**Šifra kandidata:**

Državni izpitni center

MAREC

0 0 0 4 0 1 1 1

# MATEMATIKA

## Izpitna pola 1
## Osnovna raven

**18. marec 2000 / 120 minut**

*Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:*
*kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.*
*Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.*

**PREDMATURITETNI PREIZKUS**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!**
**Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte. Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Število točk, ki jih lahko dosežete je 72. **Naloge, pisane z navadnim svinčnikom, nejasne in nečitljive rešitve se ovrednotijo z nič (0) točkami. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.**

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.*

# Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ \ldots\ +a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku $a^2=ca_1,\ b^2=cb_1;\ v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga $R=\frac{abc}{4S},\ r=\frac{S}{s},\ s=\frac{a+b+c}{2}$
- Prostornina prisekane piramide $V=\frac{1}{3}v\left(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2\right)$
- Prostornina in površina pokončnega prisekanega stožca
  $V=\frac{\pi}{3}v\left(R^2+Rr+r^2\right),\ P=\pi\left[R^2+r^2+(R+r)s\right]$
- Kotne funkcije polovičnih kotov
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \operatorname{tg}\frac{x}{2}=\frac{1-\cos x}{\sin x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x,\ \cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izreki:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$
  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$
  $\operatorname{tg}(x+y)=\frac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y}{1-\operatorname{tg}x\ \operatorname{tg}y}$
- Faktorizacija
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\operatorname{tg}x\pm\operatorname{tg}y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y},\ \operatorname{ctg}x\pm\operatorname{ctg}y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij
  $\sin x\ \sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right];\ \cos x\ \cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$
  $\sin x\ \cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Vektorski produkt vektorjev $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$ in $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ po komponentah
  $\vec{a}\times\vec{b}=(a_2b_3-a_3b_2,a_3b_1-a_1b_3,a_1b_2-a_2b_1)$
- Razdalja točke $T_0(x_0,y_0)$ od premice $ax+by-c=0$: $d(T_0,p)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$
  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2,\ \varepsilon=\frac{e}{a};\ a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2,\ \varepsilon=\frac{e}{a}$
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrali:
  $\int\frac{dx}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a}+C,\ \int\frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{a}+C$
  $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+k}}=\ln\left|x+\sqrt{x^2+k}\right|+C$
- Popolna verjetnost: $P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(A/H_i)$
- Bayesov obrazec: $P(H_k/A)=\frac{P(H_k)P(A/H_k)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(A/H_i)}$

1. Izračunajte natančno vrednost izraza $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}+0{,}25^{-\frac{1}{2}}\left(2^{-3}-1\right)$.

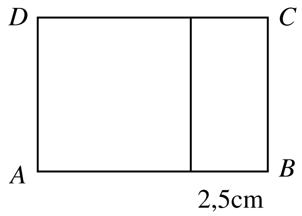
*(5 točk)*

2. Elipso z enačbo $x^2 + 4y^2 = 4$ zavrtimo za $90^0$ okrog izhodišča. Zapišite enačbo dobljene elipse in njeni gorišči.

*(6 točk)*

3. Pravokotnik *ABCD* s ploščino 31,5 $cm^2$ razdelimo na kvadrat in pravokotnik, ki ima krajšo stranico dolgo 2,5 cm, kot kaže slika. Izračunajte dolžini stranic pravokotnika *ABCD*.

*(6 točk)*

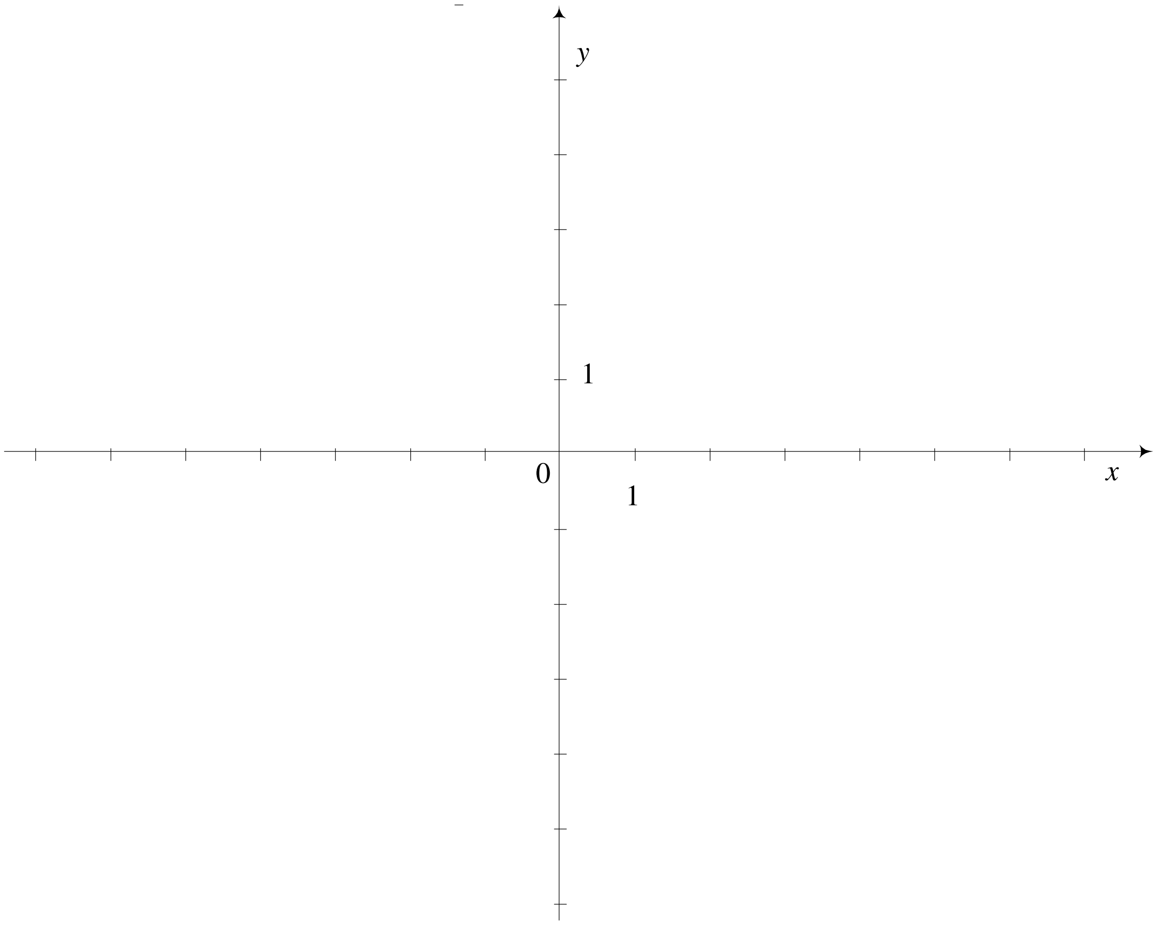


4. Dani sta funkciji

$$f(x) = -\frac{1}{3}x - 1 \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad \text{če je } x < 0 \\ 1 - x; & \quad \text{če je } x \geq 0 \end{cases}$$

V dani koordinatni sistem narišite grafa funkcij $f$ in $g$. Nato izračunajte abscise točk, v katerih se grafa sekata.

*(7 točk)*

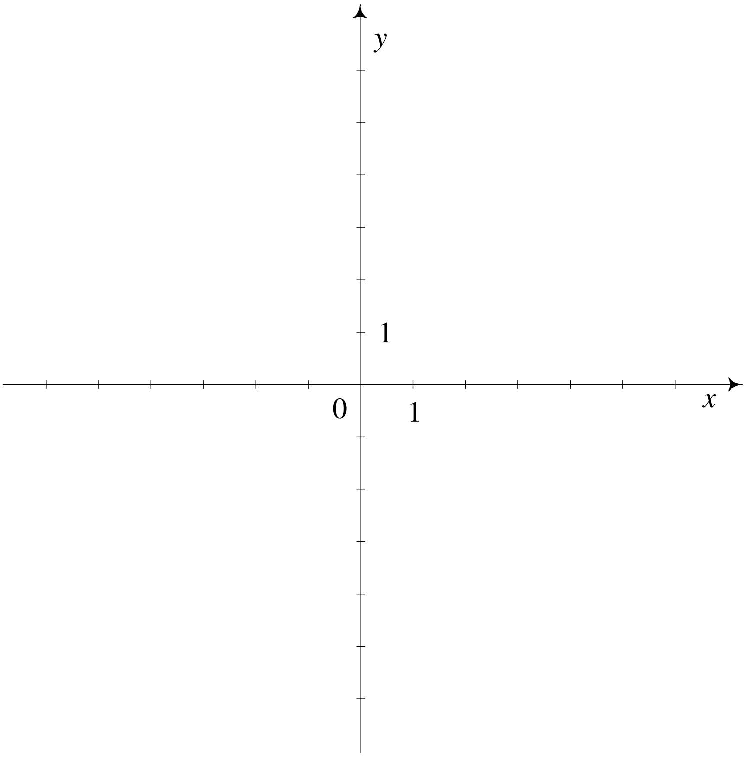


5. Zapišite vsa kompleksna števila $z$, za katera velja $z^2 = \bar{z}$.

*(7 točk)*

6. Dan je polinom $p(x) = x^3 - 3x + 2$. Izračunajte ničle in stacionarne točke ter narišite graf tega polinoma.

*(7 točk)*



7. V aritmetičnem zaporedju je prvi člen enak 2, $n$-ti člen je enak 302, vsota prvih $n$ členov pa je enaka 15352. Izračunajte število $n$ in diferenco $d$ tega zaporedja.

*(6 točk)*

8. Rešite enačbo: $\log_2 x = 2 - \log_2(x-3)$.

*(6 točk)*

9. V razredu je 15 deklet in 10 fantov. Izmed sebe bodo izžrebali tričlanski odbor za pripravo maturantskega plesa. Izračunajte verjetnost, da bosta v tem odboru zastopana oba spola.

*(5 točk)*

10. Kolikšen kot oklepata enotska vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$, če je vektor $\vec{a}$ pravokoten na vektor $\sqrt{2}\vec{b}-\vec{a}$?

*(6 točk)*

11. Z računom pokažite, da za vsak $x$ velja enakost

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{2})=\sin^2 x$$

*(5 točk)*

12. Žogica Marogica neutrudno poskakuje, tako da v $n$–tem skoku odskoči $a_n = 0{,}7 + \left(\frac{5}{4}\right)^{-0{,}01\,n}$ metra visoko. Zapišite na milimeter natančno, koliko odskoči prvič in koliko desetič. V katerem skoku odskoči 1,5 m visoko?

*(6 točk)*

PRAZNA STRAN

PRAZNA STRAN