



Šifra kandidata:

--

Državni izpitni center



M 1 5 2 4 0 2 1 2

JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
==== Izpitna pola 2 ====

Torek, 25. avgust 2015 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	4.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani od 12 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 5 rezervnih.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

**Naloga 1 je obvezna.**

1. Dana je funkcija s predpisom $f(x) = 2x \sin(3x)$.

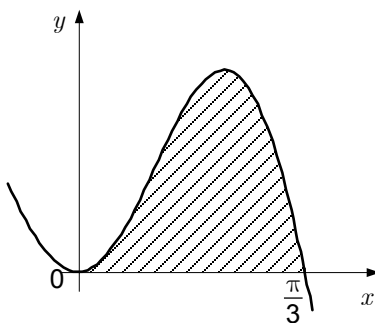
1.1. Izračunajte ničle funkcije f .

(3 točke)

1.2. Zapišite enačbo tangente na graf funkcije f v točki A z absciso $x = \frac{\pi}{6}$.

(4 točke)

1.3. Osenčeno območje na sliki je omejeno s krivuljo $y = 2x \sin(3x)$ in abscisno osjo. Izračunajte natančno vrednost ploščine osenčenega območja.



(7 točk)

V sivo polje ne pišite.



**Naloga 2 je obvezna.**

2. V množici kompleksnih števil je dano število $z_1 = -2 + 3i$.

2.1. Za katera kompleksna števila $u = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$ velja $|z_1 - \operatorname{Re}(u)| = \sqrt{10}$ in $u \cdot \bar{u} = 13$?

(6 točk)

2.2. Dana je enačba $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$; $a, b, c \in \mathbb{R}$. Izračunajte koeficiente a, b in c , da bosta števili $z_1 = -2 + 3i$ in $z_2 = 1$ rešitvi te enačbe.

(4 točke)

2.3. V kompleksni ravnini narišite množico kompleksnih števil

$A = \{w \in \mathbb{C}; (|w - z_1| \leq 3) \wedge (\operatorname{Im}(w) \geq \operatorname{Re}(w) + 2)\}$. Izračunajte ploščino območja A .

Rezultat naj bo točen.

(4 točke)

V sivo polje ne pišite.

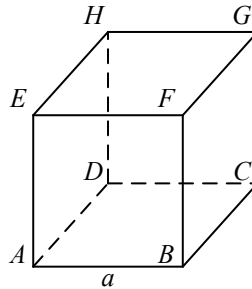


M 1 5 2 4 0 2 1 2 0 7



Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

3. Dana je kocka $ABCDEFGH$ z robom a . Točka P je razpolovišče daljice AD , točka S pa presečišče diagonal kvadrata $EFGH$. Rešite naloge:



- 3.1. Z baznimi vektorji $\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{AD} = \vec{b}$ in $\overline{AE} = \vec{c}$ izrazite vektorja \overline{BS} in \overline{CP} , izračunajte skalarni produkt $\overline{BS} \cdot \overline{CP}$ ter kot med vektorjema \overline{BS} in \overline{CP} .
(5 točk)
- 3.2. Točke D , P in F so oglišča trikotnika $\triangle DPF$. Izračunajte velikost največjega notranjega kota tega trikotnika.
(4 točke)
- 3.3. Kocki včrtamo kroglo. Za koliko odstotkov je prostornina včrtane krogle manjša od prostornine kocke? Zapišite odgovor.
(3 točke)

V sivo polje ne pišite.



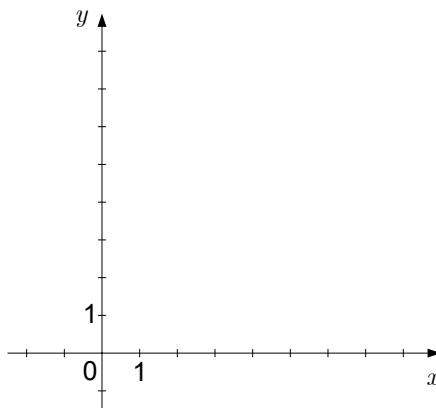
M 1 5 2 4 0 2 1 2 0 9



Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

4. V ravnini so dane točke $A(1, 1)$, $B(5, 1)$ in $C(7, 7)$. Z zrcaljenjem točke B čez premico $y = x$ dobimo točko D .

4.1. V spodnji koordinatni sistem narišite točke A , B , C in D ter zapišite enačbo trikotniku ABC očrtane krožnice.



(4 točke)

4.2. Izračunajte ploščino štirikotnika $ABCD$.

(2 točki)

4.3. Trikotnik ABC zavrtimo za 360° okrog stranice AC . Tako dobimo geometrijsko telo G .

Dokažite, da je prostornina telesa G enaka $V = \frac{\pi e f^2}{12}$, pri čemer sta $e = |AC|$ in $f = |BD|$.

(2 točki)

4.4. Izračunajte absciso točke T na osi x , tako da bo vsota kvadratov razdalj od točke T do točke A in od točke T do točke C minimalna.

(4 točke)

V sivo polje ne pišite.



M 1 5 2 4 0 2 1 2 1 1



REZERVNA STRAN

V sivo polje ne pišite.



M 1 5 2 4 0 2 1 2 1 3

REZERVNA STRAN



REZERVNA STRAN

V sivo polje ne pišite.



M 1 5 2 4 0 2 1 2 1 5

REZERVNA STRAN



REZERVNA STRAN