



Š i f r a k a n d i d a t a :

**Državni izpitni center**



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

**Višja raven**  
**MATEMATIKA**  
**≡ Izpitna pola 2 ≡**

**Sobota, 7. junij 2008 / 90 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in dva ocenjevalna obrazca.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 3 strukturirane naloge. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Strani 10, 11 in 12 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 12 strani, od tega 1 prazno in 3 rezervne.*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  je realna polos
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

**Prazna stran**

**OBRNITE LIST.**

01. Dan je polinom  $p(x) = -\frac{x^3}{18} + \frac{x^2}{2}$ .

a) Izračunajte ničle in ekstrema ter narišite graf polinoma.

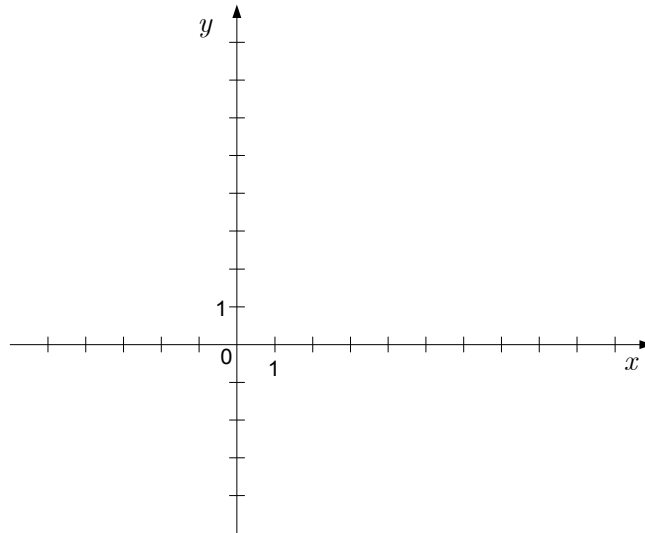
(5 točk)

b) Simetrala lihih kvadrantov omejuje z grafom polinoma  $p$  dva lika. Dokažite, da sta njuni ploščini enaki.

(6 točk)

c) Naj bo  $T(x, y)$ ,  $0 < x < 9$ , točka na grafu polinoma  $p$  in  $T'$  pravokotna projekcija točke  $T$  na abscisno os. Izračunajte absciso tiste točke  $T$ , pri kateri je ploščina trikotnika  $OT'T$  največja.  $O$  je izhodišče koordinatnega sistema.

(4 točke)





02. Števili  $z$  in  $w$  sta kompleksni števili.

a) Naj bo  $z = 3 + 2i$  in  $w = \frac{z+3}{z-3}$ . Izračunajte  $\operatorname{Re} w$  in  $\operatorname{Im} w$ .

(3 točke)

b) Naj bo  $z = 3 + yi$ . Izračunajte, za katera realna števila  $y$  je  $\left| \frac{z+3}{z-3} \right| = \sqrt{5}$ .

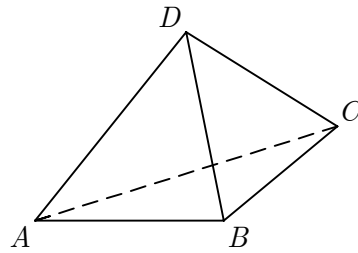
(3 točke)

c) V kompleksni ravnini ponazorite vsa kompleksna števila  $z = x + yi$ , za katera je  $w = \frac{z+3}{z-3}$  čisto imaginarno število.

(5 točk)



03. Dana je tristrana piramida  $ABCD$ .



- a) V trikotniku  $ABC$  s podatki  $\alpha = \sphericalangle BAC = 45^\circ$ ,  $\beta = \sphericalangle ABC = 60^\circ$  in polmerom trikotniku očrtane krožnice  $R = 2$  cm je točka  $S$  središče temu trikotniku očrtane krožnice. Izračunajte skalarni produkt  $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB}$ . (4 točke)
- b) Izrazite vektorja  $\overrightarrow{AB}$  in  $\overrightarrow{CB}$  kot linearno kombinacijo vektorjev  $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$  in  $\overrightarrow{DC} = \vec{c}$ . Dokažite, da velja enakost  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ . (4 točke)
- c) Naj bo piramida  $ABCD$  enakoroba. Dokažite, da sta nasprotna robova  $AB$  in  $CD$  med seboj pravokotna. (6 točk)





REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN