



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 1 4 1 4 0 2 1 1

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
==== Izpitna pola 1 ====

Sobota, 7. junij 2014 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalno in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 1 prazno.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. Dane so množice $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ in $C = \{1, 3, 5\}$.
Zapišite množice $B \cup C$, $A \cap B$, $A \setminus B$ in $A \times (A \setminus B)$ tako, da navedete njihove elemente.
Napišite vse podmnožice množice C .

1.1. $B \cup C =$ _____ (1)

1.2. $A \cap B =$ _____ (1)

1.3. $A \setminus B =$ _____

$A \times (A \setminus B) =$ _____ (2)

1.4. Podmnožice množice C : _____ (2)

(6 točk)



2. Izračunajte diskriminante in poiščite vse rešitve kvadratnih enačb. Rezultate zapišite v preglednico.

Enačba	Diskriminanta	Rešitve enačbe
$x^2 - 6x + 9 = 0$		
$x^2 - 3x - 10 = 0$		
$x^2 - 6x + 10 = 0$		

(7 točk)



3. Izračunajte $\sqrt[3]{a \cdot \sqrt{a \cdot b^3}} : \sqrt[4]{a \cdot b^5}$.

Nalogo rešite brez uporabe računalja, rezultat zapišite v obliki $\sqrt[k]{a^m b^n}$, $k, m, n \in \mathbb{Z}$, k, m, n so paroma tuja števila.

(6 točk)



M 1 4 1 4 0 2 1 1 0 7

4. Plašč pokončnega stožca razgrnemo v ravnino. Dobimo krožni izsek, ki je enak polovici kroga s polmerom 12 cm . Izračunajte površino in prostornino tega pokončnega stožca. Rezultata naj bosta točna.

(7 točk)



5. V prostoru sta dani točki $A(1,2,3)$ in $B(2,3,4)$ ter vektor $\vec{c} = (1,-2,1)$. Zapišite vektor \overline{AB} s komponentami. Izračunajte natančno dolžino vektorja \vec{c} in računsko dokažite, da sta vektorja \overline{AB} in \vec{c} pravokotna.

(6 točk)

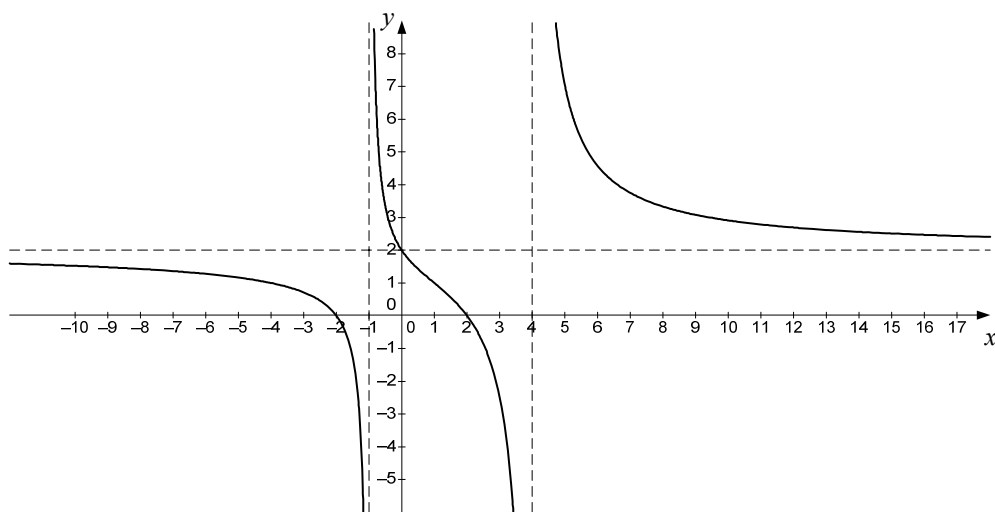


6. Brez uporabe računalja rešite enačbo $\log_2 x = 2 - \log_2(x - 3)$.

(6 točk)



7. Na sliki je narisana graf racionalne funkcije $f(x) = \frac{2x^2 - a}{x^2 - 3x + b}$.



Dopolnite besedilo (vrednosti odčitajte s slike ali jih izračunajte).

Ničli funkcije sta $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ in $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

Polna funkcije sta v $x = \underline{\hspace{2cm}}$ in $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

Začetna vrednost $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

Enačba vodoravne asimptote je $\underline{\hspace{2cm}}$.

(4)

Izračunajte vrednosti konstant a in b .

$a = \underline{\hspace{2cm}}$

$b = \underline{\hspace{2cm}}$

(4)

(8 točk)



8. Brez uporabe računalna izračunajte natančno vrednost izrazov $\sin 2x$ in $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, če je $\sin x = \frac{3}{4}$ in je x ostri kot.

(7 točk)



9. V majhnem podjetju je zaposlenih 8 moških in 4 ženske. Štirje od njih se bodo udeležili seminarja.
- 9.1. Na koliko načinov lahko izberejo udeležence seminarja, da bo zastopanost spolov enaka? (2)
- 9.2. Na koliko načinov lahko izberejo udeležence seminarja, če se mora seminarja udeležiti več moških kakor žensk? (2)
- 9.3. Kolikšna je verjetnost, da bodo v naključno izbrani delegaciji vsi štirje udeleženci istega spola? (3)
- (7 točk)



M 1 4 1 4 0 2 1 1 1 3

10. Števila 2, 5, 8, 11 so prvi štirje členi neskončnega aritmetičnega zaporedja. Zapišite splošni člen tega zaporedja. Izračunajte, kateri člen tega zaporedja je enak 6041. Izračunajte vsoto prvih 100 členov tega zaporedja.

(7 točk)



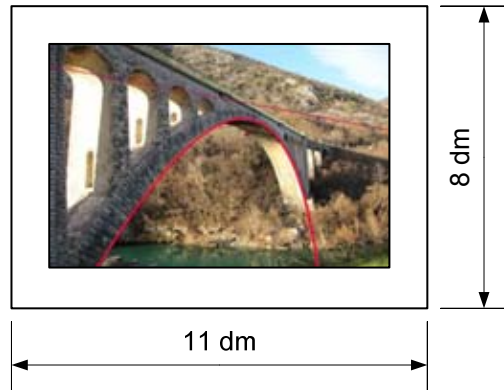
11. Dana je realna funkcija $f(x) = \frac{a}{x^2}$, $a \in \mathbb{R}^+$, $x \neq 0$. Izračunajte konstanto a , da bo ploščina območja med grafom funkcije $f(x)$, abscisno osjo ter premicama $x = 1$ in $x = 4$ enaka 3.

(6 točk)



M 1 4 1 4 0 2 1 1 1 5

12. Zunanji rob okvira slike je pravokotnik dimenzij $11\text{ dm} \times 8\text{ dm}$. Okvir slike je ob vseh štirih robovih enako širok. Znotraj notranjega roba okvira je slika s ploščino $61,75\text{ dm}^2$. Izračunajte širino okvira.



(7 točk)



Prazna stran