



Š i f r a k a n d i d a t a :

**Državni izpitni center**



M 1 0 2 4 0 2 1 2

JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven  
**MATEMATIKA**  
≡ Izpitna pola 2 ≡

**Četrtek, 26. avgust 2010 / 90 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 3 strukturirane naloge. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Strani 10, 11 in 12 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 12 strani, od tega 1 prazno in 3 rezervne.*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  je realna polos
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

**Prazna stran**

**OBRNITE LIST.**

01. Dana je geometrijska vrsta  $4^x + 4^{2x} + 4^{3x} + \dots$ .

- a) Za katera realna števila  $x$  vrsta konvergira? (3 točke)
- b) Izračunajte  $x$ , da bo vsota vrste enaka dvakratniku prvega člena. (3 točke)
- c) Izračunajte  $x$  tako, da bo kvadrat prvega člena vrste enak sedemkratniku petega člena. Rezultat zaokrožite na pet mest. (3 točke)
- d) Za  $x = -1$  zapišite vsoto  $s_n$  prvih  $n$  členov vrste. Najmanj koliko členov vrste moramo sešteti, da se bo vsota  $s_n$  od vsote neskončne vrste razlikovala za manj kot  $10^{-10}$ ? (5 točk)



02. Dan je polinom  $p(x) = 4x^3 + ax^2 + bx + 3$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

a) Za  $a = 0$  in  $b = -7$  izračunajte ničle polinoma. Določite definijsko območje za funkcijo

$$f(x) = \sqrt{4x^3 - 7x + 3}.$$

(6 točk)

b) Izračunajte  $a$  in  $b$ , če je ena od ničel polinoma  $p$  število  $1 - i\sqrt{2}$ .

(4 točke)

c) Izračunajte  $a$  in  $b$ , če je tangenta na graf polinoma  $p$  v točki  $T(1, 6)$  vzporedna premici

$$2x - y + 5 = 0.$$

(4 točke)



03. Parabola ima teme  $T(1,2)$  in premico vodnico z enačbo  $x = -2$ .

a) Zapišite enačbo dane parabole in poiščite njeno presečišče z abscisno osjo.

*(4 točke)*

b) Zapišite enačbo tiste krožnice s središčem v temenu dane parabole, ki od premice vodnice dane parabole odreže tetivo dolžine 8.

*(3 točke)*

c) Pokažite, da eno od gorišč hiperbole z enačbo  $3x^2 - y^2 + 4y - 7 = 0$  leži na premici vodnici dane parabole.

*(5 točk)*





REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN