Šifra kandidata:

**Državni izpitni center**

M 1 8 1 4 0 1 1 1

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

## Osnovna raven

# MATEMATIKA

Izpitna pola 1

**Sobota, 9. junij 2018 / 120 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*
*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).*
*Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 16 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 1 rezervno.*

M 1 8 1 4 0 1 1 1 0 2

Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia

V sivo polje ne pišite.

## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n$ liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + .... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$, $\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x \pm \sin y = 2\sin\frac{x \pm y}{2}\cos\frac{x \mp y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$

$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, če je $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$

1. V spodnji preglednici so dane izjave. Ugotovite njihove logične vrednosti in v razdelku Vrednost izjave obkrožite 1, če je izjava resnična (pravilna), ali 0, če je izjava neresnična (nepravilna). Glejte rešeni primer v prvi vrstici.

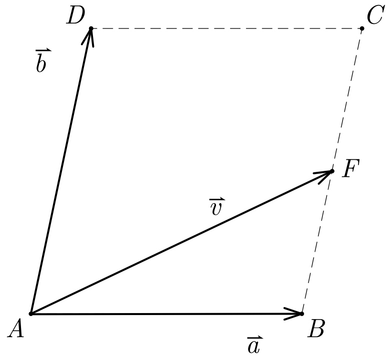
| Izjava | Vrednost izjave | |
|---|---|---|
| Za vsak $a \in \mathbb{R}$ velja $\left(-a^2\right)^3 = a^6$. | **1** | **0** |
| Števili 8 in 15 sta tuji si števili. | **1** | **0** |
| Število $\left(2^{10} + 2^{11}\right)$ je večkratnik števila 3. | **1** | **0** |
| Za vsak $a \in \mathbb{R}$ velja $\lvert a \rvert = a$. | **1** | **0** |
| $\mathrm{i}^{2018} = 1$ | **1** | **0** |
| Za poljubni števili $a,\ b \in \mathbb{R}$ velja $(a+b)^3 = a^3 + b^3$. | **1** | **0** |
| Obstajata števili $a,\ b \in \mathbb{R}$, da velja $(a+b)^3 = a^3 + b^3$. | **1** | **0** |

*(6 točk)*

V sivo polje ne pišite.

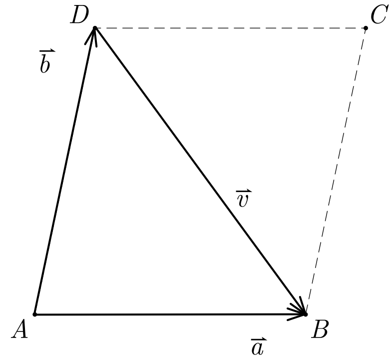
2. Na vsaki od spodnjih slik so paralelogrami $ABCD$ ter vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{v}$. Točke $E$, $F$ in $G$ so razpolovišča stranic, točka $S$ pa presečišče diagonal. Pod vsakim paralelogramom zapišite vektor $\vec{v}$ kot linearno kombinacijo vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{b}$. Glejte rešeni primer.

Rešeni primer



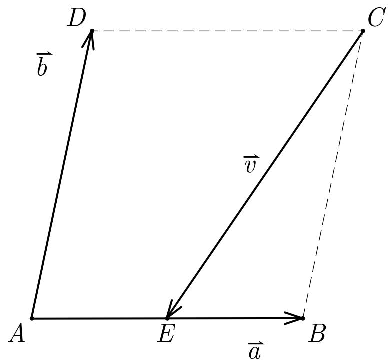

$\vec{v} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

2.1.



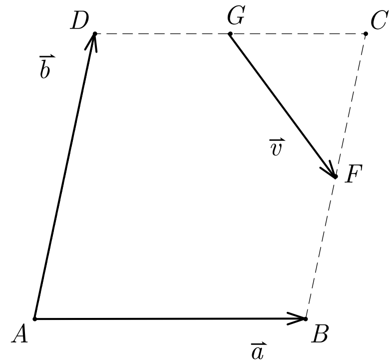

$\vec{v} =$ ____________________

2.2.



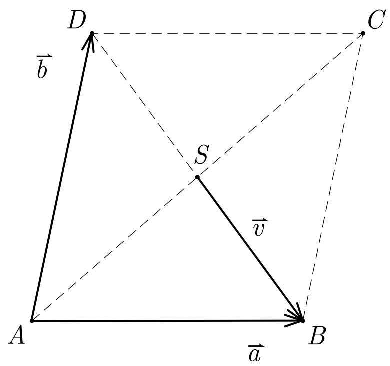

$\vec{v} =$ ____________________

2.3.



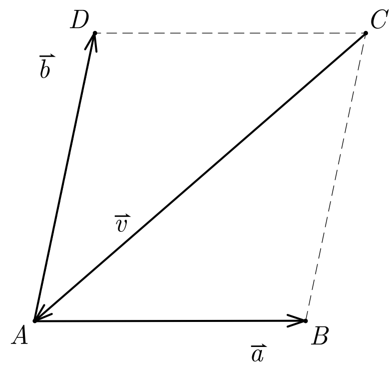

$\vec{v} =$ ____________________

2.4.




$\vec{v} =$ ____________________

2.5.




$\vec{v} =$ ____________________

*(5 točk)*

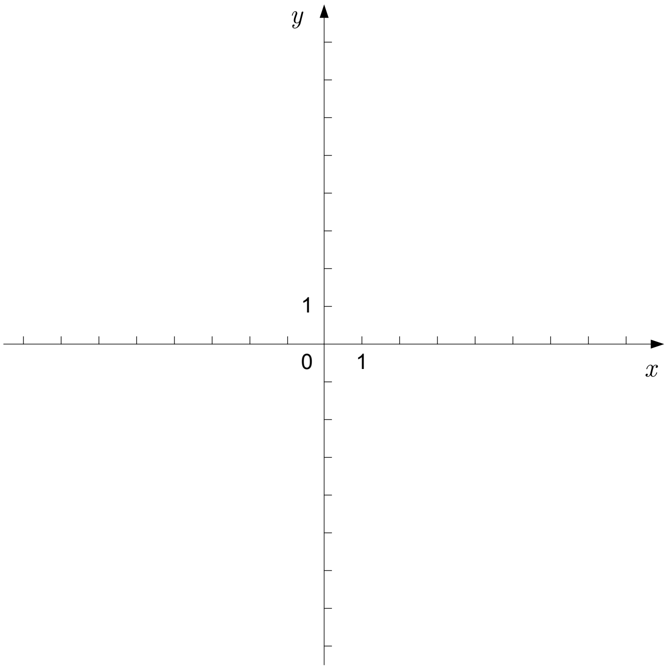
M 1 8 1 4 0 1 1 1 0 6

3. Dano je aritmetično zaporedje $11, \frac{47}{4}, \frac{25}{2}, \ldots$ Izračunajte trinajsti člen in vsoto prvih trinajstih členov tega zaporedja. Koliko členov tega zaporedja je manjših od $1000$? Zapišite odgovor.

*(7 točk)*

4. Dana je funkcija $f$ s predpisom $f(x) = \dfrac{2}{x}$.

4.1. Narišite graf funkcije $f$.




*(2)*

4.2. Zapišite enačbo tangente na graf funkcije $f$ v točki z absciso $x_0 = \dfrac{1}{2}$.

*(4)*
*(6 točk)*

5. Naj bo $\mathbb{N}_{20} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$.

5.1. Iz množice $\mathbb{N}_{20}$ naključno izberemo eno število. Izračunajte verjetnosti dogodkov:

$A$ – izbrali smo število, ki je deljivo s 3.

$B$ – izbrali smo število, ki je deljivo z 2 in s 3.

*(4)*

5.2. Iz množice $\mathbb{N}_{20}$ izberemo dve števili. Izračunajte verjetnost dogodka

$C$ – vsaj eno od izbranih števil je deljivo s 3.

*(3)*

*(7 točk)*

6. Dana sta polinoma $p$ in $q$ s predpisoma $p(x)=x^3+2x$ in $q(x)=-2x^2-1$. Rešite enačbo $p(x)=q(x)$ v množici kompleksnih števil. Dokažite, da ima vsaka rešitev enačbe $p(x)=q(x)$ absolutno vrednost 1.

*(7 točk)*

7. Izrazi v levem stolpcu preglednice predstavljajo funkcijske predpise. Na desni strani so s črkami od A do L označeni izrazi, ki tudi predstavljajo funkcijske predpise. V desni stolpec preglednice vpišite črke tako, da bosta v vsaki vrstici preglednice ustrezni funkciji enaki. Glejte rešeni primer.

| $\cos(-x)$ | F |
|---|---|
| $\cos(2x)$ | |
| $\tan x$ | |
| $\dfrac{1}{\sin x \cos x}$ | |
| $(\sin x + \cos x)^2 - 1$ | |
| $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$ | |
| $\sin(2\pi - x)$ | |

A: $\sin(2x)$

B: $\dfrac{\cos x}{\sin x}$

C: $\dfrac{\sin x}{\cos x}$

D: $\cos^2 x - \sin^2 x$

E: $-\cos x$

F: $\cos x$

G: $\sin x$

H: $-\sin x$

I: $\tan x + \cot x$

J: 1

K: 0

L: $\dfrac{1}{\sin x} + \dfrac{1}{\cos x}$

*(6 točk)*

V sivo polje ne pišite.

8. Dan je pravokotnik $ABCD$ z oglišči $A(-3,-2)$, $B(3,-2)$, $C(3,\ 2)$ in $D(-3,\ 2)$.

8.1. Zapišite enačbo elipse v središčni legi, ki je včrtana v pravokotnik $ABCD$ in se dotika vseh štirih njegovih stranic.

*(3)*

8.2. Zapišite enačbo hiperbole v središčni legi, ki ima teme v točki $T(0,\ 2)$, njeni asimptoti pa sta nosilki diagonal pravokotnika $ABCD$.

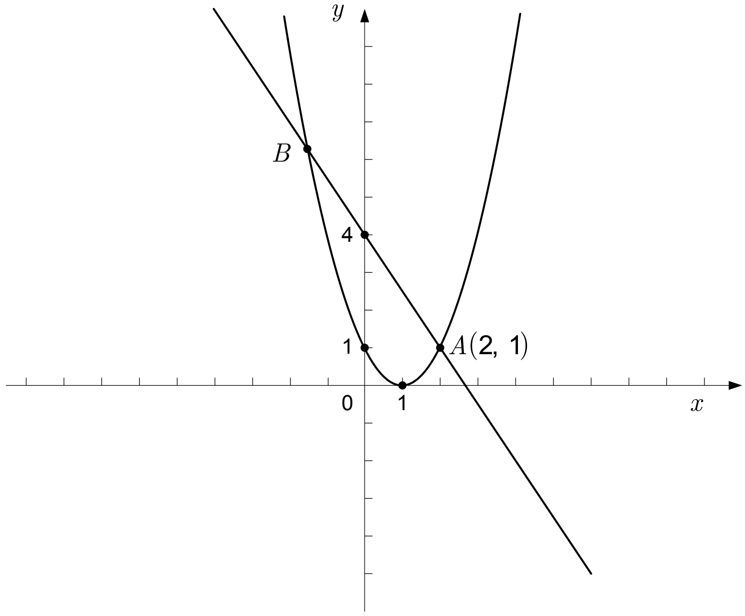
*(2)*

8.3. Zapišite enačbo krožnice, ki ima središče v točki $C$ in poteka skozi točko $A$.

*(3)*

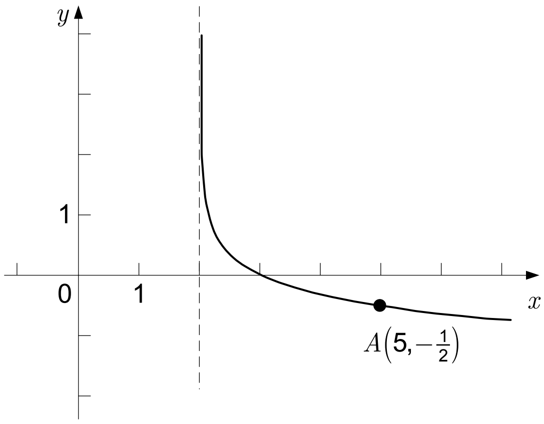
*(8 točk)*

9. Klemen je poskušal grafično poiskati presečišči premice in parabole, vendar mu to ni uspelo, saj presečišča $B$ ni mogel natančno odčitati (glejte sliko). Zapišite enačbi premice in parabole na sliki ter izračunajte koordinati točke $B$. Točko $B$ zapišite.



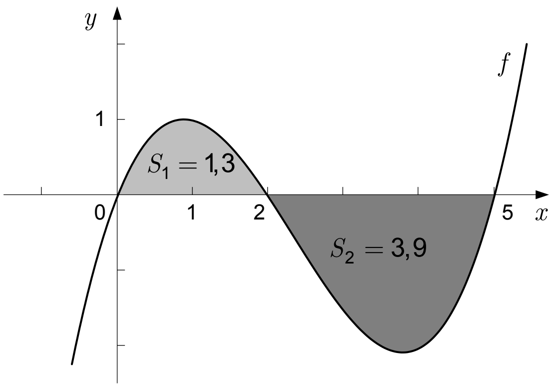

*(7 točk)*

10. Na sliki je graf logaritemske funkcije $f$ s predpisom $f(x)=a\log_{\frac{1}{3}}(x+b)$, njegova navpična asimptota z enačbo $x=2$ in točka $A$, ki leži na grafu funkcije $f$. Poiščite realni števili $a$ in $b$ ter izračunajte, za kateri $x_o \in \mathbb{R}$ je vrednost funkcije $f$ enaka $-\dfrac{5}{2}$.




(6 točk)

11. Na sliki je graf zvezne funkcije $f$, ki ima natanko tri ničle: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ in $x_3 = 5$. Ploščina območja, ki ga omejujeta graf funkcije $f$ in abscisna os na intervalu $[0,\ 2]$, je $S_1 = 1{,}3$. Ploščina območja, ki ga omejujeta graf funkcije $f$ in abscisna os na intervalu $[2,\ 5]$, je $S_2 = 3{,}9$ (glejte sliko).




S slike preberite ali izračunajte določene integrale:

$$\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x =$$

$$\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x =$$

$$\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x =$$

$$\int_0^2 4f(x)\,\mathrm{d}x =$$

$$\int_2^5 \left(f(x) + 2x^2\right)\mathrm{d}x =$$

$$\int_1^3 f(x-1)\,\mathrm{d}x =$$

*(8 točk)*

12. Kurilno olje je mogoče naročiti v trgovini A ali v trgovini B. Doplačati je treba tudi prevoz. Cene za liter olja in za prevoz so podane v spodnji preglednici. Cena prevoza je v obeh trgovinah neodvisna od količine kupljenega olja in od razdalje.

| | Trgovina A | Trgovina B |
|---|---|---|
| Cena za liter olja | 0,811 € | 0,795 € |
| Cena prevoza | 36 € | 51 € |

12.1. Jure ima posodo za kurilno olje v obliki kvadra. Široka je $8\ \mathrm{dm}$, dolga $17\ \mathrm{dm}$ in visoka $12{,}5\ \mathrm{dm}$. Jure je izmeril, da olje v posodi sega do višine $3\ \mathrm{dm}$. Dokupil bo toliko olja, da bo posoda polna do vrha. V kateri od trgovin, A ali B, bo Jure kupil kurilno olje, da bo za olje s prevozom plačal manj? Koliko bo plačal? Zapišite odgovor.

*(5)*

12.2. Pri kateri količini olja bo za olje in prevoz skupaj plačal v obeh trgovinah enako? V kateri trgovini bo nakup olja cenejši za večje in v kateri za manjše količine olja?

*(2)*
*(7 točk)*

REZERVNA STRAN