



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
==== Izpitna pola 2 ====

Ponedeljek, 26. avgust 2013 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	4.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte v **izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani od 12 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 5 rezervnih.

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

Naloga 1 je obvezna.

1. V ravnini so dane točke $A(-2,1)$, $B(3,-2)$ in $C(2,3)$.
 - 1.1. Koliko je točka C oddaljena od premice skozi točki A in B ? Rezultat naj bo točen.
(3 točke)
 - 1.2. Izračunajte enačbo premice nosilke težiščnice na stranico AC trikotnika ABC in velikost kota pri oglišču A .
(5 točk)
 - 1.3. Izračunajte oglišče D tako, da bo štirikotnik $ABCD$ paralelogram.
(2 točki)
 - 1.4. Na desetinko natančno izračunajte volumen vrtenine, ki nastane z vrtenjem paralelograma $ABCD$ okoli stranice AB .
(4 točke)

Naloga 2 je obvezna.

2. Imamo funkcijo $f(x) = a \sin x + 2$, $a \in \mathbb{R}$.

2.1. Za katera števila a se graf funkcije f dotika osi x ? Za katera števila a graf funkcije f seka os x ?

(2 točki)

2.2. Določite število a , da bo tangenta na graf funkcije f v točki z absciso $\frac{\pi}{3}$ vzporedna premici $3x + 2y + 2 = 0$.

(3 točke)

2.3. Število $-\frac{\pi}{6}$ je ničla funkcije f . Izračunajte število a in zapišite vse ničle te funkcije.

(4 točke)

2.4. Določite število $a > 0$, da bo ploščina lika med grafom funkcije f in abscisno osjo na intervalu $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ enaka $\frac{4\pi + 15}{6}$.

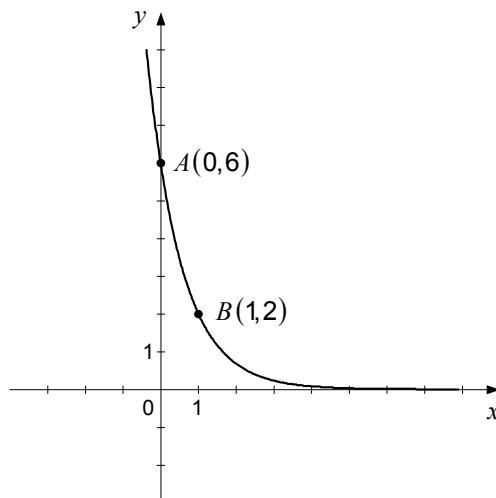
(4 točke)

Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

3. Kvadrat s stranico 4 postavimo v drugi kvadrant koordinatnega sistema tako, da je eno oglišče v izhodišču koordinatnega sistema, še dve oglišči pa ležita na koordinatnih oseh.
- 3.1. Zapišite enačbo krožnice, očrtane danemu kvadratu. (3 točke)
- 3.2. Zapišite enačbo elipse, ki ima vodoravno os dvakrat daljšo od navpične in poteka skozi oglišča danega kvadrata. Zapišite gorišči te elipse. (4 točke)
- 3.3. Zapišite enačbo hiperbole, ki se dotika navpičnih stranic danega kvadrata, njeni asimptoti pa sta nosilki diagonal kvadrata. (2 točki)
- 3.4. Zapišite enačbo parabole, ki ima teme v presečišču diagonal kvadrata in poteka skozi oglišči kvadrata, ki ležita na osi y . Izračunajte kot, pod katerim parabola seka abscisno os. (4 točke)

Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

4. V spodnjem koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije s predpisom $f(x) = 2 \cdot a^{1+bx}$.



4.1. Izračunajte vrednosti parametrov a in b .

(4 točke)

4.2. Tabelirajte funkcijo $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$, definirano s predpisom $h(n) = 2 \cdot 3^{1-n}$ od 1 do 4. Vrednosti zapišite v obliki ulomka.

n				
$h(n)$				

(1 točka)

4.3. Pokažite, da tvorijo vrednosti $a_n = h(n) = 2 \cdot 3^{1-n}$ geometrijsko zaporedje, in izračunajte količnik danega geometrijskega zaporedja. Koliko členov v tem zaporedju je večjih od $2 \cdot 10^{-2013}$?

(4 točke)

4.4. S popolno indukcijo dokažite, da je vsota prvih n členov danega geometrijskega zaporedja s splošnim členom $a_n = 2 \cdot 3^{1-n}$ enaka $S_n = 3 - 3^{1-n}$.

(4 točke)

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN