



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 0 6 1 4 0 2 1 2

SPOMLADANSKI ROK

MATEMATIKA

Izpitna pola 2

Višja raven

Četrtek, 1. junij 2006 / 90 minut

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:

kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo. Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli so 3 strukturirane naloge. Rešujte vse naloge. Naloge rešujte pod besedilom naloge in na naslednji strani. Strani 10, 11 in 12 so rezervne. Uporabite jih le, če Vam zmanjka prostora. Nedvoumno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. **Drugih konceptnih listov ocenjevalci ne bodo pregledovali.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Rešitev nalog v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40.

Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 12 strani, od tega 3 rezervne.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

OBRNITE STRAN

01. V pravokotnem koordinatnem sistemu v ravnini so dane točke $A(-2, 4)$, $B(4, 4)$ in $C(5, 3)$.

a) Izračunajte kot med daljicama OB in AC . (Točka O je izhodišče koordinatnega sistema.)
Rezultat zaokrožite na kotno minuto.

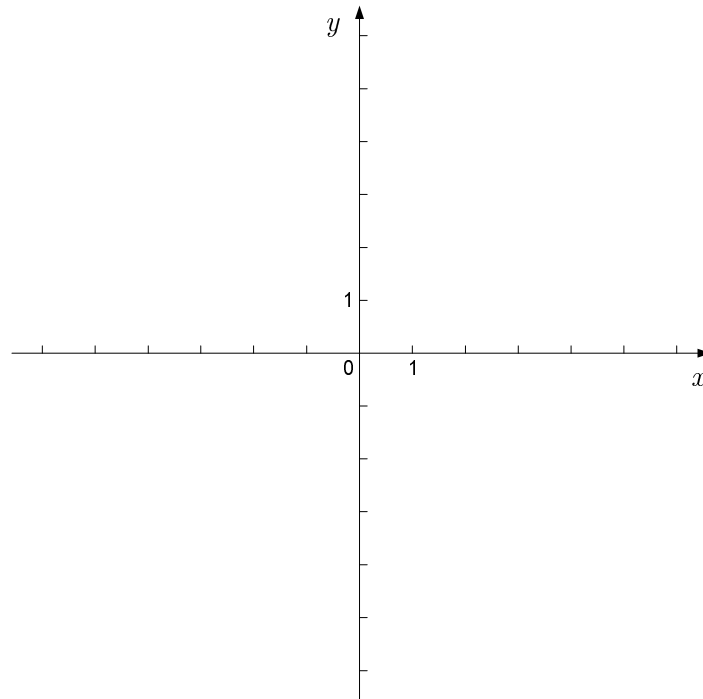
(3 točke)

b) Zapišite enačbo krožnice, ki poteka skozi točke A , B in C . Koliko meri polmer te krožnice?

(5 točk)

c) Zapišite enačbo tiste elipse z goriščema A in B , ki poteka skozi točko C . Elipso narišite v koordinatni sistem.

(6 točk)



02. Rešite naslednje naloge iz kompleksnih števil.

a) V kompleksni ravnini so dane množice $\mathcal{A} = \{z; |z| \leq 2\}$, $\mathcal{B} = \{z; \operatorname{Im} z = \operatorname{Re} z\}$ in $\mathcal{C} = \{z; |\operatorname{Re} z| < 3\}$. Narišite množico $(\mathcal{B} \cap \mathcal{C}) \setminus \mathcal{A}$.

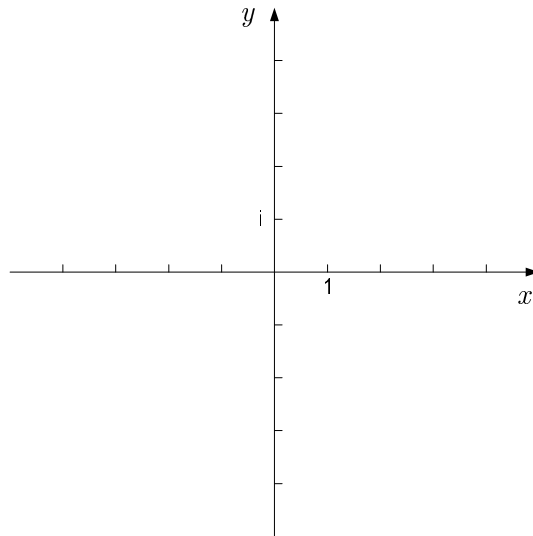
(4 točke)

b) Izračunajte realni števili a in b , tako da bo $(-3 + ai) \cdot (b + 3i) = -30 + 15i$.

(4 točke)

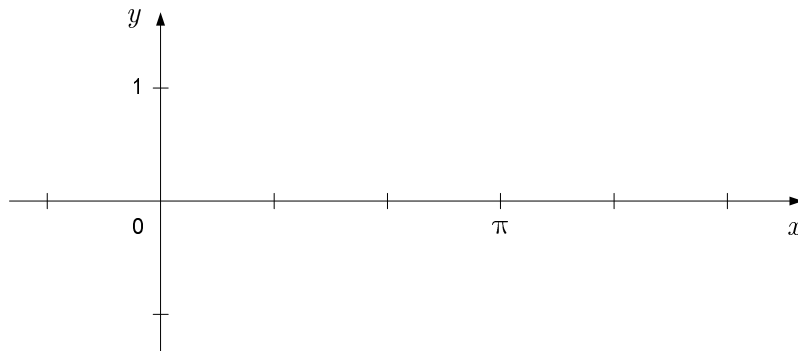
c) Dokažite, da kompleksno število $z = \sqrt{\log_2 a - 3} + i \log(a^2 - 13a + 44)$ ni realno, če je $a \in \mathbb{R}$. Za katero realno število a je $\operatorname{Re} z = 0$?

(5 točk)



03. Dani sta funkciji $f(x) = \sin 2x$ in $g(x) = \sin x$.

- a) Narišite grafa funkcij na intervalu $[0, \pi]$. Izračunajte presečišče teh grafov na $(0, \pi)$. (4 točke)
- b) Izračunajte kot, pod katerim se sekata grafa funkcij f in g na intervalu $(0, \pi)$. (4 točke)
- c) Izračunajte ploščino lika, ki ga oklepata grafa funkcij f in g na intervalu $(0, \pi)$. (3 točke)
- d) Za katera od 0 različna realna števila a se krivulji $y = a \sin 2x$ in $y = \sin x$ sekata na intervalu $(0, \pi)$? (2 točki)



REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN