha a két lineáris függvény iránytényezője egyenlő?
2. ⇨ Írja fel az $f(x) = kx + n;\ k \neq 0$ függvény inverz függvényét!
3. Vezesse le a lineáris függvény egyenletét, ha adott grafikonjának két pontja, $A(x_1, y_1)$ és $B(x_2, y_2)$!
4. Írja fel az egyenes egyenletét implicit, explicit és tengelymetszetes alakban! Melyik egyenesek egyenletét írhatjuk fel az előbbi alak valamelyikében?
5. Hogyan számítjuk ki két egyenes hajlásszögét az adott koordináta-rendszerben a síkban? Mikor párhuzamos, és mikor merőleges két egyenes?

6. Írja fel azoknak az egyeneseknek az egyenletét a síkban, amelyek
   (a) áthaladnak a $T\left(a, b\right)$ ponton!
   (b) nem metszik az adott egyenest!
7. Mi az egyenlet megoldása? Mikor ekvivalens két egyenlet? Írja le azokat az eljárásokat, amelyek az adott egyenest ekvivalens egyenletté alakítják át!

⇨ 8. Hány megoldása van az $ax + b = 0$ egyenletnek az a és b különböző értékeinél?

⇨ 9. Adott f függvény ismeretében mi a geometriai jelentése az $f(x) \leq 0$ vagy $f(x) \geq 0$ egyenlőtlenségnek? Hogyan oldunk meg ilyen egyenlőtlenségeket?

10. Hogyan oldunk meg egyismeretlenes lineáris egyenlőtlenségeket? Mik a megoldáshalmazok?

⇨ 11. Vizsgálja meg az $ax + b \geq 0$; $(ax + b \leq 0)$ lineáris egyenlőtlenséget!

12. Határozza meg azokat a ponthalmazokat a síkban, amelyek eleget tesznek a következő feltételnek: $ax + by - c = 0$, a és b nem egyszerre 0!

⇨ 13. Határozza meg azokat a ponthalmazokat a síkban, amelyek eleget tesznek a következő feltételnek:
   (a) $ax + by - c = 0$, a és b nem egyszerre 0,
   (b) $ax + by - c \geq 0$; $b \neq 0$.

14. Írja fel a kétismeretlenes lineáris egyenletrendszer általános alakját! Hány megoldása van? Adja meg geometriai jelentését!
15. Mit értünk a kétismeretlenes lineáris egyenletrendszer megoldásán? Hogyan oldunk meg kétismeretlenes lineáris egyenletrendszert?

⇨ 16. Magyarázza el a Gauss-féle eliminációs algoritmust a lineáris egyenletrendszerek megoldásának alkalmazásában!

5.2 Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség

1. Mi a másodfokú függvény? Mi az értelmezési tartománya? Írja fel a másodfokú függvény felírásának három leggyakoribb alakját, és magyarázza el az egyes paraméterek (együtthatók) jelentését!
2. Írja fel a vegyes másodfokú függvényt! Mi a jelentése egy másodfokú függvény esetén a másodfokú tag együtthatójának, a konstans tagnak és a diszkriminánsnak? Ábrázolja az $f(x) = ax^2$; $a \neq 0$ függvény grafikonját!

⇨ 3. Vezesse le a másodfokú függvény tengelyponti egyenletét!

⇨ 4. Hogyan állítja elő az $f(x) = ax^2 + bx + c$ másodfokú függvény grafikonját az $y = x^2$ masodfokú parabolából eltolással és nyújtással? Hol van a masodfokú függvény grafikonjának a tengelypontja?

5. Írja fel a másodfokú egyenletet! Hogyan oldjuk meg? Milyen a megoldhatóság az $\mathbb{R}$-ben és a $\mathbb{C}$-ben?

⇨ 6. Írja fel és bizonyítsa az $ax^2 + bx + c = 0$ másodfokú egyenletre vonatkozó Vièta-képletet!

⇨ 7. Sorolja fel és magyarázza el:
   (a) a masodfokú függvény grafikonja és az egyenes
   (b) két masodfokú függvény grafikonjának
   kölcsönös helyzetét!

8. Hogyan oldunk meg másodfokú egyenlőtlenségeket? Mi a megoldáshalmaz? Segít az ábra!

5.3–5.5 Polinomok. Racionális törtfüggvények

1. Definiálja a természetes (páros, páratlan) kitevőjű hatványfüggvényt! Ábrázolja az $n = 2, 3$ kitevőjű hatványfüggvény grafikonjait, és írja le alapvető tulajdonságaikat!

⇨ 2. Definiálja a természetes kitevőjű hatványfüggvényt! Mutassa be, melyik hatványfüggvények párosak, illetve páratlanok, és a derivált segítségével keresse meg azok növekedési és fogyási (csökkenési) intervallumait!

3. Definiálja a polinomot, és írja le a polinomokkal való alapműveleteket (összeadás és szorzás)! Mikor egyenlő két polinom?

4. Fogalmazza meg a polinomok osztására vonatkozó alaptételt! Írja le a lineáris polinommal való osztást!

5. Írja le (indoklás, bizonyítás nélkül) a Horner-féle eljárást, és magyarázza el alkalmazását!

6. Mi a polinom zérushelye (gyöke)? Hány zérushelye (gyöke) van az n-edik fokú polinomnak? Hogyan írjuk fel a polinomot, ha ismerjük az összes zérushelyét (gyökét)?

⇨ 7. Mi a polinom (elsőrendű, többrendű) zérushelye (gyöke)? Fogalmazza meg az algebra alaptételét! Hány zérushelye (gyöke) van az n-edik fokú polinomnak? Hogyan írjuk fel a polinomot, ha ismerjük az összes zérushelyét (gyökét)?

8. Hány valós (komplex) zérushelye (gyöke) van a 4-edfokú valós együtthatós polinomnak? Határozzon meg minden lehetőséget! Válaszát indokolja meg!

⇨ 9. Mutassa be, hogy két valós együtthatós tényezőre bontható az $n \geq 3$ fokú valós együtthatójú polinom egy $a + bi, b \neq 0$ komplex zérushelye (gyöke) ismeretében!

10. Hogyan keressük meg az egész együtthatós polinom egész és racionális zérushelyeit (gyökét)?

⇨ 11. Hogyan keressük meg az egész együtthatós polinom egész és racionális zérushelyeit (gyökét)? A válaszát indokolja meg!

⇨ 12. Magyarázza el a biszekció módszerét a polinom valós zérushelyeinek (gyökeinek) keresésénél, illetve az egyenletek megoldásánál! Megtalálhatjuk-e biszekcióval a páros rendű zérushelyet (gyököt)?

13. Magyarázza el a polinom grafikonja rajzolásának eljárását! Mi a szerepe a grafikon ábrázolásánál a legmagasabb fokú tag együtthatójának, és mi a konstans tagnak? Hogyan viselkedik a polinom grafikonja a zérushely (gyök) közelében?

14. Egy koordináta-rendszerben ábrazolja az n-kitevőjű; $n = -1, -2, -3$ hatványfüggvények grafikonjait, és sorolja fel alapvető tulajdonságaikat! Nevezze meg a negatív kitevőjű hatványfüggvények közös tulajdonságait!

15. Definiálja a racionális törtfüggvényt! Mi a racionális törtfüggvény zérushelye (gyöke), és mi a pólusa? Hogyan viselkedik a racionális törtfüggvény grafikonja a végtelenben (távol a kiindulóponttól)? Hogyan viselkedik a racionális törtfüggvény grafikonja a pólus közelében?
16. Hol változtatja meg a racionális törtfüggvény (polinomfüggvény) az előjelét? Hogyan oldunk meg racionális (polinom) egyenlőtlenséget?

⇨ 17. Definiálja a racionális törtfüggvényt! Mikor van a racionális törtfüggvénynek ferde aszimptotája, és hogyan keressük azt meg?

5.6 Másodfokú algebrai egyenletek. Kúpszeletek

1. Magyarázza el a kúpszelet elnevezést, és sorolja fel, ábrázolja és írja le a kúpszeletek típusait!
2. Adja meg a kör geometriai definícióját! Írja fel a $T(p,q)$ középpontú, r sugarú kör egyenletét!

⇨ 3. Adja meg a kör geometriai definícióját! Írja fel a $T(p,q)$ középpontú, r sugarú kör egyenletét! Melyik feltétel szükséges ahhoz, hogy az $Ax^2+Cy^2+2Dx+2Ey+F=0$ egyenlet kör egyenlete legyen?

4. Adja meg az ellipszis geometriai definícióját, és írja fel azon ellipszis egyenletét, amely tengelyei a koordináta-rendszer tengelyein fekszenek! Írja le a féltengelyek geometriai jelentését!
5. Adja meg a hiperbola geometriai definícióját, és írja fel azon hiperbola egyenletét, amely tengelyei a koordináta-rendszer tengelyein fekszenek! Írja le a féltengelyek és az aszimptoták geometriai jelentését!
6. Adja meg a parabola geometriai definícióját, és írja fel csúcsponti egyenletét! Határozza meg az $y^2=2px$ és $y=ax^2$ egyenletű parabola fókuszpontjának koordinátáit és vezéregyenesének egyenletét!

⇨ 7. Milyen síkponthalmazokat állíthat elő az $Ax^2+Cy^2+2Dx+2Ey+F=0$ egyenlet?

6.1–6.2 Exponenciális és logaritmusfüggvény. Exponenciális és logaritmikus egyenlet

1. Definiálja az exponenciális függvényt, ábrázolja grafikonját, és írja le alapvető tulajdonságait!
2. Egy koordináta-rendszerben ábrázolja a különböző alapú $(0<a<1,\ a>1)$ exponenciális függvények grafikonjait! Miben egyeznek, és miben különböznek a grafikonok?
3. Definiálja az $a\,(a>0,\ a\neq 1)$ alapú logaritmusfüggvényt, és ábrázolja grafikonját! Írja fel értelmezési tartományát, és sorolja fel tulajdonságait!
4. Sorolja fel a logaritmus azonosságait!

⇨ 5. Adja meg az $\ln x$ és $\log x$ függvények közötti összefüggést és indokolja!

⇨ 6. Bizonyítsa be :
   (a) $\log x^m = m\log x$,
   (b) $\log x+\log y=\log xy$!

7. Mutassa be, hogy az $f(x)=\log x$ függvény grafikonja metszi a tetszőleges, az abszcisszatengellyel párhuzamos egyenest (határozza meg a metszéspontot)!

⇨ 8. Magyarázza el az exponenciális függvény használatát a természetes növekedés leírásában!

6.3–6.5 Szögfüggvények és ciklometrikus függvények. Trigonometria

1. Definiálja a szögfüggvényeket az a, b befogójú és c átfogójú derékszögű háromszögben, és vezesse le alapösszefüggéseiket!
2. Definiálja az $x \mapsto \sin x$ függvényt tetszőleges x szög esetében, ábrázolja grafikonját, és sorolja fel tulajdonságait!
3. Definiálja az $x \mapsto \cos x$ függvényt tetszőleges x szög esetében, ábrázolja grafikonját, és sorolja fel tulajdonságait!
4. Hol és hogyan van definiálva az $x \mapsto \tan x$ függvény? Ábrázolja grafikonját, és írja le tulajdonságait!
5. Hol és hogyan van definiálva az $x \mapsto \cot x$ függvény? Ábrázolja grafikonját, és írja le tulajdonságait!

⇨ 6. Hasonlítsa össze a szinusz- és a koszinuszfüggvényeket! Melyek az azonos, és melyek a különböző tulajdonságok? Adja meg mindkét függvény zérushelyeit!

7. Egy koordináta-rendszerben ábrázolja a szinusz- és a koszinuszfüggvény grafikonját, és számítsa ki a metszéspontok koordinátáit!

⇨ 8. Hasonlítsa össze a tangens- és a kotangensfüggvényeket! Melyek az azonos, és melyek a különböző tulajdonságok?

9. Az $\alpha: 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ és $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ szög szinuszfüggvényével fejezze ki a másik három szögfüggvényt!

⇨ 10. Az $\alpha: 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ és $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ szög tangensfüggvényével fejezze ki a másik három szögfüggvényt!

11. Hasonlítsa össze a pótszögek, a kiegészítő szögek és a negatív szögek szögfüggvényértékeit mind a négy szögfüggvényre!
12. Vezesse le a kétszeres szög szinuszát, koszinuszát és tangensét az addíciós tételek alkalmazásával!

⇨ 13. Vezesse le a szög háromszorosának szinuszát és koszinuszát az addíciós tételek alkalmazásával!

⇨ 14. Vezesse le a félszögek szinuszát és koszinuszát!

⇨ 15. Vezesse le az addíciós tételekből a szögfüggvények összegét szorzattá alakító képleteket!

16. Definiálja az $x \mapsto \arcsin x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya, és mi az értékkészlete?
17. Definiálja az $x \mapsto \arccos x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya, és mi az értékkészlete?
18. Definiálja az $x \mapsto \arctan x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya, és mi az értékkészlete?

⇨ 19. Definiálja az $x \mapsto \arcsin x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya, és mi az értékkészlete? Rajzolja meg grafikonját!

⇨ 20. Definiálja az $x \mapsto \arccos x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya, és mi az értékkészlete? Rajzolja meg grafikonját!

⇨ 21. Definiálja az $x \mapsto \arctan x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya, és mi az értékkészlete? Rajzolja meg grafikonját!

7.1 Sorozatok és sorok

1. Mi a pont környezete a számegyenesen? Írja fel a feltételét annak, hogy az adott x szám az a-szám ε- környezetében fekszik!
2. Mi a sorozat? Mikor növekedő (csökkenő), mikor korlátos?
3. ⇨ Mi a sorozat határértéke? Sorolja fel a konvergens sorozatok határértékeivel való műveletek szabályait!
4. Mikor számtani a sorozat? Írja fel az általános n-edik tagot és az első n tag összegét megadó képletet! Mit értünk két szám számtani közepén?
5. Mikor mértani a sorozat? Írja fel az általános n-edik tagot és az első n tag összegét megadó képletet! Mit értünk két pozitív szám mértani közepén?
6. ⇨ Bizonyítsa be, hogy két pozitív szám mértani közepe kisebb vagy egyenlő ugyanazon számok számtani közepével! Írja fel a feltételét annak, hogy a számtani közép egyenértékű a mértani középpel!
7. Mikor van a végtelen mértani sorozatnak összege, és mekkora az?
8. Írja fel és magyarázza el a kamatoskamat-számítás alapfogalmait és képleteit!

8.1 Kombinatorika

1. Fogalmazza meg a kombinatorika alaptételeit és az összegre vonatkozó szabályt! Mi a kiválasztási fa?
2. Mik az ismétlés nélküli permutációk, és mennyi a számuk?
3. ⇨ Mik az ismétlés nélküli permutációk, és mennyi a számuk? Mik az ismétléses permutációk? Mennyi a számuk?
4. ⇨ Mik az ismétlés nélküli variációk, és mik az ismétléses variációk? Mennyi van az előzőből, és mennyi az utobbiból?
5. ⇨ Hány leképezés van két adott véges halmaz között? Hány bijektív leképezés van két véges azonos erejű halmaz között?
6. Mik a kombinációk, és mennyi a számuk? Mi a binomiális együttható, és melyek a tulajdonságai?
7. Fogalmazza meg a binomiális tételt! Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak?
8. Írja le a Pascal-háromszöget, és magyarázza meg a binomiális együtthatókkal való összefüggést!
9. ⇨ Fogalmazza meg a binomiális tételt! Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak? Indokolja meg az utolsó kérdésre adott válaszát!
10. ⇨ Hasonlítsa össze az ismétlés nélküli variációkat és a kombinációkat! Mi az összefüggés a V_n^r és C_n^r számok között?

9.1–9.2 Valószínűségszámítás és statisztika

1. Példa segítségével írja le a valószínűségszámítás alapfogalmait: kísérlet, esemény (elemi, összetett, véletlen), az esemény valószínűsége!
2. Mi az események összege, és mi az ellentett esemény? Hogyan számítjuk ki ezek valószínűségét?
3. Mi az események szorzata? Mikor egymást kizáróak az események? Hogyan számítjuk ki ilyen események összegének valószínűségét?
4. ⇨ Mi az események szorzata? Hogyan számítjuk ki valószínűségét?
5. ⇨ Definiálja a feltételes valószínűséget! Mikor függetlenek az események? Hogyan számítjuk ki a független események szorzatának valószínűséget?
6. Példa segítségével ismertesse a statisztikai alapfogalmakat: alapsokaság, minta, statisztikai elem, statisztikai jellemző, statiszikai paraméter!
7. Mit értünk középértéken (számtani közép) és szóráson, és hogyan számítjuk ki őket?
8. Írja le a statisztikai adatok szemléltetését a relatív gyakoriság poligonja, hisztogramja ill. kördiagramja segítségével!

10.1–10.3 A függvény határértéke. Derivált és differenciál. Integrál

1. ⇨ Definiálja a függvény határértékének fogalmát, és adja meg azokat a szabályokat, amelyek megadják két függvény összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának a határértékeit!
2. ⇨ Magyarázza el a függvény folytonosságának fogalmát! Írjon fel olyan példát, ahol a függvény csak egy pontban nem folytonos!
3. ⇨ Mit mondhatunk az f függvény grafikonjáról, ha:
   (a) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = a$ vagy $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = a$,
   (b) $\lim\limits_{x\to b} f(x) = \infty$ vagy $\lim\limits_{x\to b} f(x) = -\infty$,
   (c) $\lim\limits_{x\to c} f(x) = f(c)$.
4. Mi az f függvény differenciálhányadosa, és mi annak geometriai jelentése?
5. Mi az f függvény pontbeli deriváltja, és mi annak geometriai jelentése?
6. Sorolja fel azokat a szabályokat, amelyek megadják két függvény összegének, szorzatának és hányadosának deriváltját, és vezesse le azon képletet, amellyel deriválható a függvény számszorosa!
7. Definiálja a függvény lokális extrémumát és a függvény extrémumát az adott környezetben! Hogyan állapítjuk meg a deriválható függvény extrémumait az adott zárt intervallumon?
8. Mi a stacionárus pont? Hogyan állapítjuk meg a derivált segítségével azt a tényt, hogy extrémum van-e a stacionárus pontban?
9. ⇨ Hogyan approximáljuk a deriválható függvény értékeit az adott pont közelében derivált segítségével?

10. Írja fel a következő függvények deriváltjait:

$f(x) = ax^2 + bx + c\left(a, b, c \in \mathbb{R}\right)$, $g(x) = x^r \left(r \in \mathbb{R}\right)$, $h(x) = \tan x$,

$u(x) = e^{kx} \left(k \in \mathbb{R}\right)$, $v(x) = \ln(kx) \left(k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\right)$!

11. Hogyan számítjuk ki az $f(x)$ függvénygrafikon és az abszcisszatengely hajlásszögét? Hogyan számítjuk ki két függvény, $f(x)$ és $g(x)$, grafikonjának hajlásszögét a metszéspontban?

12. Mi az f függvény határozatlan integrálja? Hogyan számítjuk ki két függvény összegének, illetve különbségének és egy függvény számszorosának határozatlan integrálját?

⇨ 13. Milyen az adott intervallumon folytonos függvény határozott integráljának geometriai jelentése, és mi az integrálszámítás alapképlete (Newton–Leibnitz)?

14. Írja fel a következő függvények határozatlan integráljait:

$f(x) = ax + b\left(a, b \in \mathbb{R}\right)$,

$g(x) = mx^n \left(m, n \in \mathbb{R}\right)$, $h(x) = \sin x$, $u(x) = e^{kx} \left(k \in \mathbb{R}\right)$!

⇨ 15. Írja fel, és magyarázza el a forgástest térfogatának képletét!

16. Hogyan számítjuk ki határozott integrál alkalmazásával egy olyan síkidom területét, amely két függvény grafikonjával van meghatározva?

⇨ 17. Példán magyarázza el újabb ismeretlen bevezetését a határozatlan és a határozott integrál számításában (integrálás helyettesítéssel)!

7. MATEMATIKAI JELEK

Halmazok

$\in$	eleme
$\notin$	nem eleme
$\{x_1, x_2, \ldots\}$	az $x_1,\ x_2 \ldots$ elemek halmaza
$\{x; \ldots\},\ \{x \mid \ldots\}$	minden olyan *x* halmaza, hogy …
$m(A),\ \lvert A \rvert$	az A halmaz elemeinek száma (a halmaz számossága, a halmaz ereje)
$\mathscr{P}A$	az A halmaz hatványhalmaza
$\sim$	egyenlő számosságú (erejű) halmazok
$\emptyset$	üres halmaz
$\mathcal{U}$	alaphalmaz
$A^c,\ \complement A$	az A halmaz komplementuma
$\mathbb{N}$	a természetes számok halmaza
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	az egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^+$	a pozitív egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^-$	a negatív egész számok halmaza
$\mathbb{Q}$	a racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^+$	a pozitív racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^-$	a negatív racionális számok halmaza
$\mathbb{R},\ (-\infty, \infty)$	a valós számok halmaza
$\mathbb{R}^+,\ (0,\ \infty)$	a pozitív valós számok halmaza
$\mathbb{R}_0^+,\ [0,\ \infty)$	a nemnegatív valós számok halmaza
$\mathbb{R}^-,\ (-\infty, 0)$	a negatív valós számok halmaza
$\mathbb{C}$	a komplex számok halmaza
$\subset$	részhalmaz
$\not\subset$	nem részhalmaz
$\cup$	egyesítés
$\cap$	metszet
$\setminus$	a halmazok különbsége
$[a, b]$	zárt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \le x \le b\}$
$[a, b),\ [a, b[$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \le x < b\}$
$(a, b],\ ]a, b]$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x \le b\}$
$(a, b),\ ]a, b[$	nyílt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

■ Relációk és műveletek

(a, b)	rendezett pár
$A \times B$	Descartes-szorzat (direkt szorzat)
$=$	egyenlő
$\neq$	nem egyenlő
$\doteq, \approx$	közelítőleg egyenlő
$<$	kisebb
$\leq$	kisebb vagy egyenlő
$>$	nagyobb
$\geq$	nagyobb vagy egyenlő
$+$	plusz (összeadás)
$-$	mínusz (kivonás)
$\cdot, \times$	szor, szer, ször (szorzás)
:	osztva (osztás)
$(a \mid b)$	a osztója b-nek
$D(a, b)$	az a és a b szám legnagyobb közös osztója
$v(a, b)$	az a és a b szám legkisebb közös többszöröse
$\sum$	összegezés (szumma) jele
$\lvert a \rvert$	az a szám abszolút értéke

■ Geometria. Vektorok

$d(A, B)$	az A és B pont távolsága
$\lvert AB \rvert$	az AB szakasz hossza
$\sphericalangle$	szög
$\triangle$	háromszög
$\parallel, //$	párhuzamos
$\perp$	merőleges
$\cong$	egybevágó
$\sim$	hasonló
$\overrightarrow{AB}, \vec{a}$	az $\overrightarrow{AB}$ vektor, az $\vec{a}$ vektor
$s\vec{a}$	a $\vec{a}$ vektor szorzása az s számmal
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ vektorok skaláris szorzata
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	az ortonormált bázis vektorai
$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$	az $\vec{a}$ vektor, ahol az a_1, a_2, a_3 az $\vec{a}$ vektor koordinátái
$\lvert \vec{a} \rvert$	az $\vec{a}$ vektor hossza
$\vec{r}_A$	az A pont helyvektora
$A(x, y)$	az x és y koordinátájú A pont a síkban

$A(x,\, y,\, z)$	az x, y és z koordinátájú A pont a térben
S, p	terület
V	térfogat
P	felszín
R	a háromszög köré írt kör sugara
r	a háromszögbe írt kör sugara

■ Logika

$\neg$	negáció
$\wedge,\ \&$	konjunkció
$\vee$	diszjunkció
$\Rightarrow$	implikáció
$\Leftrightarrow$	ekvivalencia
$\forall$	minden elemre érvényes
$\exists$	létezik olyan elem, amelyre érvényes

■ Függvények

f	f függvény
$f: A \to B$	az A halmazt a B halmazba leképező függvény (leképezés)
$x \mapsto f(x)$	az x elemhez $f(x)$ -t rendeljük
D_f	az f függvény értelmezési tartománya
Z_f	az f függvény értékkészlete
f^{-1}	az f függvény inverz függvénye
$f \circ g$	összetett függvény
$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	az f függvény határértéke, amikor x közeledik a – hoz
$\lim\limits_{n \to \infty} a_n$	az a_n általános tagú sorozat határértéke
$f' = \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$	az f függvény (első) deriváltja
$\int f(x)\mathrm{d}x$	az f függvény határozatlan integrálja
$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$	az f függvény *a* -tól *b* -ig vett határozott integrálja

■ Komplex számok

i	képzetes egység
$\mathrm{Re}\, z$	a z komplex szám valós része
$\mathrm{Im}\, z$	a z komplex szám képzetes része
$\lvert z \rvert$	a z komplex szám abszolút értéke
$\overline{z},\ z^*$	a z komplex szám konjugáltja

Kombinatorika. Valószínűségszámítás. Statisztika

P_n	n elem ismétlés nélküli permutációnak száma
$P_n^{m_1, m_2, \ldots, m_k}$	n elem ismétléses permutációinak száma
$n!$	n faktoriális
V_n^r	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli variációinak száma
${}^{(p)}V_n^r$	n elem r -ed osztályú ismétléses variációinak száma
$\binom{n}{k}$	binomiális együttható (k felett az n)
$C_n^r = \binom{n}{r}$	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli kombinációinak száma
G	biztos esemény
N	lehetetlen esemény
$E_1, E_2, E_3, \ldots$	elemi események
A'	az A esemény ellentett eseménye
$A \cup B$	az A és B események összege
$A \cap B,\ A \cdot B$	az A és B események szorzata
$A \setminus B$	az A és B események különbsége
$A \subset B$	az A esemény maga után vonja a B eseményt (egy A eseménynek egy B esemény bekövetkezése)
$P(A)$	az A esemény valószínűsége
$P(A\|B)$	annak a valószín sége, hogy az A esemény bekövetkezik, feltéve hogy a B esemény is bekövetkezik (feltételes valószínűség)
$\overline{x},\ \mu$	középérték
σ^2	szórásnégyzet
σ	szórás

8. A FELADATLAPHOZ MELLÉKELT KÉPLETEK

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$

- A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2=ca_1,\ b^2=cb_1,\ v_c^2=a_1b_1$

- A háromszög köré írt és a háromszögbe írt kör sugara: $R=\frac{abc}{4S},\ r=\frac{S}{s},\ s=\frac{a+b+c}{2}$

- A félszögek szögfüggvényei:

  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$

- A szög háromszorosának szögfüggvényei:

  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x,\ \ \cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$

- Addíciós tételek:

  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\tan(x+y)=\dfrac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$

- Tényezőkre bontás:

  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \ \sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \ \cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y},\ \ \cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$

- A szögfüggvények szorzatának felbontása:

  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$

- A $T_0\left(x_0,y_0\right)$ pont távolsága az $ax+by-c=0$ egyenestől:

  $d\left(T_0,p\right)=\left|\dfrac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

- Az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ csúcsú háromszög területe:

  $S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

- Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$; $a > b$

- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, az a a valós féltengely.

- Parabola: $y^2 = 2px$, fókuszpont $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

- Integrálok:

  $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$, $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc\,sin} \frac{x}{a} + C$

Megjegyzés:

ISO standard	Hagyományos jelölés
$\tan x$	$\operatorname{tg} x$
$\cot x$	$\operatorname{ctg} x$
$\arctan x$	$\operatorname{arc\,tg} x$

9. A KÜLÖNLEGES BÁNÁSMÓDOT IGÉNYLŐ JELÖLTEK

Az érettségi vizsgáról szóló törvény 4. szakasza kimondja, hogy a jelöltek egyenlő feltételek közt tesznek érettségi vizsgát. A különleges bánásmódot igénylő jelöltek részére, akiket végzés alapján irányítottak a képzési programokba, indokolt esetekben pedig más jelöltek (sérülés, betegség) számára is, tekintettel hiányosságuk, korlátaik, zavaruk fajtájára és fokára, módosítani kell az érettségi vizsga végzésének és tudásuk értékelésének módját.

A következő módosítások lehetségesek:

1. az érettségi vizsga két részben, két egymást követő időszakban való teljesítése;
2. az érettségi vizsga idejének meghosszabbítása (a szünetek hosszabbítása is, illetve több rövidebb szünet beiktatása);
3. a vizsgaanyag formájának módosítása (pl. Braille-írás; nagyítás, ha a kérdések fordítása nem lehetséges; a vizsgaanyag beírása lemezre)
4. külön helyiség;
5. módosított munkakörülmények (világítás, emelés lehetősége ...);
6. speciális segédeszközök (Braille-írógép, megfelelő írószerek, fóliák domború rajz készítéséhez) használata;
7. vizsga más személy segítségével (aki pl. az írásban vagy olvasásban segít);
8. számítógép használata;
9. módosított szóbeli vizsga és hallás utáni értést mérő vizsga (felmentés, szájról olvasás, jelnyelvre való fordítás);
10. az érettségi vizsga gyakorlati részének módosítása (pl. a szemináriumi dolgozatok, gyakorlatok módosított teljesítése);
11. az értékelés módosítása (pl. azokat a hibákat, amelyek a jelölt zavarából erednek, nem tekintjük hibának; az értékeléskor a külső értékelők együttműködnek a különleges bánásmódot igénylő jelöltekkel való kommunikáció szakembereivel).

10. IRODALOM

Az általános érettségi vizsgára való felkészülésben a jelöltek a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa által jóváhagyott tankönyveket és taneszközöket használják. A jóváhagyott tankönyvek és taneszközök jegyzéke a Középiskolai tankönyvkatalógusban található, amely a Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete honlapján www.zrss.si olvasható.

ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI TANTÁRGYI VIZSGAKATALÓGUS - MATEMATIKA
A matematika Érettségi Bizottsága

A katalógust készítették:
Zvonka Alt
Dragomir Benko
mag. Ivan Drnovšek
mag. Jaka Erker
Marija Fric
Darka Hvastija
Milan Jevnikar
mag. Bogdan Kejžar
dr. Damjan Kobal
Bojan Kranjc
dr. Boris Lavrič
dr. Peter Legiša
dr. Bojan Mohar
dr. Dušan Pagon
mag. Marino Pavletič
Gregor Pavlič
dr. Tomaž Pisanski
mag. Alojz Robnik
Mirko Škof
Francka Vencelj Urbanij
dr. Janez Žerovnik

recenzensek:
Olga Arnuš
dr. Peter Legiša

nyelvi lektor: **Helena Škrlep**

fordította: **Silvija Vučak Virant**

lektorálta: **Mária Pisnjak**

A vizsgakatalógus a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa a 2005. június 16-i, 80. ülésén fogadta el, és a 2007. évi tavaszi vizsgaidőszaktól az új vizsgakatalógus hatályba lépéséig érvényes.
A katalógus érvényességéről az adott évben az az évi Általános érettségi vizsgakatalógus rendelkezik.

Kiadta
DRŽAVNI IZPITNI CENTER
a kiadásért felel: **mag. Darko Zupanc**

szerkesztő: **Joži Trkov**

műszaki szerkesztő: Barbara Železnik Bizjak
tördelés: Dinka Zec
nyomda: Državni izpitni center
Ljubljana 2005

A katalógus ára: 910,00 SIT

A tudáskatalógus belső használatra készült.