



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



JESENSKI ROK

MATEMATIKA

Izpitna pola 2

Višja raven

Ponedeljek, 29. avgust 2005 / 90 minut

*Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:
kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik
brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.*

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli so 3 strukturirane naloge. Rešujte vse naloge. Naloge rešujte pod besedilom naloge in na naslednji strani. Strani 10, 11 in 12 so rezervne. Uporabite jih le, če Vam zmanjka prostora. Nedvoumno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. **Drugih konceptnih listov ocenjevalci ne bodo pregledovali.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Naloge, pisane z navadnim svinčnikom, nejasne in nečitljive rešitve se ovrednotijo z nič (0) točkami. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40.

Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 12 strani, od tega 3 rezervne.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos.
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

OBRNITE STRAN

01. Dana je funkcija $f(x) = \frac{(x+1)^2}{2x-2}$.

a) Izračunajte lokalna ekstrema funkcije f .

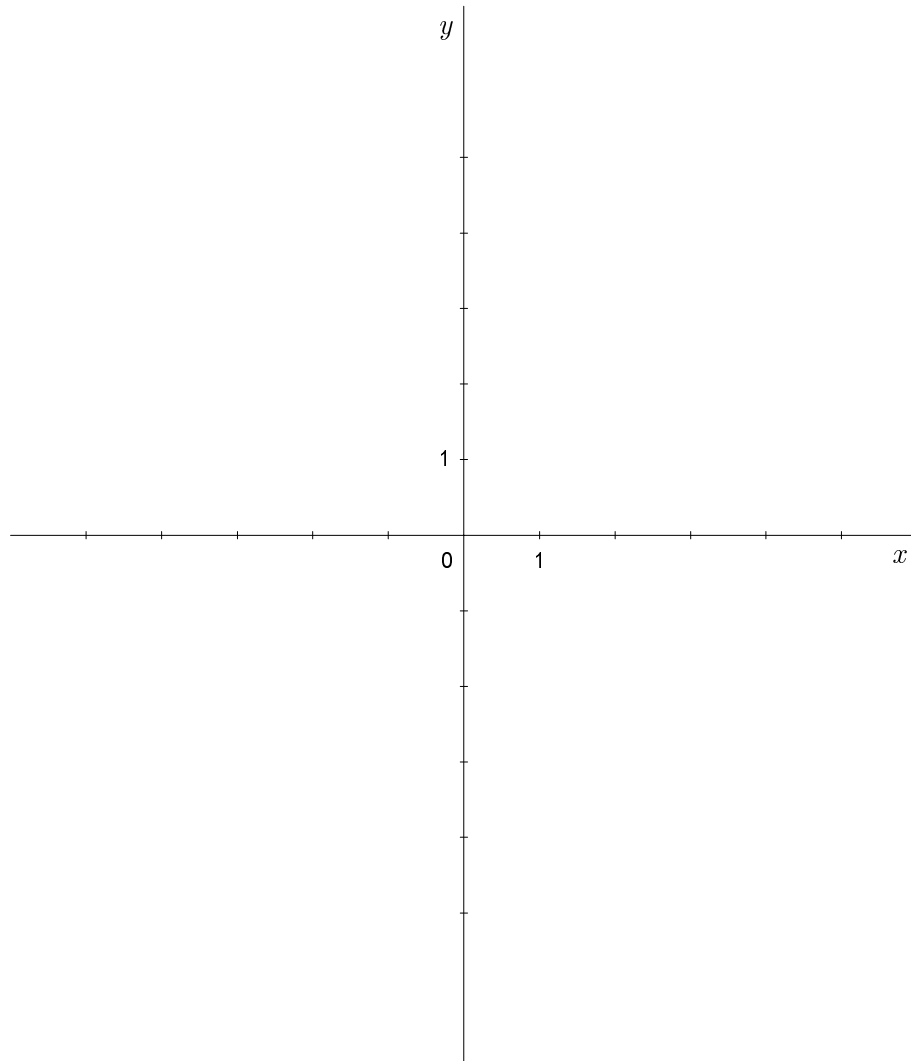
(5 točk)

b) Izračunajte ničle, pole in asimptote ter narišite graf funkcije f .

(6 točk)

c) Dokažite, da je funkcija $g(x) = f(x+1) - 2$ liha.

(4 točke)



02. Krožnica \mathcal{K} z enačbo $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ seka os x v dveh točkah. Levo presečišče označimo z A , desno pa z B .

a) Izračunajte koordinate točk A in B .

(2 točki)

b) Izračunajte ploščino manjšega krožnega odseka, ki ga od kroga odreže tetiva AB . Rezultat zaokrožite na dve mesti.

(5 točk)

c) Napišite enačbo tangente na krožnico \mathcal{K} v desnem presečišču B z osjo x .

(3 točke)

d) Za katera realna števila m enačba $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 2m^2 - 9m + 10 = 0$ predstavlja krožnico?

(3 točke)

03. V posodi imamo 10 kroglic: 5 rdečih, 3 modre in 2 beli.

a) Iz posode naključno izvlečemo hkrati 4 kroglice.

Izračunajte verjetnosti dogodkov:

A – vse izvlečene kroglice so rdeče barve,

B – dve izvlečeni kroglici sta rdeči, dve pa modri,

C – vsaj ena izvlečena kroglica je bela.

(5 točk)

b) Iz posode naključno izvlečemo hkrati 2 kroglici.

Izračunajte verjetnost dogodka, da sta obe izvlečeni kroglici modri, če vemo, da je vsaj ena od njiju modra.

(5 točk)

c) Iz posode izvlečemo vse kroglice in jih naključno postavimo v vrsto.

Izračunajte verjetnost dogodka, da stojijo v vrsti vse tri modre kroglice skupaj.

(2 točki)

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN