Šifra kandidata:

Državni izpitni center

IZPITNI ROK

V Z O R E C

Višja raven

MATEMATIKA

Izpitna pola 2

B) Krajše strukturirane naloge
C) Strukturirane naloge

Datum / 90 minut (45 + 45)

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, geometrijsko orodje (šestilo in ravnilo, lahko tudi trikotnik) in računalo.
Priloga s formulami ter konceptna lista so na perforiranih listih, ki jih kandidat pazljivo iztrga.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola je sestavljena iz dveh delov, dela B in dela C. Časa za reševanje je 90 minut. Priporočamo vam, da za reševanje dela B porabite 45 minut, za reševanje dela C pa 45 minut.

Izpitna pola vsebuje 6 krajših strukturiranih nalog v delu B in 2 strukturirani nalogi v delu C. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 60, od tega 40 v delu B in 20 v delu C. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na straneh 3 in 4.

Rešitve pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom v izpitno polo v za to predvideni prostor **znotraj okvirja**. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 15 in 20 sta rezervni; uporabite ju le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 20 strani, od tega 2 rezervni.

Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia
Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia Scientia Est Potentia

Formule

(**Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ in za poljubno naravno število n velja

$$\boxed{a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)\left(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \ldots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}\right)},$$

$$\boxed{a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)}.$$

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \dfrac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je enaka $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Razdalja točke od premice**) Naj bodo $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0 \in \mathbb{R}$ in naj a in b ne bosta oba enaka 0. Razdalja točke $T_0(x_0,\ y_0)$ od premice p, podane z enačbo $ax + by - c = 0$, je

$$\boxed{d(T_0,\ p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}.$$

(**Logaritem**) Naj bosta $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$. Tedaj za vsak $x > 0$ velja $\boxed{\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y},\quad \boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}.$$

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \backslash \left\{\dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**) Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja

$$\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}},\quad \boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}.$$

Za poljuben $x \in \mathbb{R} \backslash \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$$\boxed{\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}},$$

$$\boxed{\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}},$$

$$\boxed{\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}}.$$

(**Razčlenitev produkta kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}(\cos(x+y) - \cos(x-y))}$,

$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y))}$,

$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y))}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(**Nedoločeni integral**) Naj bo $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tedaj je za vsak $C \in \mathbb{R}$

$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ in $\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C}$.

(**Integracija po delih**) Naj bo $D \subseteq \mathbb{R}$ in $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ odvedljivi funkciji. Tedaj velja

$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}$.

(**Volumen rotacijskega telesa**) Naj bo $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije f, abscisna os ter premici $x = a$ in $x = b$, zavrtimo okrog abscisne osi za 360°, je $\boxed{V = \pi \int_a^b (f(x))^2 \mathrm{d}x}$.

(**Bernoullijeva formula**) Naj bo p verjetnost, da se v danem poskusu zgodi dogodek A. Verjetnost, da se dogodek A v n zaporednih ponovitvah poskusa zgodi natanko k-krat, je

$\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}}$.

Konceptni list

VZOREC06

Konceptni list

Konceptni list

VZOREC08

Konceptni list

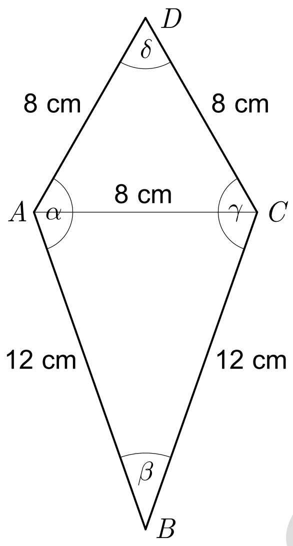
B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE

1. Izračunajte, za katera števila $x \in \mathbb{R}$ so $x^2 - 3$, $x - 1$ in $1 - 2x$ v danem vrstnem redu zaporedni členi aritmetičnega zaporedja.

(5 točk)

VZOREC10

2. Na sliki je narisan štirikotnik $ABCD$.



2.1. Izračunajte velikosti notranjih kotov štirikotnika $ABCD$. Velikosti kotov zaokrožite na minuto.

(6)

2.2. Izračunajte dolžino diagonale $f = |BD|$. Rezultat zaokrožite na tri decimalke.

(2)
(8 točk)

VZOREC11

3. V prostoru $\mathbb{R}^3$ sta dana vektorja $\vec{a} = (1,\ 2, -1)$ in $\vec{b} = (1,\ 1,\ 2)$. Izračunajte dolžini vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{b}$ ter velikost kota φ med njima. Velikost kota zaokrožite na dve decimalki.

(6 točk)

4. Izmed prvih 30 naravnih števil naključno izberemo dve števili. Izračunajte verjetnosti dogodkov:

A – obe števili sta sodi,

B – vsaj eno število je večkratnik števila 3.

(7 točk)

5. Racionalna funkcija f ima predpis $f(x)=\dfrac{4}{x^2-2x+2}$. V točki $x_1\in\mathcal{D}_f$ ima funkcija f lokalni ekstrem $y_1\in\mathbb{R}$. Izračunajte x_1 in y_1 ter ugotovite, ali ima v točki x_1 funkcija f lokalni minimum ali lokalni maksimum. Odgovor utemeljite. Izračunajte kot, pod katerim seka graf funkcije f ordinatno os.

(8 točk)

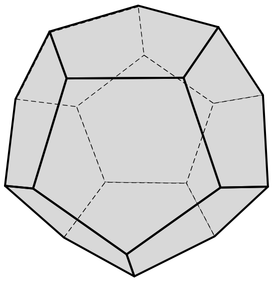
6. Koti α, β in γ so ostri koti trikotnika. Dokažite, da je $\sin\gamma = \frac{1+2\sqrt{6}}{6}$, če je $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ in $\beta = 30°$.

(6 točk)

Rezervna stran

C) STRUKTURIRANE NALOGE

1. Dodekaeder je pravilni polieder, omejen z 12 pravilnimi petkotniki. Na vsako ploskev napišemo po eno izmed števil od 1 do 12, ki se ne ponavljajo.



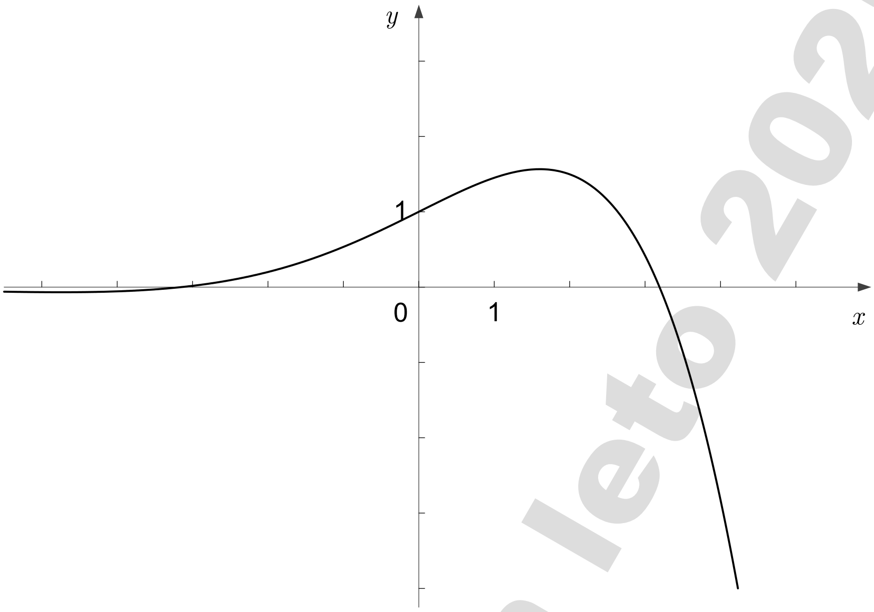
1.1. Oštevilčeni dodekaeder zakotalimo 20-krat. Kolikšna je verjetnost dogodka A, da se bo v teh 20 ponovitvah poskusa število 7 pojavilo na zgornji ploskvi natanko 3-krat? Rezultat zaokrožite na tri decimalke.

(4 točke)

1.2. Naj bo dolžina roba dodekaedra enaka $a = 6$ cm. Izračunajte površino tega dodekaedra.

(5 točk)

2. Na sliki je del grafa funkcije $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, dane s predpisom $f(x)=\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\cos\left(\frac{x}{2}\right)$.



2.1. Dokažite, da je $\left(f(x)\right)^2=\frac{1}{2}\mathrm{e}^x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^x\cos x$ za vsak $x\in\mathbb{R}$.

(2 točki)

2.2. Izračunajte nedoločeni integral $\int\left(f(x)\right)^2\,\mathrm{d}x$.

(5 točk)

2.3. Podjetje Glas izdeluje kozarce. Za posebnega naročnika bo izdelalo kozarce v obliki rotacijskega telesa, ki ga dobimo, če lik, ki ga omejujejo graf funkcije f, abscisna os ter premici z enačbama $x=-1$ in $x=2$, zavrtimo za 360° okrog abscisne osi. Pri tem upoštevamo, da sta enoti na abscisni in ordinatni osi dolgi 1 cm. Pogoj naročnika je, da je mogoče v nove kozarce naliti vsaj 13 cm^3 tekočine. Ali bodo kozarci zadoščali pogoju naročnika? Odgovor utemeljite.

(4 točke)

VZOREC20

Rezervna stran