



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 1 7 1 4 0 2 1 1

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡≡≡ Izpitna pola 1 ≡≡≡

Sobota, 3. junij 2017 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 16 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 1 rezervno.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

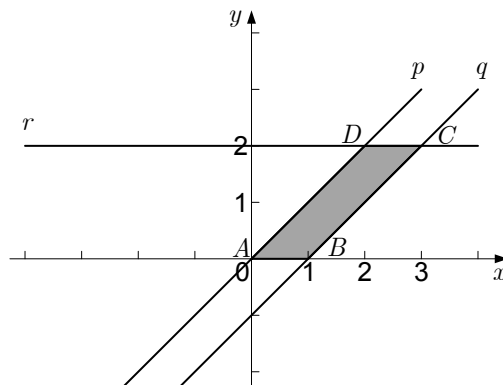
Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. V pravokotnem koordinatnem sistemu v ravnini so narisane premice p , q in r . Te tri premice in abscisna os oklepajo paralelogram $ABCD$ (gl. sliko). Zapišite enačbe premic ter izračunajte ploščino in obseg paralelograma. Rezultata naj bosta točna.



Enačba premice p : _____

(1)

Enačba premice q : _____

(1)

Enačba premice r : _____

(1)

Ploščina paralelograma $ABCD$: _____

(2)

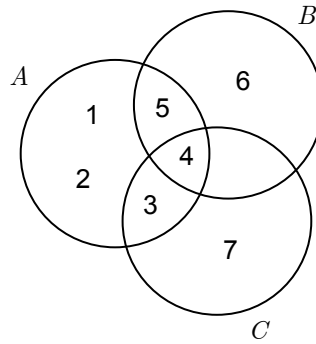
Obseg paralelograma $ABCD$: _____

(2)

(7 točk)



2. Na sliki so narisane množice A , B in C . Zapišite množice z naštevanjem elementov.



$$A = \underline{\hspace{10em}}$$

(1)

$$B \cap C = \underline{\hspace{10em}}$$

(1)

$$B \cup A = \underline{\hspace{10em}}$$

(1)

$$A - C = \underline{\hspace{10em}}$$

(1)

$$B \times (A \cap B \cap C) = \underline{\hspace{10em}}$$

(1)

(5 točk)



3. Rešite enačbe. Rezultati naj bodo točni.

3.1.

$$x^2 + 2x = 4$$

(2)

3.2.

$$4^x = 2$$

(1)

3.3.

$$\log_4 x = 2$$

(1)

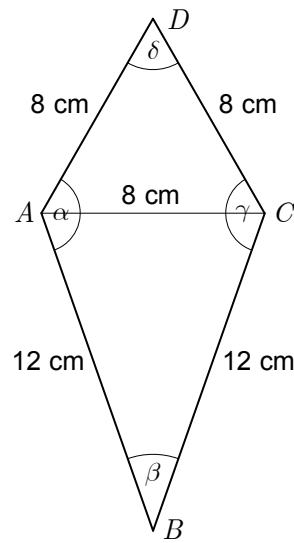
3.4.

$$4 \sin x = 2$$

(3)
(7 točk)



4. Izračunajte velikosti notranjih kotov štirikotnika $ABCD$ in dolžino diagonale $f = |BD|$.



(8 točk)



5. Naj bo $z = x(4 - 3i) + 5i + i^2$, $z \in \mathbb{C}$. Izračunajte realno število x tako, da bo veljalo $\operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z$.
(5 točk)



6. V prostoru \mathbb{R}^3 so dani vektorji $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (3, -2, -1)$ in $\vec{c} = (1, 1, 2)$.

6.1. Računsko pokažite, da sta vektorja \vec{a} in \vec{b} pravokotna.

(2)

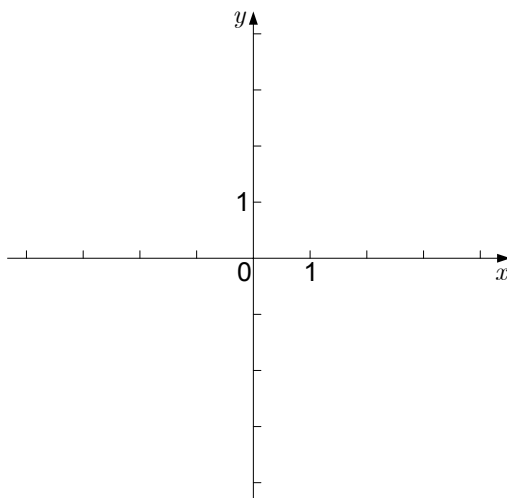
6.2. Izračunajte dolžini vektorjev \vec{a} in \vec{c} ter velikost kota φ med njima. Velikost kota zaokrožite na dve decimalni mesti.

(5)

(7 točk)



7. V dani koordinatni sistem narišite elipso z enačbo $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$. Zapišite gorišči elipse. Zapišite enačbo krožnice, ki ima središče v desnem temenu dane elipse in se dotika ordinatne osi.



(7 točk)



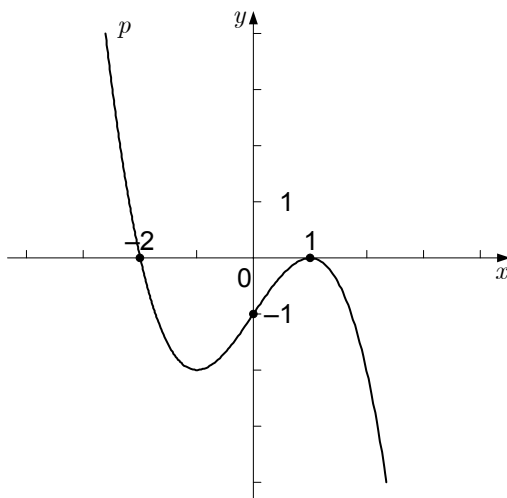
M 1 7 1 4 0 2 1 1 1

8. Izračunajte, za katere x so $x^2 - 3$, $x - 1$ in $1 - 2x$ zaporedni členi aritmetičnega zaporedja.

(5 točk)



9. Na sliki je graf polinoma p tretje stopnje.



9.1. Zapišite predpis polinoma p v faktorizirani obliki (ničelni obliki).

(5)

9.2. V dani koordinatni sistem narišite graf polinoma $s(x) = p(x) + 1$.

(1)
(6 točk)



10. Racionalna funkcija f ima predpis $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$. Zapišite točki $E_1(x_1, y_1)$ in $E_2(x_2, y_2)$, ki sta lokalna ekstrema funkcije f . V kateri točki ima funkcija lokalni minimum in v kateri lokalni maksimum? Odgovor utemeljite.

(8 točk)

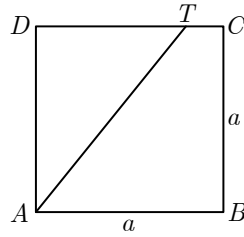


11. Dani sta realni funkciji f in g s predpisoma $f(x) = x^2$ in $g(x) = 6 - x$. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta grafa funkcij f in g .

(7 točk)



12. V kvadratu s stranico a je narisana daljica AT (gl. slika), tako da je razmerje ploščin nastalih likov $2 : 3$. Izračunajte razmerje dolžin $|DT| : |TC|$.



(8 točk)



REZERVNA STRAN