



Š i f r a k a n d i d a t a :

Državni izpitni center



JESENSKI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡ Izpitna pola 1 ≡

Torek, 28. avgust 2007 / 90 minut

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in brez možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.

Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Rešitev nalog v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80.

Želimo Vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

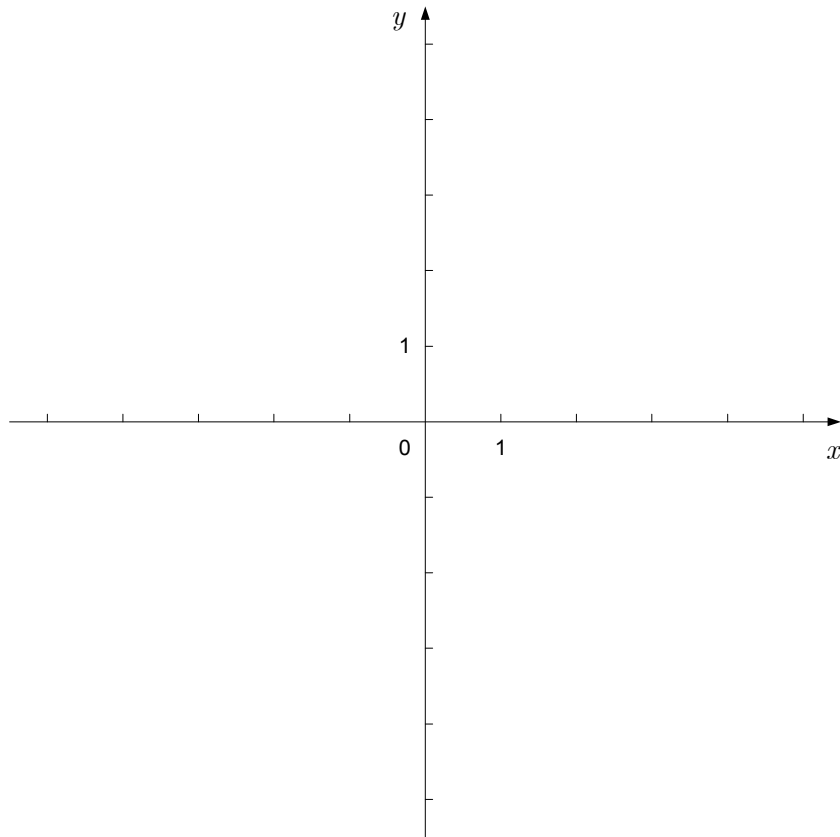
$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

01. V koordinatni sistem narišite množico točk $T(x, y)$, ki ustreza pogojema $1 \leq x \leq 3$ in $-1 \leq y \leq 2$. Osenčite nastali lik in izračunajte njegovo ploščino.

(7 točk)



02. V enakokrakem trikotniku ABC so dolžine stranic $c = |AB| = 4$ cm ,
 $a = |BC| = |AC| = 6$ cm . Izračunajte ploščino trikotnika in kot $\beta = \sphericalangle ABC$. Zapišite natančno vrednost ploščine, kot β pa zaokrožite na stotinko stopinje.

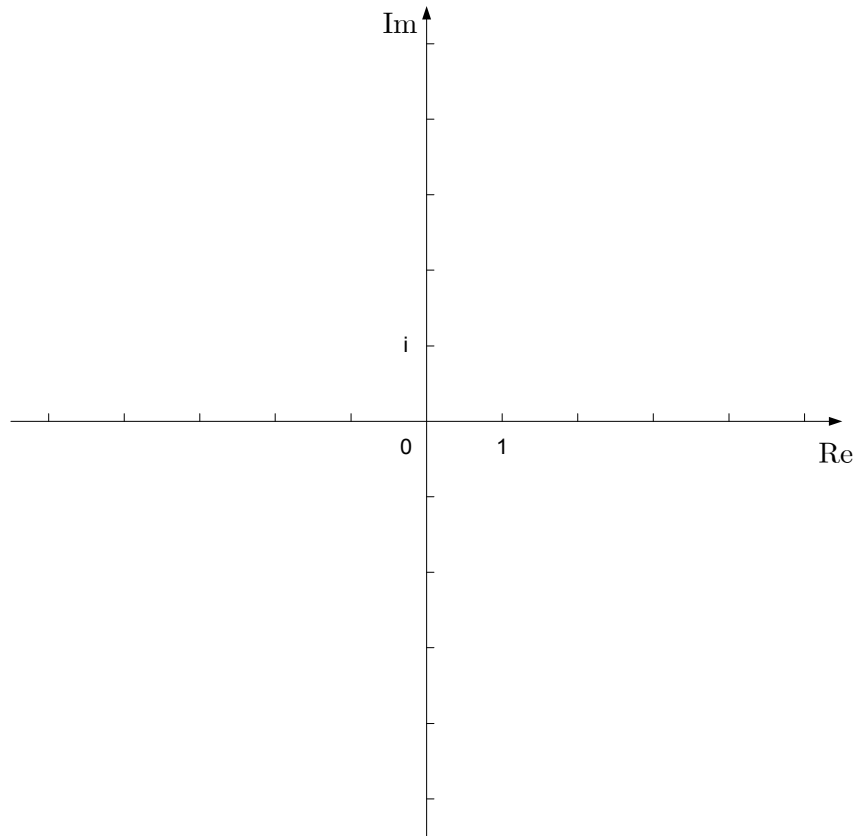
(6 točk)

03. Izračunajte odvode funkcij: $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $g(x) = x^2 \sin x$, $h(x) = \frac{1+x}{1-x}$. Odvod funkcije $h(x)$ poenostavite.

(8 točk)

04. V kompleksni ravnini narišite sliko kompleksnega števila $z = 2 - 3i$. Koliko je absolutna vrednost tega kompleksnega števila? Izračunajte z^2 in $\frac{1}{z}$.

(7 točk)

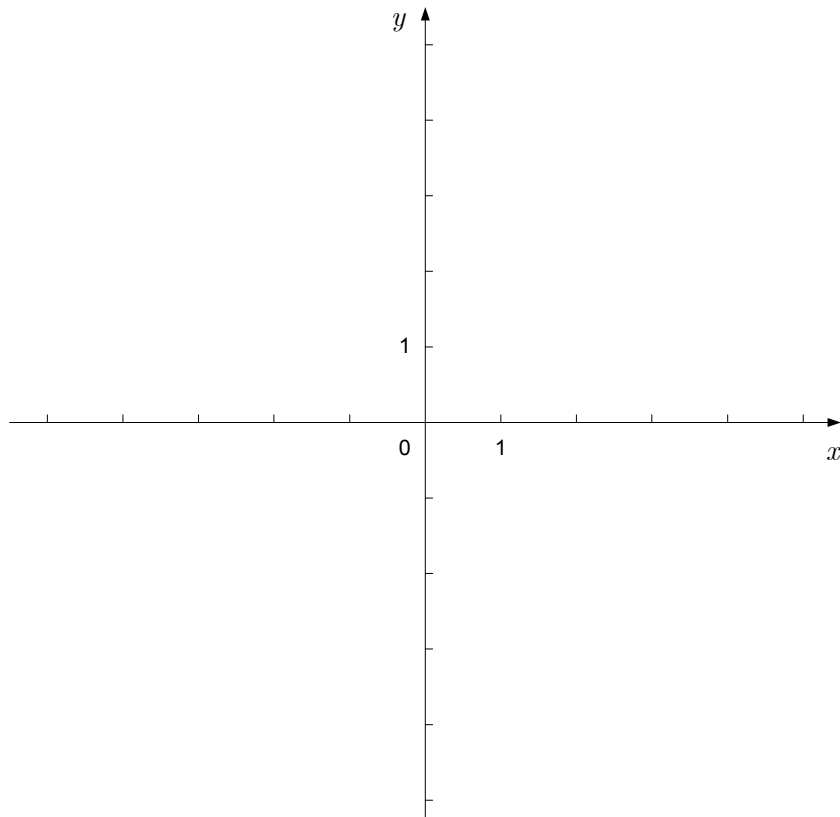


05. Graf kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$ poteka skozi točke $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$ in $C(1, 5)$.
Izračunajte števila a , b in c ter zapišite predpis funkcije f .

(6 točk)

06. V dani koordinatni sistem narišite hiperbolo $4x^2 - y^2 = 4$ (narišite tudi asimptoti). Izračunajte in zapišite presečišči hiperbole in premice $y = x + 1$.

(8 točk)



07. Rešite enačbo $\log_x(x + 30) = 2$.

(5 točk)

08. V aritmetičnem zaporedju $a_1, a_2, 2, a_4, 8 \dots$ izračunajte a_1, a_2, a_4, a_{671} in vsoto prvih 671 členov.

(8 točk)

09. Pokažite, da je za vsak x vrednost izraza $\sin 2x + 2 \sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ enaka 1.

(5 točk)

10. V posodi so 4 modre in 6 rumenih kroglic. Iz posode na slepo izvlečemo 2 kroglici. Izračunajte verjetnost, da sta tako dobljeni kroglici iste barve.

(6 točk)

11. Dan je vektor $\vec{a} = (-2, 1)$. Izračunajte točno dolžino vektorja \vec{a} . Zapišite komponenti vektorja \vec{b} , če je $|\vec{b}| = 2\sqrt{5}$ in $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.

(8 točk)

12. Število $a = 1, \overline{24}$ zapišite v obliki okrajšanega ulomka. Za dano število a izračunajte vrednost izraza $(1 - a^{-1})^{-1}$. Rezultat zapišite v obliki okrajšanega ulomka.

Nalogo rešite brez uporabe žepnega računalna.

(6 točk)

PRAZNA STRAN

PRAZNA STRAN