



Šifra kandidata:

**Državni izpitni center**



M 2 0 2 4 0 2 1 1

JESENSKI IZPITNI ROK

**Višja raven**  
**MATEMATIKA**  
≡≡≡ Izpitna pola 1 ≡≡≡

**Torek, 25. avgust 2020 / 90 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 16 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 1 rezervno.*





## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n$  liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  $d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ , če je  $a > b$

Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. Rešite naloge, zapisane v levem stolpcu preglednice. Rešitve zapišite v desni stolpec. Glejte rešeni primer.

Zapišite zalogo vrednosti funkcije s predpisom $f(x) = 3^x$ .	$Z_f = (0, \infty)$
Število $a = \sqrt[3]{\sqrt{5}}$ zapišite v obliki $a = \sqrt[n]{5}$ .	$a =$
V množici $\mathbb{C}$ rešite enačbo $x^2 + 9 = 0$ .	$x_1 =$ , $x_2 =$
Izračunajte skalarni produkt vektorjev $\vec{a} = (-1, 3, 2)$ in $\vec{b} = (2, 1, 5)$ .	$\vec{a} \cdot \vec{b} =$
Rešite enačbo $\cos x = -1$ .	
Določite limito zaporedja s splošnim členom $a_n = \frac{3n-1}{2n+5}$ .	$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$

(7 točk)



2. Naj bo  $n$  realno število in  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funkcija s predpisom  $f(x) = -2x + n$ .

2.1. Če je  $n = -5$ , izračunajte  $f(-7)$  in ničlo funkcije  $f$ .

(3)

2.2. Izračunajte  $n$ , če je  $f(3) = 5$ .

(2)

2.3. Izračunajte  $n$ , če je  $f^{-1}(2) = 4$ , pri čemer je  $f^{-1}$  inverzna funkcija funkcije  $f$ .

(2)

(7 točk)



3. Poraba avtomobila je 6 litrov goriva na 100 kilometrov, kombi pa z litrom goriva prevozi 12 kilometrov. Koliko več goriva od avtomobila je porabil kombi, če sta obe vozili prevozili po 350 kilometrov? Rezultat zaokrožite na tisočine litra.

(5 točk)



M 2 0 2 4 0 2 1 1 0 7

4. V aritmetičnem zaporedju je drugi člen enak 39, peti pa 30.
  - 4.1. Izračunajte diferenco, prvi člen in 37. člen danega zaporedja.
  - 4.2. Izračunajte vsoto prvih 50 členov danega zaporedja.

(4)

(2)  
(6 točk)



5. V posodi je 18 kroglic. Polovica je belih, tretjina je modrih, preostale so rdeče.
- 5.1. Naključno izberemo eno kroglico. Kolikšna je verjetnost dogodka  $A$ , da je izbrana rdeča kroglica? (2)
- 5.2. Naključno hkrati izberemo dve kroglici. Kolikšna je verjetnost dogodka  $B$ , da sta obe kroglici beli? (3)
- 5.3. Naključno hkrati izberemo tri kroglice. Kolikšna je verjetnost dogodka  $C$ , da so izbrane kroglice treh različnih barv? (3)
- (8 točk)





6. V trikotniku  $ABC$  je dolžina stranice  $AB$  enaka  $c = |AB| = 2$  cm, dolžina stranice  $AC$  je enaka  $b = |AC| = \sqrt{2}$  cm in velikost kota  $\sphericalangle ABC$  je enaka  $\beta = 30^\circ$ . Izračunajte dolžino stranice  $BC$ . Zapišite obe rešitvi. Rezultat zaokrožite na stotinko centimetra.

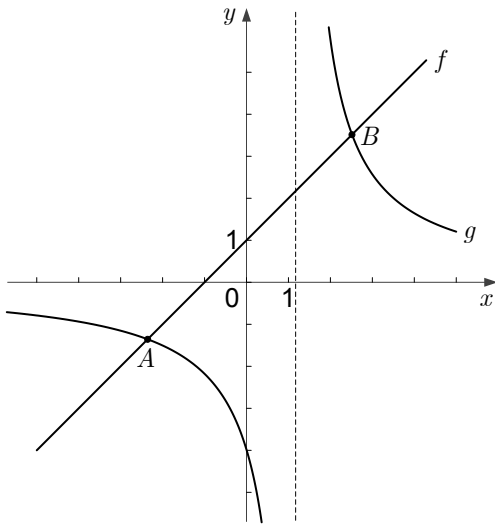
(5 točk)



7. Dana je krožnica z enačbo  $x^2 + y^2 - 24x + 6y + 128 = 0$ .
- 7.1. Izračunajte središče  $S$  in polmer  $r$  dane krožnice. (4)
- 7.2. Koliko je dolga najdaljša tetiva dane krožnice? (1)
- 7.3. Na krožnici narišemo točki  $A$  in  $B$ , ki sta ena od druge oddaljeni za 5 enot. Koliko stopinj meri ostri kot  $\sphericalangle ASB$ ? (2)
- (7 točk)



8. V ravnini, opremljeni s koordinatnim sistemom, sta narisana grafa funkcij  $f$  in  $g$  s predpisoma  $f(x) = x + 1$  in  $g(x) = \frac{28}{6x - 7}$  ter njuni presečišči  $A$  in  $B$ .



- 8.1. Izračunajte koordinate točk  $A$  in  $B$ . Koordinate zapišite v obliki okrajšanih ulomkov.

(4)

- 8.2. Koliko je presečišče  $A$  oddaljeno od vodoravne asimptote grafa funkcije  $g$ ? Zapišite odgovor.

(2)

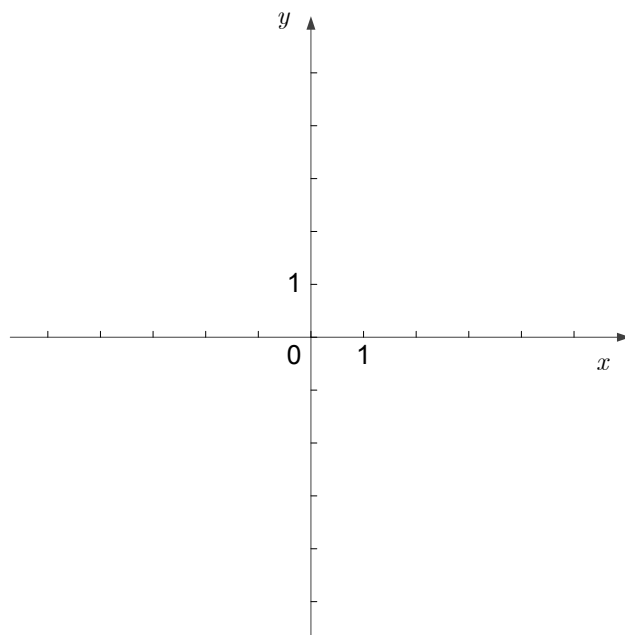
- 8.3. Koliko je presečišče  $B$  oddaljeno od navpične asimptote grafa funkcije  $g$ ? Zapišite odgovor.

(2)

(8 točk)



9. Dana je funkcija  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  s predpisom  $f(x) = 4^x - 2$ .
- 9.1. Izračunajte ničlo in začetno vrednost funkcije  $f$ , zapišite enačbo vodoravne asimptote grafa funkcije  $f$  in graf narišite.



- 9.2. Izračunajte, pod kolikšnim kotom graf funkcije  $f$  seka abscisno os. Kot zaokrožite na minuto. (4)

(4)  
(8 točk)



10. Za vsako naravno število  $n$  je  $z_n = i^n$  kompleksno število, pri čemer je  $i$  imaginarna enota.

10.1. Izračunajte  $z_1, z_2, z_3$  in  $z_4$ .

(2)

10.2. Izračunajte  $z_{2019} + \overline{z_{2020}}$ .

(4)

10.3. Poiščite vsa naravna števila  $n$ , za katera je  $z_n$  realno število.

(1)

(7 točk)



11. Za funkcijo  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  velja, da je  $f(1) = 1$  in  $f'(x) = 2x - 1$  za vsak  $x \in \mathbb{R}$ . Zapišite predpis funkcije  $f$ .

(6 točk)



12. Na mizi stojita majhna in velika žoga tako, da se dotikata. Obe imata obliko krogle. Velika žoga ima polmer 15 cm in se mize dotika v točki  $A$ . Majhna žoga ima polmer 5 cm in se mize dotika v točki  $B$ . Nalogo rešite brez uporabe računalnika.

12.1. Izračunajte prostornino velike žoge.

(2)

12.2. Kolikšna je razdalja med točkama  $A$  in  $B$ ?

(4)

(6 točk)



REZERVNA STRAN