Ljubljana 2007

MATEMATIKA

Predmetni izpitni katalog za splošno maturo

Predmetni izpitni katalog se uporablja od spomladanskega roka **2009**, dokler ni določen novi. Veljavnost kataloga za leto, v katerem bo kandidat opravljal maturo, je navedena v Maturitetnem izpitnem katalogu za splošno maturo za tisto leto.

ric
Državni izpitni center

VSEBINA

1. UVOD

Predmetni izpitni katalog za splošno maturo iz matematike (v nadaljnjem besedilu Katalog) opisuje izpit iz predmeta, kakor to zahteva Zakon o maturi in ustrezni podzakonski predpisi.

Vsebina Kataloga:

1. navedeni so izpitni cilji;
2. opisana je zgradba in vrednotenje pisnega in ustnega dela izpita na obeh zahtevnostnih ravneh, osnovna raven – OR, višja raven – VR;
3. podrobno je predstavljena snov na obeh zahtevnostnih ravneh, osnovna raven – OR, višja raven – VR, ki je podlaga za pisni del izpita;
4. navedena so vprašanja za ustni del izpita;
5. navedeni so tudi dovoljeni pripomočki, zahtevano orodje in matematična terminologija.

Osrednji del Kataloga so izpitne vsebine. Snov ni razporejena po vrsti kakor v učbenikih, ampak vsako poglavje obsega po en sklop srednješolske matematike (npr. številske množice, algebrske funkcije ...). Tak pregled nad matematiko naj bi imel kandidat, da bi pri splošni maturi uspešno opravil izpit iz tega predmeta.

Poglavje Izpitne vsebine vključuje:

gesla na levi strani, ki določajo okvirne vsebine učne snovi iz učnega načrta – v glavnem gre za aksiome, definicije in izreke (pri slednjih ne zahtevamo dokaza, če tako ni posebej opredeljeno). Naveden je minimalni obseg snovi, ki naj bi jo predelali pri pouku;

na desni strani so nanizani izpitni cilji.

Člani DPK SM za matematiko

2. IZPITNI CILJI

IZPIT BO PREVERIL, ALI KANDIDAT ZNA:

brati matematična besedila in jih korektno interpretirati;

natančno predstaviti matematične vsebine v pisni obliki, v tabelah, grafih ali diagramih;

računati s števili, oceniti in zapisati rezultat z določeno natančnostjo ter presoditi njegovo veljavnost;

pri računanju uporabiti primerno metodo;

uporabljati računalo;

uporabljati osnovno orodje (ravnilo, trikotnik in šestilo) za načrtovanje;

interpretirati, preoblikovati in pravilno uporabljati matematične trditve, izražene z besedami ali s simboli;

prepoznati in uporabljati odnose med geometrijskimi objekti v dveh in treh dimenzijah;

logično sklepati iz danih matematičnih podatkov;

prepoznati vzorce in strukture v različnih situacijah;

analizirati problem in izbrati ustrezen način reševanja;

videti in izkoristiti soodvisnost različnih vej (področij) matematike;

uporabiti kombinacijo več matematičnih veščin in tehnik pri reševanju problemov;

predstaviti matematični izdelek, logično in jasno z uporabo ustrezne simbolike in terminologije;

uporabiti matematično znanje v vsakdanjih življenjskih situacijah;

uporabiti matematiko kot sredstvo komunikacije s poudarkom na natančnem izražanju.

3. ZGRADBA IN VREDNOTENJE IZPITA

3.1 SHEMA IZPITA

■ OSNOVNA RAVEN (OR)

Pisni del

Izpitna pola	Čas reševanja	Delež pri oceni	Ocenjevanje	Pripomočki
OR 1	120 minut	80 %	zunanje	nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka, računalo brez grafičnega zaslona in brez možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo
Ustni del				
3 kratka vprašanja	do 20 minut /15-minutna priprava/	20 %	notranje	računalo, geometrijsko orodje

■ VIŠJA RAVEN (VR)

Pisni del

Izpitna pola	Čas reševanja	Delež pri oceni	Ocenjevanje	Pripomočki
VR 1	90 minut	53,33 %	zunanje	nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka, računalo brez grafičnega zaslona in brez možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo
VR 2	90 minut	26,67 %	zunanje	
Ustni del				
3 kratka vprašanja /eno ali dve od vprašanj sta označeni z znakom ⇨/	do 20 minut /15-minutna priprava/	20 %	notranje	računalo, geometrijsko orodje

Kandidati lahko uporabljajo le standardna računala. Prepovedana so računala z možnostjo risanja grafov funkcij, simbolnega računanja, reševanja enačb ali brezžičnega komuniciranja. Pri konstrukcijskih nalogah morajo uporabljati geometrijsko orodje. **Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.**

Pisni del izpita (Izpitne pole OR 1, VR 1 in VR 2) sestavi DPK SM za matematiko in ga sočasno opravljajo vsi prijavljeni kandidati v Sloveniji. Za ustni del izpita pa DPK SM za matematiko sestavi listke s po tremi vprašanji iz množice vseh, ki so sestavni del Kataloga. DPK SM za matematiko lahko dopolni vprašanja na listkih s konkretnimi primeri. Listki za OR so samo iz vprašanj, ki niso označena z znakom ⇨, listki za VR pa vsebujejo eno ali dve vprašanji, označeni z znakom ⇨.

3.2 VRSTE NALOG IN VREDNOTENJE

Izpitna pola	Vrste nalog	Vrednotenje nalog
OR 1	12 krajših nalog	Vsaki nalogi se lahko dodeli 5 do 8 točk.
VR 1	12 krajših nalog	Vsaki nalogi se lahko dodeli 5 do 8 točk.
VR 2	3 zahtevnejše naloge, sestavljene iz krajših povezanih ali nepovezanih delov	Vsaki nalogi se lahko dodeli 10 do 20 točk.
Ustni izpit	3 vprašanja iz množice vprašanj, ki so sestavni del Kataloga	Vsako vprašanje je vrednoteno s 4 točkami.

4. IZPITNE VSEBINE

Znak ⇨ zaznamuje vsebine in pojme na VR.

4.1 MNOŽICE IN FUNKCIJE

1.1 Množice

	■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
	Enakost množic Moč množice Podmnožica Prazna in univerzalna množica Operacije z množicami: unija, presek, komplement, razlika Urejeni par Kartezični produkt	***Na osnovni ravni:*** – uporabljati različne načine podajanja množic – računati z množicami – določiti kartezični produkt danih nepraznih množic in ga grafično predstaviti ***Na višji ravni pa tudi:*** – določiti potenčno množico dane končne množice in njeno moč
⇨	Potenčna množica	

1.2 Funkcije

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Pravokotni koordinatni sistem v ravnini – kvadranti, razdalja med točkama Funkcija (preslikava, transformacija) $f: A \rightarrow B$ Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije Injektivna, surjektivna in bijektivna funkcija Realne funkcije realne spremenljivke Računske operacije s funkcijami Lastnosti realnih funkcij: – naraščanje, padanje – omejenost, neomejenost – sodost, lihost – periodičnost – ničla – predznak – presečišče grafa z osjo y – vodoravna in navpična asimptota – ekstrem funkcije	***Na osnovni ravni:*** – določiti razpolovišče daljice in izračunati razdaljo med točkama, ploščino in orientacijo trikotnika – ponazoriti preproste množice točk v koordinatnem sistemu – poiskati definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije – iz danega grafa prebrati lastnosti funkcije – ugotoviti lastnosti funkcije in narisati graf – če je znan graf funkcije $f,$ narisati grafe funkcij: $x \mapsto \lvert f(x) \rvert,$ $x \mapsto f(x-c),$ $x \mapsto af(x)+b,$ kjer so $a,\ b$ in c konstante – iz grafa funkcije, vsebovane v danem razredu preprostih elementarnih funkcij, določiti njeno enačbo

Graf funkcije

Transformacije ravnine:
- vzporedni premik,
- zrcaljenje čez abscisno os, ordinatno os ali izhodišče,
- razteg v smeri abscisne oziroma ordinatne osi

Osnove risanja grafov funkcij

Sestava (kompozitum) funkcij

Inverzna funkcija

Na višji ravni pa tudi:

- sestaviti funkcijo iz dveh funkcij
- če je znan graf funkcije f, narisati grafe funkcij:
  $x \mapsto f(kx)$,
  $x \mapsto f(|x|)$,
  $x \mapsto f(kx+b)$,
  kjer sta k in b konstanti
- narisati grafe preprostih sestavljenih funkcij
- poiskati inverzno funkcijo grafično in, kadar je mogoče, analitično

4.2 ŠTEVILSKE MNOŽICE

2.1 Naravna števila

■ VSEBINA, POJMI

Pojem naravnega števila

Lastnosti osnovnih računskih operacij

Urejenost in deljivost v $\mathbb{N}$

Praštevila in sestavljena števila

Kriteriji deljivosti

Večkratnik in potenca

Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

Osnovni izrek o deljenju

Naravna števila na številski premici

⇨ Popolna indukcija

⇨ Evklidov algoritem

■ CILJI

Na osnovni ravni:

- računati z naravnimi števili
- ugotoviti, ali je dano število deljivo z $2, 3, 4, 5, 6, 9, 10$ ali 25
- izračunati največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik danih števil
- uporabljati izrek: $D(a,b) \cdot v(a,b) = a \cdot b$
- zapisati dano število kot produkt prafaktorjev

Na višji ravni pa tudi:

- uporabljati Evklidov algoritem za iskanje največjega skupnega delitelja
- s popolno indukcijo dokazati preproste matematične trditve

2.2 Cela števila

■ VSEBINA, POJMI

Cela števila na številski premici

Lastnosti računskih operacij v $\mathbb{Z}$

Deljivost v $\mathbb{Z}$

Urejenost v $\mathbb{Z}$ (neenakosti)

■ CILJI

Na osnovni ravni:

- računati s celimi števili
- izpostaviti skupni faktor

Algebrski izrazi	– računati z izrazi: • kvadrat vsote in razlike • kub vsote in razlike • razlika kvadratov • $a^3-b^3,\ a^n-b^n$ in a^3+b^3 • uporabiti Viètovo pravilo za kvadratni tričlenik – razstaviti preproste veččlenike ***Na višji ravni pa tudi:*** – razstaviti $a^{2n+1}+b^{2n+1}\ (n\in\mathbb{N})$

2.3 Racionalna števila

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Ulomki Enakost ulomkov Razmerja Racionalna števila Lastnosti računskih operacij v $\mathbb{Q}$ Urejenost množice $\mathbb{Q}$ Desetiški ulomki Decimalni zapis racionalnega števila Racionalna števila na številski premici Potence s celimi eksponenti Potence števila 10 (mikro, mega ...)	– računati z ulomki: • poiskati najmanjši skupni imenovalec • seštevati in odštevati • krajšati in razširjati • množiti in deliti – ugotoviti, ali ima ulomek končni desetiški zapis – zapisati končno ali periodično decimalno število kot okrajšani ulomek in obratno – uporabljati pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti – ponazoriti dano racionalno število s točko na številski premici – konstruirati daljico, katere dolžina je dano pozitivno racionalno število

2.4 Realna števila

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Številska premica (realna os) Iracionalna števila Decimalni zapis iracionalnega števila Zaokrožanje Lastnosti računskih operacij v $\mathbb{R}$ Urejenost v $\mathbb{R}$ (neenakosti in računanje z njimi) Koreni in pravila za računanje z njimi Potenca z racionalnim eksponentom Absolutna vrednost, njene lastnosti in geometrijski pomen	***Na osnovni ravni:*** – računati z decimalnimi števili in s števili v eksponentnem zapisu – računati z določeno natančnostjo – računati s koreni – preoblikovati izraze, v katerih nastopajo koreni: • delno koreniti • racionalizirati imenovalec – reševati preproste enačbe, v katerih nastopajo koreni – računati z absolutnimi vrednostmi števil – računati z odstotki, uporabljati procentni in obrestni račun

Intervali na realni osi Odstotki Računanje s približki ⇨ Absolutna in relativna napaka približka	– reševati preproste enačbe in neenačbe z absolutnimi vrednostmi ***Na višji ravni pa tudi:*** – z uporabo izrekov o pravokotnem trikotniku konstruirati daljico z dolžino $\sqrt{n}$ ($n \in \mathbb{N}$) – izračunati ali oceniti absolutno in relativno napako približka

2.5 Kompleksna števila

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Definicija kompleksnih števil Lastnosti računskih operacij v $\mathbb{C}$ Absolutna vrednost kompleksnega števila in njene lastnosti Konjugirano kompleksno število in lastnosti konjugiranja Geometrijska upodobitev kompleksnih števil v kompleksni ravnini	***Na osnovni ravni:*** – računati s kompleksnimi števili – izračunati absolutno vrednost in konjugirano kompleksno število – upodobiti kompleksna števila v ravnini – reševati preproste enačbe v $\mathbb{C}$ ***Na višji ravni pa tudi:*** – v kompleksni ravnini ponazoriti množico točk, ki ustrezajo danim pogojem

4.3 GEOMETRIJA

3.1 Osnove geometrije v ravnini in prostoru

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Osnovni geometrijski pojmi: točka, premica, ravnina in odnosi med njimi Vzporednost premic Poltrak in dopolnilni poltrak Bregova premice Razdalja in njene lastnosti Daljica, nosilka daljice, simetrala daljice Pravokotna projekcija na premico Konveksna množica Skladnost Zrcaljenje čez točko in premico Vzporedni premik Vrtenje	– ugotoviti različne medsebojne lege in odnose med geometrijskimi elementi in jih uporabljati – konstruirati pravokotnico na premico skozi dano točko – konstruirati simetralo daljice – pravokotno projicirati točko na premico – prepoznati konveksno množico – prepoznati skladne in podobne like – prepoznati simetrije – preslikati lik z danim togim premikom

Podobnost

Polprostor

Medsebojna lega premic in ravnin v prostoru

3.2 Kot

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Kot (kraka, vrh)	– pretvarjati stopinje v radiane in obratno
Skladnost kotov, velikost kota. Kotne mere (stopinja, radian)	– računati s koti (v stopinjah in radianih)
Ostri in topi, ničelni, pravi, iztegnjeni in polni kot	– konstruirati simetralo danega kota
Pari kotov: sosedna, sokota, komplementarna in suplementarna kota	– konstruirati kote $k \cdot 15^\circ (k=1, 2, \ldots, 10)$ s šestilom in ravnilom
Simetrala kota	– iz ustreznih podatkov izračunati dolžino pravokotne projekcije daljice
Koti z vzporednimi in koti s pravokotnimi kraki, sovršna kota	
Koti ob prečnici	
Kot med premicama	
Pravokotnica na ravnino, pravokotna projekcija na ravnino	
Kot med premico in ravnino	
Kot med ravninama	

3.3 Trikotnik

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Oznake v trikotniku	***Na osnovni ravni:***
Odnosi med stranicami trikotnika	– konstruirati trikotnik, če so dane: • tri stranice • dve stranici in vmesni kot • stranica in dva kota • stranica, višina na stranico in priležni kot (ali druga stranica)
Odnosi med stranicami in koti trikotnika	– konstruirati znamenite točke (težišče, višinska točka, središči trikotniku očrtanega in včrtanega kroga) danega trikotnika
Notranji in zunanji koti trikotnika	– uporabljati sinusni in kosinusni izrek
Enakostranični, enakokraki in pravokotni trikotnik	– preveriti (uporabiti) skladnost in podobnost trikotnikov
Pitagorov izrek	– razdeliti daljico na n enakih delov
Skladnost trikotnikov in izreki o skladnosti trikotnikov	– razdeliti daljico v danem razmerju
Podobnost trikotnikov in izreki o podobnih trikotnikih	– iz ustreznih podatkov izračunati ploščino, stranico, kot, obseg, višino, težiščnico, polmer včrtanega in očrtanega kroga
Težiščnica, težišče	
Višina, višinska točka	
Trikotniku očrtani in včrtani krog	

Srednjica trikotnika

Sinusni izrek, kosinusni izrek

Obrazci za ploščino trikotnika:

$S = \frac{av_a}{2} = \frac{bv_b}{2} = \frac{cv_c}{2}$,

$S = \frac{ab\sin\gamma}{2}$,

$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$,

$S = rs,\ s = \frac{a+b+c}{2}$

⇨ Evklidov in višinski izrek

Na višji ravni pa tudi:

- uporabljati lastnosti trikotnika pri zahtevnejših konstrukcijah
- uporabljati izreke o pravokotnem trikotniku

3.4 Štirikotnik, večkotnik

■ VSEBINA, POJMI

Stranica, oglišče, diagonala

Vsota notranjih kotov štirikotnika

Paralelogram (pravokotnik, kvadrat, romb)

Karakterizacije paralelograma

Trapez, enakokraki trapez

Deltoid

Pravilni n-kotnik

Konveksni n-kotnik

Vsota notranjih kotov n-kotnika

Ploščina in obseg paralelograma

Ploščina in obseg trapeza

Ploščina in obseg deltoida

Ploščina in obseg pravilnega n-kotnika

⇨ Tetivni in tangentni štirikotnik

■ CILJI

Na osnovni ravni:

- osnovne konstrukcije štirikotnikov
- izračunati notranje kote pravilnega n-kotnika pri poljubnem naravnem številu $n \geq 3$
- izračunati število diagonal n-kotnika pri poljubnem naravnem številu $n \geq 4$
- iz ustreznih podatkov izračunati ploščino, obseg, višino paralelograma ali trapeza, diagonalo in kot

Na višji ravni pa tudi:

- uporabljati lastnosti paralelograma, trapeza in deltoida pri zahtevnejših konstrukcijah

3.5 Krog in krožnica

■ VSEBINA, POJMI

Krog (središče, polmer)

Sekanta. Tetiva

Tangenta

Medsebojna lega dveh krogov

Krožni lok, krožni izsek, krožni odsek

Talesov izrek o kotu v polkrogu

■ CILJI

Na osnovni ravni:

- v poljubni točki krožnice konstruirati tangento
- izračunati obseg in ploščino kroga
- izračunati dolžino krožnega loka in ploščino krožnega izseka (odseka)

Središčni kot, obodni kot

Ploščina in obseg kroga. Število π

Dolžina krožnega loka

Ploščina krožnega izseka in odseka

Na višji ravni pa tudi:

- konstruirati tangenti na krožnico iz poljubne zunanje točke
- uporabljati Talesov izrek o kotu v polkrogu ter zvezo med obodnim in središčnim kotom

3.6 Telesa. Prostornina in površina

■ **VSEBINA, POJMI**

Geometrijska telesa: konveksni poliedri, rotacijska telesa

Površina

Prostornina

Prizma

Pravilni poliedri (tetraeder, kocka, oktaeder)

Piramida

Pokončni krožni valj

Pokončni krožni stožec

Krogla

Obrazci za površino in prostornino naštetih teles

⇨ Cavalierijevo pravilo

■ **CILJI**

- pri ustreznih podatkih za dano telo izračunati površino in prostornino, ploščino osnega preseka, višino telesa, stranski rob, osnovni rob, telesno diagonalo ...
- izračunati kote, ki jih med seboj oklepajo robovi oziroma ploskve geometrijskega telesa

4.4 VEKTORSKI RAČUN

4.1 Definicija, seštevanje in odštevanje vektorjev. Produkt vektorja s številom

■ **VSEBINA, POJMI**

Definicija vektorja, enakost vektorjev in oznake

Dolžina vektorja

Vektor nič, nasprotni vektor

Enotski vektor

Seštevanje vektorjev in lastnosti

Odštevanje vektorjev

Množenje vektorja s številom in lastnosti

Kolinearnost vektorjev

■ **CILJI**

Na osnovni ravni:

- sešteti dane vektorje
- odšteti dani vektor
- premakniti dani lik za vektor $\vec{a}$
- pomnožiti vektor $\vec{a}$ z racionalnim številom in narisati rezultat
- zapisati enotski vektor v smeri danega vektorja

Na višji ravni pa tudi:

- preveriti kolinearnost točk v prostoru

4.2 Linearna kombinacija vektorjev. Baza

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Definicija linearne kombinacije Komplanarnost vektorjev Pravokotni koordinatni sistem v prostoru Abscisa, ordinata, aplikata točke Ortonormirana baza v ravnini $(\vec{i},\ \vec{j})$ in v prostoru: $(\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$ Zapis vektorja s komponentami (koordinatami) v ortonormirani bazi v ravnini in prostoru Računanje z vektorji v ortonormirani bazi (seštevanje, odštevanje, množenje s številom) Bazni vektorji, baza Krajevni vektor točke Zapis vektorja $\overrightarrow{AB}$ s krajevnima vektorjema točk A in B	***Na osnovni ravni:*** – grafično izraziti vektor $\vec{c}$ z danima nekolinearnima vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$ v isti ravnini – na preprostih primerih izraziti vektor z danimi nekomplanarnimi vektorji – računati z vektorji (danimi v ortonormirani bazi) – ugotoviti, ali sta vektorja vzporedna – zapisati vektor $\overrightarrow{AB}$ s krajevnima vektorjema točk A in B – s krajevnim vektorjem določiti koordinate delišča daljice ***Na višji ravni pa tudi:*** – uporabiti vektorski račun v geometriji (npr. dokazovanje vzporednosti, računanje presečišč, težišča trikotnika)

4.3 Skalarni produkt

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Kot med vektorjema Definicija skalarnega produkta in njegove lastnosti Pogoj za pravokotnost dveh vektorjev Skalarni produkt vektorjev v ortonormirani bazi Dolžina vektorja v ortonormirani bazi ⇨ Projekcija vektorja $\vec{a}$ na smer drugega vektorja	***Na osnovni ravni:*** – izračunati skalarni produkt dveh vektorjev – izračunati kot med vektorjema – izračunati dolžino vektorja in daljice – ugotoviti, ali sta vektorja pravokotna ***Na višji ravni pa tudi:*** – izračunati dolžine stranic, kote in ploščino trikotnika v prostoru, če so dana oglišča

4.5 ALGEBRSKE FUNKCIJE IN ENAČBE

5.1 Linearna funkcija, linearna enačba in neenačba. Sistemi linearnih enačb in neenačb

■ VSEBINA, POJMI

Linearna funkcija $x \mapsto kx + n$

Smerni koeficient (diferenčni količnik) in vrednost $f(0)$ linearne funkcije

Lastnosti linearne funkcije

Graf linearne funkcije

Ničla linearne funkcije

Enačbe premice: eksplicitna oblika, implicitna oblika, odsekovna oblika, skozi dve točki, skozi dano točko z znanim smernim koeficientom

Kot med premicama

Pogoj za vzporednost in pravokotnost premic

Linearna enačba in linearna neenačba z eno neznanko

Linearna neenačba z dvema neznankama

Sistem linearnih neenačb z eno neznanko

Sistem dveh (treh) linearnih enačb z dvema (tremi) neznankama(-i)

⇨ Razdalja točke od premice

⇨ Sistem linearnih neenačb z dvema neznankama

⇨ Gaussova eliminacijska metoda

■ CILJI

Na osnovni ravni:

- narisati graf dane linearne funkcije
- poiskati enačbo premice:
  - če sta dani dve različni točki na njej
  - če je dana ena točka na njej in smerni koeficient premice
- zapisati enačbo premice v odsekovni obliki, kadar je to mogoče
- rešiti linearno enačbo (neenačbo) s preoblikovanjem v ekvivalentno enačbo (neenačbo)
- interpretirati in uporabljati graf linearne funkcije v praktičnih situacijah
- rešiti sistem dveh (treh) linearnih enačb z dvema (tremi) neznankama(-i)
- rešiti probleme, ki se prevedejo na linearno enačbo ali sistem linearnih enačb

Na višji ravni pa tudi:

- izračunati razdaljo točke od premice
- poiskati rešitev sistema linearnih enačb z več neznankami
- obravnavati in rešiti linearno enačbo (neenačbo) in sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama
- poiskati rešitev sistema več linearnih neenačb z dvema neznankama

5.2 Kvadratna funkcija, kvadratna enačba in neenačba

■ VSEBINA, POJMI

Kvadratna funkcija

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f(x) = a(x-p)^2 + q$

$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$

Diskriminanta

Tême kvadratne funkcije

Ničli kvadratne funkcije

■ CILJI

Na osnovni ravni:

- zapisati kvadratno funkcijo pri različnih podatkih
- narisati graf kvadratne funkcije
- rešiti kvadratno enačbo
- uporabiti Viètovo pravilo
- rešiti kvadratno neenačbo
- prevesti enačbo na kvadratno enačbo z uvedbo nove neznanke

Graf kvadratne funkcije

Kvadratna enačba $ax^2+bx+c=0$

Rešitvi kvadratne enačbe

Viètovo pravilo

Kvadratna neenačba

– uporabiti kvadratno enačbo pri reševanju problemov

Na višji ravni pa tudi:

– rešiti sistem kvadratnih neenačb

– uporabiti kvadratno neenačbo pri reševanju problemov

5.3 Polinomi

■ VSEBINA, POJMI

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom $f : x \to x^n$

Polinomi z realnimi koeficienti

Stopnja, vodilni koeficient, konstantni člen polinoma

Enakost polinomov

Pravila za računanje s polinomi

Stopnja vsote in stopnja produkta polinomov

Osnovni izrek o deljenju polinomov

Hornerjev algoritem

■ CILJI

Na osnovni ravni:

– računati s potencami z naravnim eksponentom (množiti, potencirati, poenostavljati izraze)

– izračunati vrednost polinoma $p(x)$ pri danem x

– računati s polinomi (seštevati, odštevati, množiti in deliti)

– iz grafa polinoma ugotoviti njegove lastnosti

– uporabiti Hornerjev algoritem:
  - izračunati z njim vrednost polinoma pri danem x
  - zapisati kvocient in ostanek pri deljenju z linearnim polinomom

– ugotoviti ničle polinoma

Na višji ravni pa tudi:

– uporabiti dejstvo, da sta dva polinoma enaka natanko takrat, ko imata enake koeficiente

5.4 Osnovni izrek algebre. Graf polinoma

■ VSEBINA, POJMI

Enostavna (enojna, enkratna) ničla, večkratna ničla

Osnovni izrek algebre

Število realnih in kompleksnih ničel polinoma

Cele in racionalne ničle polinoma s celimi koeficienti

Realne ničle polinoma (bisekcija)

Graf polinoma
– obnašanje daleč od izhodišča
– obnašanje v okolici ničel

■ CILJI

Na osnovni ravni:

– razcepiti preproste polinome na linearne oziroma kvadratne faktorje

– poiskati ničle (in njihovo stopnjo) iz razcepa polinoma

– zapisati enačbo polinoma iz danih ničel in vrednosti polinoma pri izbranem x

– poiskati cele in racionalne ničle polinoma s celimi koeficenti

– ugotoviti intervale naraščanja, padanja, stacionarne točke in ekstreme polinoma

– narisati graf polinoma z upoštevanjem stacionarnih točk

Odvod polinoma
– naraščanje, padanje
– stacionarne točke
– ekstremi

– določiti polinom iz danih vrednosti polinoma pri izbranih vrednostih neodvisne spremenljivke x

Na višji ravni pa tudi:

– uporabiti bisekcijo za določitev realnih ničel

5.5 Racionalne funkcije

■ VSEBINA, POJMI

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

Racionalna funkcija

Ničle in poli racionalnih funkcij

Obnašanje grafa racionalne funkcije v neskončnosti (vodoravna in navpična asimptota)

Preproste racionalne enačbe ali neenačbe

⇨ Poševna asimptota

■ CILJI

Na osnovni ravni:

– narisati graf potenčne funkcije $f(x) = x^{-n}$ za $n \in \mathbb{N}$

– računati s potencami s celim eksponentom (množiti, deliti, potencirati, poenostavljati izraze)

– računati z racionalnimi funkcijami

– približno narisati graf dane racionalne funkcije

– iz grafa racionalne funkcije ugotoviti njene lastnosti

– rešiti preproste racionalne enačbe in neenačbe

– narisati graf dane racionalne funkcije z uporabo odvoda

Na višji ravni pa tudi:

– narisati graf dane racionalne funkcije s poševno asimptoto

5.6 Algebrske enačbe druge stopnje. Stožnice

■ VSEBINA, POJMI

Krožnica

Elipsa

Hiperbola

Parabola

⇨ Enačba $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ in njen geometrijski pomen

■ CILJI

Na osnovni ravni:

– iz ustreznih podatkov napisati enačbo krožnice ali določiti središče in polmer krožnice iz dane enačbe

– ugotoviti, kaj predstavlja enačba $Ax^2 + Cy^2 = G$ oziroma $Cy^2 + Dx = 0$ (določiti polosi, zapisati koordinate temen in gorišč ter enačbi asimptot oziroma vodnice)

– iz ustreznih podatkov zapisati enačbo stožnice

– ugotoviti medsebojno lego dveh stožnic ali stožnice in premice, izračunati presečišča

– rešiti preprosto iracionalno enačbo

Na višji ravni pa tudi:

- zapisati enačbo vzporedno premaknjene stožnice
- iz enačbe stožnice v premaknjeni legi zapisati koordinate temen, gorišč in središča, enačbi asimptot hiperbole, premico vodnico parabole, polosi

4.6 TRANSCENDENTNE FUNKCIJE IN ENAČBE

6.1 Eksponentna funkcija in enačba

■ VSEBINA, POJMI

Eksponentna funkcija
$f : x \mapsto a^x;\ a > 0,\ a \neq 1$

Lastnosti eksponentne funkcije

Graf eksponentne funkcije

Eksponentna funkcija z osnovo e

⇨ Eksponentno naraščanje in pojemanje

■ CILJI

Na osnovni ravni:

- narisati graf eksponentne funkcije
- vzporedno premakniti graf eksponentne funkcije in določiti asimptoto premaknjenega grafa
- raztegniti graf eksponentne funkcije v smeri osi y
- računati z izrazi, v katerih nastopajo eksponentne funkcije
- rešiti preproste enačbe, v katerih nastopajo eksponentne funkcije

Na višji ravni pa tudi:

- z uvedbo nove neznanke rešiti enačbe, v katerih nastopajo eksponentne funkcije
- uporabiti eksponentno funkcijo pri nalogah o naravni rasti

6.2 Logaritemska funkcija in enačba

■ VSEBINA, POJMI

Logaritemska funkcija
$f : x \mapsto \log_a x;\ a > 0,\ a \neq 1$

Lastnosti logaritemske funkcije

Graf logaritemske funkcije

Pravila za logaritmiranje (logaritem produkta, kvocienta, potence in korena)

Desetiški logaritem in naravni logaritem

⇨ Prehod na novo osnovo

■ CILJI

Na osnovni ravni:

- narisati graf (ugotoviti definicijsko območje, navpično asimptoto in ničlo) logaritemske funkcije
- raztegniti graf logaritemske funkcije v smeri osi y oziroma ga vzporedno premakniti
- uporabljati pravila za računanje z logaritmi
- rešiti preproste enačbe, v katerih nastopajo logaritmi
- uporabljati logaritme pri reševanju preprostih eksponentnih enačb

Na višji ravni pa tudi:

- preiti z ene osnove logaritma na drugo
- z uvedbo nove neznanke rešiti enačbe (neenačbe), v katerih nastopajo logaritmi
- uporabljati logaritme pri reševanju zahtevnejših eksponentnih enačb

6.3 Kotne funkcije

■ VSEBINA, POJMI

Kotne funkcije ostrega kota v pravokotnem trikotniku

Razširitev pojma kota

Funkcije $x \mapsto \sin x,\ x \to \cos x,\ x \to \tan x$ in $x \mapsto \cot x$

Ponazoritev kotnih funkcij z enotsko krožnico

Lastnosti kotnih funkcij

Osnovne zveze med kotnimi funkcijami istega kota

Kotne funkcije komplementarnih kotov

Izražanje s kotnimi funkcijami ostrega kota

Grafi kotnih funkcij

■ CILJI

Na osnovni ravni:

- vrednosti kotnih funkcij kotov: $0^\circ,\ 30^\circ,\ 45^\circ,\ 60^\circ \text{ in } 90^\circ$
- narisati grafe kotnih funkcij
- narisati grafe funkcij: $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) + B$, $f(x) = A\cos(\omega x + \varphi) + B$
- ugotoviti amplitudo in periodo sinusnega nihanja
- z dano kotno funkcijo izraziti preostale kotne funkcije
- s kotno funkcijo ostrega kota izraziti kotno funkcijo poljubnega kota

Na višji ravni pa tudi:

- narisati grafe funkcij: $f(x) = A\tan(\omega x + \varphi)$, $f(x) = A\cot(\omega x + \varphi)$

6.4 Adicijski izreki in posledice

■ VSEBINA, POJMI

Adicijski izreki

Kotne funkcije dvojnih kotov

Pretvarjanje izrazov, v katerih nastopajo kotne funkcije, v produkt

Razčlenjevanje produkta kotnih funkcij

⇨ Kotne funkcije polovičnih kotov

■ CILJI

- poenostavljati izraze, v katerih nastopajo kotne funkcije
- uporabljati adicijske izreke in njihove posledice
- pretvarjati vsoto ali razliko kotnih funkcij v produkt in obratno

6.5 Krožne funkcije

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Krožne funkcije $x \mapsto \arcsin x$, $x \mapsto \arccos x,\ x \to \arctan x$ Definicijsko območje in zaloga vrednosti krožnih funkcij Trigonometrijske enačbe	***Na osnovni ravni:*** – rešiti preproste trigonometrijske enačbe (npr. s prehodom na isto kotno funkcijo, s faktorizacijo, z razčlenitvijo) ***Na višji ravni pa tudi:*** – rešiti trigonometrijske enačbe (s substitucijo in z uporabo polovičnih kotov)

4.7 ZAPOREDJA IN VRSTE

7.1 Zaporedja in vrste

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Okolica točke Definicija zaporedja $f: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ Lastnosti zaporedij (naraščanje, padanje, omejenost) Aritmetično zaporedje in njegove lastnosti Geometrijsko zaporedje in njegove lastnosti Vsota prvih n členov aritmetičnega in vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja Geometrijska vrsta Obrestno-obrestni račun ⇨ Limita zaporedja (konvergenca) ⇨ Delna vsota, vrsta ⇨ Limita vsote, produkta in kvocienta konvergentnih zaporedij	***Na osnovni ravni:*** – zapisati nekaj členov zaporedja, če je dan splošni člen, in poiskati lastnosti zaporedja – izračunati aritmetično in geometrijsko sredino danih dveh števil – izračunati vsoto prvih n členov aritmetičnega ali geometrijskega zaporedja oziroma določen člen zaporedja, diferenco oziroma kvocient pri ustreznih podatkih – reševati osnovne naloge iz obrestno-obrestnega računa – izračunati vsoto neskončne geometrijske vrste ***Na višji ravni pa tudi:*** – reševati zahtevnejše naloge iz obrestno-obrestnega računa – določiti limito danega konvergentnega zaporedja – računati z limitami

4.8 KOMBINATORIKA

8.1 Kombinatorika

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Kombinatorično drevo Osnovni izrek kombinatorike (pravilo produkta) Pravilo vsote Permutacije (brez ponavljanja) Variacije (brez ponavljanja) Variacije s ponavljanjem Kombinacije (brez ponavljanja) Binomski izrek Binomski simboli in njihove lastnosti (Pascalov trikotnik) ⇨ Permutacije s ponavljanjem	– narisati kombinatorično drevo za dani problem (npr. za turnir) – izračunati $n!$ – razlikovati med posameznimi kombinatoričnimi pojmi in uporabljati obrazce – izračunati vrednost binomskega simbola – razviti potenco binoma

4.9 VERJETNOSTNI RAČUN IN STATISTIKA

9.1 Osnovni pojmi. Verjetnost

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Poskus in dogodek Gotovi, nemogoči in slučajni dogodek Elementarni in sestavljeni dogodki Vsota dogodkov, produkt dogodkov Način dogodka, nasprotni dogodek Definicija verjetnosti Računanje verjetnosti ⇨ Pogojna verjetnost ⇨ Odvisni in neodvisni dogodki	***Na osnovni ravni:*** – računati z dogodki – poiskati vse dogodke nekega poskusa – izračunati verjetnost danega dogodka, nasprotnega dogodka, vsote dogodkov in produkta dogodkov ***Na višji ravni pa tudi:*** – izračunati pogojno verjetnost

9.2 Osnovni pojmi statistike

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Osnovni statistični pojmi (populacija, enota, znak, parameter, vzorec) Grupiranje in urejanje podatkov Prikazovanje podatkov (frekvenčni poligon, frekvenčni histogram, frekvenčni kolač) Srednja vrednost (aritmetična sredina) Standardni odklon	– samostojno izdelati enostavno statistično nalogo in jo grafično predstaviti, npr. • srednji uspeh razreda • srednja ocena in standardni odklon pri posameznem predmetu • kratka in enostavna anketa

4.10 DIFERENCIALNI IN INTEGRALNI RAČUN

10.1 Limita funkcije

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Limita funkcije Pravila za računanje limite (limita vsote, razlike, produkta in kvocienta funkcij) Limita v neskončnosti (vodoravna asimptota) ⇨ Neskončna limita (navpična asimptota) ⇨ Zveznost funkcij	***Na osnovni ravni:*** – določiti vodoravno asimptoto grafa funkcije (če obstaja) ***Na višji ravni pa tudi:*** – izračunati limito funkcije v dani točki z uporabo pravil – izračunati enostavne posebne primere limit – poiskati tiste x, pri katerih dana funkcija $x \mapsto f(x)$ ni zvezna

10.2 Odvod in diferencial

■ VSEBINA, POJMI	■ CILJI
Diferenčni količnik funkcije (geometrijski pomen) Definicija odvoda Geometrijski pomen odvoda Odvod vsote, razlike, produkta in kvocienta funkcij, odvod produkta funkcije s številom Odvod sestavljene funkcije ⇨ Odvod inverzne funkcije ⇨ Odvod implicitno dane funkcije ⇨ Aproksimacija z odvodom	***Na osnovni ravni:*** – poznati tabelo odvodov elementarnih funkcij – poiskati enačbo tangente na krivuljo v dani točki krivulje – izračunati kot med krivuljama – uporabljati pravila za računanje odvoda – s posrednim odvajanjem izračunati odvod sestavljene funkcije – z uporabo odvoda poiskati stacionarne točke, intervale naraščanja in padanja, ekstreme in narisati graf funkcije

Na višji ravni pa tudi:

- reševati ekstremalne probleme
- z uporabo odvoda oceniti spremembo vrednosti funkcije
- izračunati odvod implicitno dane funkcije

10.3 Integral

■ VSEBINA, POJMI

Definicija nedoločenega integrala

Nedoločeni integral vsote in razlike funkcij ter produkta funkcije s številom

Določeni integral in njegov geometrijski pomen

Osnovne lastnosti določenega integrala

Računanje določenega integrala (Newton-Leibnizeva formula)

⇨ Integracijske metode:
– uvedba nove spremenljivke

■ CILJI

Na osnovni ravni:

- poznati tabelo nedoločenih integralov elementarnih funkcij
- uporabljati pravila za integriranje
- izračunati nedoločeni integral nekaterih preprostih funkcij
- izračunati določeni integral oziroma ploščino lika med krivuljama

Na višji ravni pa tudi:

- uporabljati uvedbo nove spremenljivke pri računanju nedoločenega in določenega integrala
- izračunati prostornino rotacijskega telesa

5. PRIMERI IZPITNIH VPRAŠANJ

Primer krajše naloge

Dana sta vektorja $\vec{a} = (2, -1, 3)$ in $\vec{b} = (1, -2, 5)$ v običajni bazi $\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}$. Zapišite komponente vektorjev $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$ in $\vec{y} = \vec{a} + \vec{b}$. Izračunajte točno dolžino vektorja $\vec{x}$ in skalarni produkt vektorjev $\vec{x} \cdot \vec{y}$.

(6 točk)

Rešitev:

1. Skupaj: 6 točk
   Izračun $\vec{x} = (3, 0, 1)$ in $\vec{y} = (3, -3, 8)$ .... (1+1) 2 točki
   Dolžina $|\vec{x}| = \sqrt{10}$ (zapis ali uporaba formule za izračun ... *1 točka; če se oznaka za dolžino vektorja ne loči od oznake za vektor, dobi kandidat največ 1 točko) ....2 točki
   Skalarni produkt $\vec{x} \cdot \vec{y} = 17$ ....2 točki
   (Zapis ali uporaba formule za izračun skalarnega produkta v komponentah ali izračun npr. $\vec{x} \cdot \vec{y} = 2\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{b}$ ... *1 točka.)

   (Če je ena od koordinat vektorja $\vec{x}$ napačna, vsi ostali rezultati pa pravilni, dobi kandidat 4 točke.)

Primer zahtevnejše naloge

Dan je polinom $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$.

a) Določite števili a in b tako, da bo $x = 2$ dvakratna ničla polinoma $p(x)$.

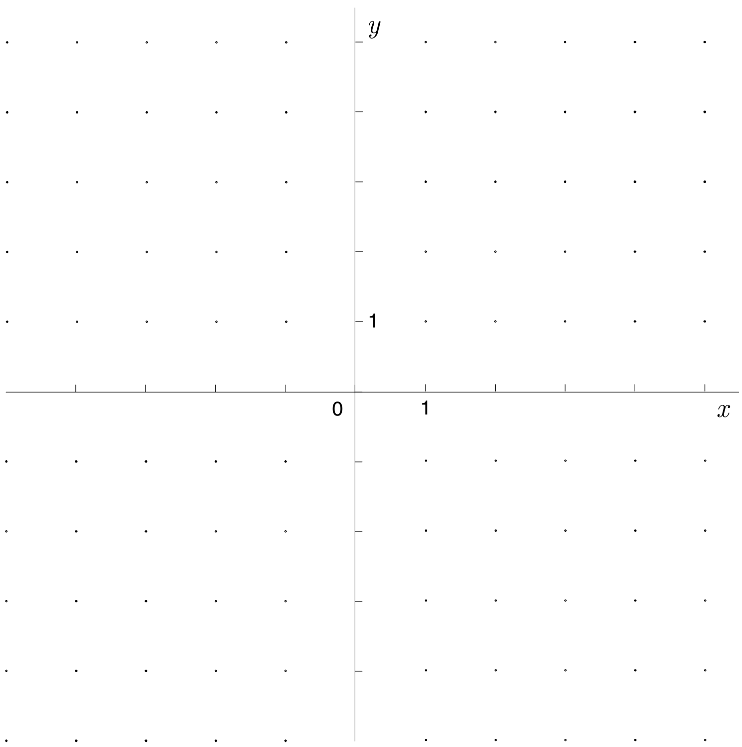
(7 točk)

b) Naj bo $a = 6$ in $b = 9$.
Poiščite ničle in lokalne ekstreme polinoma $p(x)$. Narišite graf polinoma $p(x)$.

(8 točk)

c) Naj bo $a = 6$ in $b = 9$ (enako kakor v točki b).
Izračunajte ploščino lika, ki ga na intervalu $[-1, 0]$ omejujeta graf polinoma $p(x)$ in abscisna os.

(5 točk)



Rešitev:

Skupaj: 20 točk

a) 7 točk

<u>1. način</u>

Uporaba Hornerjevega algoritma na $p(x)$ .... 1 točka

Uporaba Hornerjevega algoritma na količniku...(*1+1) 2 točki

Zapisani sistem enačb: $\begin{array}{l} 4a+2b+12=0 \\ 4a+b+12=0 \end{array}$ ....(*2+1) 3 točke

Izračunana $a=-3,\ b=0$ .... 1 točka

<u>2. način</u>

Zapis polinoma npr. $p(x)=(x-c)(x-2)^2$ .... *2 točki

Urejanje $p(x)=x^3-(4+c)x^2+(4+4c)x-4c$ .... 1 točka

Zapisani sistem enačb:

$-4-c=a$

$4+4c=b$ .... 3 točke

$-4c=4$

(Upoštevanje enakosti polinomov ... *1 točka.)

Izračunana $a=-3,\ b=0$ .... 1 točka

<u>3. način</u>

Odvod $p'(x)=3x^2+2ax+b$ .... 1 točka

Upoštevanje $p(2)=0$ in $p'(2)=0$ .... (*1+*2) 3 točke

Zapisani sistem enačb:

$8+4a+2b+4=0$

$12+4a+b=0$ .... (1+1) 2 točki

Izračunana $a=-3,\ b=0$ .... 1 točka

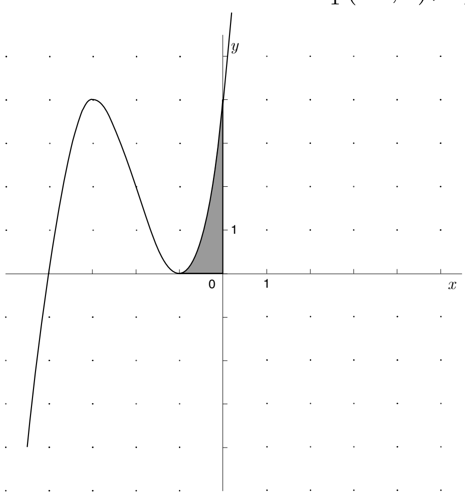
b) 8 točk

Izračunani ničli polinoma $x_1=-4,\ x_{2,3}=-1$ ....(1+2) 3 točke

(Če ni ugotovitve, da je -1 dvojna ničla, le 2 točki.)

Izračunani odvod $p'(x)=3x^2+12x+9$ .... 1 točka

Izračunana lokalna ekstrema $T_1(-1,0),\ T_2(-3,4)$ .... (1+1) 2 točki



Narisani graf polinoma ....2 točki

(Razvidni morajo biti: ničli, odsek na ordinatni osi in ekstrema.)

c) 5 točk

Zapisana ploščina z določenim integralom $\int_{-1}^{0}\left(x^3+6x^2+9x+4\right)\mathrm{d}x$ .... 1 točka

Izračun nedoločenega integrala:

$\int\left(x^3+6x^2+9x+4\right)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}+2x^3+\frac{9}{2}x^2+4x+C$ (tudi brez C)...................2 točki

(Za dva pravilna člena ... 1 točka.)

Vstavljeni meji in izračunana ploščina $\frac{5}{4}$ ....(*1+1) 2 točki

6. VPRAŠANJA ZA USTNI DEL IZPITA

1.1 Množice

1. Kaj je univerzalna množica? Kaj je komplement množice? Kaj je razlika dveh množic?
2. Kdaj sta dve množici enaki? Kaj je podmnožica? Kaj je unija in kaj presek množic? Kaj je kartezični produkt?
3. Zapišite množico vseh:
   (a) sodih celih števil,
   (b) lihih celih števil,
   (c) večkratnikov danega naravnega števila,
   (d) vseh celih števil, ki dajo pri deljenju z naravnim številom n ostanek r.

⇨ 4. Kdaj sta dve množici enaki? Kaj je podmnožica? Kaj je unija in kaj presek množic? Množica A ima n elementov, množica B pa m elementov. Koliko elementov imata lahko $A \cup B$ in $A \cap B$?

⇨ 5. Kaj je kartezični produkt dveh množic? Kako lahko grafično predstavimo kartezični produkt? Množica A ima n elementov, množica B pa m elementov. Koliko elementov ima $A \times B$?

⇨ 6. Kaj je potenčna množica? Koliko podmnožic ima množica z n elementi?

⇨ 7. Pokažite, da je $A \setminus B = A \cap \complement B$. Pokažite, da je $\complement(A \cap B) = \complement A \cup \complement B$.

1.2 Funkcije

1. Opišite pravokotni koordinatni sistem v ravnini in izpeljite formulo za računanje razdalje med dvema točkama.
2. Opredelite pojem funkcije (preslikave, transformacije) $f : A \to B$ ter njenega definicijskega območja in zaloge vrednosti. Kaj je graf funkcije?

⇨ 3. Kaj mora biti izpolnjeno, da je funkcija $f : A \to B$ injektivna, surjektivna, bijektivna?

4. Kdaj je realna funkcija realne spremenljivke naraščajoča, padajoča, omejena, neomejena (pojme lahko razložite na primerih)?
5. Ugotovite sodost ali lihost realne funkcije realne spremenljivke (na primerih) in definirajte oba pojma.
6. Kaj pomeni, da je realna funkcija realne spremenljivke periodična? Kaj je osnovna perioda? Naštejte nekaj primerov periodičnih funkcij.
7. Kaj je ničla realne funkcije realne spremenljivke? Opišite obnašanje grafa polinoma in racionalne funkcije v okolici ničel.
8. Pri katerih vrednostih x ima racionalna funkcija pole? Kakšen je graf funkcije v bližini polov?
9. Opredelite pojem vodoravne asimptote grafa realne funkcije realne spremenljivke in opišite graf daleč od izhodišča, če taka asimptota obstaja.

⇨ 10. Opredelite pojem inverzne funkcije in povejte merilo za njeno eksistenco (lahko s primerom).

11. Kdaj ima realna funkcija realne spremenljivke v dani točki lokalni minimum (maksimum)? Kaj je globalni minimum (maksimum) funkcije?

⇨ 12. Na grafu realne funkcije $y = f(x)$ ponazorite naslednje transformacije ravnine: vzporedni premik, zrcaljenje čez abscisno os, ordinatno os, izhodišče.

⇨ 13. Na grafu realne funkcije $y = f(x)$ ponazorite naslednje transformacije ravnine: središčni razteg in razteg v smeri abscisne oziroma ordinatne osi.

⇨ 14. Kaj je sestava (kompozitum) funkcij f in g? Pokažite, da $f \circ g$ ni nujno enak $g \circ f$.

2.1 Naravna števila

⇨ 1. Razložite načelo popolne indukcije in ga uporabite na preprostem primeru.

2. Naštejte lastnosti osnovnih računskih operacij v $\mathbb{N}$.

3. Definirajte deljivost $(a|b)$ v $\mathbb{N}$ in naštejte njene lastnosti.

4. Definirajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik dveh celih števil. Kako ju lahko izračunamo? Kdaj sta si števili tuji?

5. Povejte osnovni izrek o deljenju. Kaj je večkratnik naravnega števila?

6. Definirajte soda oziroma liha števila in pokažite, da je kvadrat lihega števila liho število.

7. Definirajte pojma praštevila in sestavljenega števila ter navedite kriterije deljivosti z $2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6 \text{ in } 9$.

⇨ 8. Definirajte pojma praštevila in sestavljenega števila ter navedite kriterije deljivosti z $2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6 \text{ in } 9$. Izpeljite kriterije deljivosti za deljivost z $2 \text{ in } 4$.

⇨ 9. Kaj je Evklidov algoritem in za kaj ga uporabljamo?

2.2 Cela števila

1. Navedite osnovne računske operacije za računanje s celimi števili in njihove lastnosti.

2. Naštejte in utemeljite pravila za računanje s potencami z naravnimi eksponenti.

⇨ 3. Razcepite izraz $a^n - b^n \quad (n \in \mathbb{N})$ in se prepričajte o pravilnosti tega razcepa.

⇨ 4. Razcepite izraz $a^{2n+1} + b^{2n+1} \quad (n \in \mathbb{N})$ in se prepričajte o pravilnosti tega razcepa.

2.3 Racionalna števila

1. Kaj je ulomek? Kdaj ulomka predstavljata isto racionalno število? Definirajte računske operacije z ulomki.

2. Opišite lastnosti računskih operacij v $\mathbb{Q}$.

3. Kako je urejena množica $\mathbb{Q}$? Pokažite, da je med dvema racionalnima številoma vsaj še eno racionalno število.

⇨ 4. Primerjajte po velikosti dva ulomka ter njuni nasprotni in obratni vrednosti. Ali je to vedno mogoče?

5. Kako racionalno število zapišemo v decimalni obliki? Kdaj je ta zapis končen?

6. Kako ponazorimo racionalna števila na številski premici?

⇨ 7. Kako ponazorimo racionalna števila na številski premici? Dokažite, da $\sqrt{2}$ ni racionalno število.

8. Definirajte potenco z negativnim celim eksponentom in naštejte pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti.

9. Kaj je odstotek (relativni delež)? Razložite povečanje oziroma zmanjšanje dane količine a za $p\,\%$.

2.4 Realna števila

1. Naštejte računske operacije v $\mathbb{R}$ in navedite njihove lastnosti. Katera realna števila imenujemo iracionalna? Kakšen decimalni zapis imajo iracionalna števila?

2. Opišite številsko premico oziroma realno os. Kako so urejena realna števila? Kako računamo z neenakostmi?

3. Definirajte korensko funkcijo $f(x) = \sqrt[n]{x}$ $\left(n \in \mathbb{N}\right)$. Kaj je njeno definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti?

4. Definirajte n-ti koren. Naštejte pravila za računanje s koreni.

5. Definirajte potenco s pozitivno osnovo in racionalnim eksponentom ter povejte pravila za računanje s takimi potencami.

6. Definirajte absolutno vrednost realnega števila in naštejte njene osnovne lastnosti.

⇨ 7. Kaj je absolutna in kaj relativna napaka približka?

2.5 Kompleksna števila

1. Povejte razloge za vpeljavo kompleksnih števil in definirajte množico $\mathbb{C}$.

2. Naštejte računske operacije v $\mathbb{C}$ in razložite njihove lastnosti.

3. Definirajte absolutno vrednost kompleksnega števila in naštejte njene lastnosti.

4. Definirajte konjugirano kompleksno število $\bar{z}$ in naštejte lastnosti konjugiranja.

⇨ 5. Pokažite, da je konjugirana vrednost vsote dveh kompleksnih števil enaka vsoti njunih konjugiranih vrednosti.

⇨ 6. Pokažite, da je konjugirana vrednost produkta dveh kompleksnih števil enaka produktu njunih konjugiranih vrednosti.

7. Kako upodobimo kompleksna števila v kompleksni ravnini? Ponazorite v kompleksni ravnini osnovne operacije v $\mathbb{C}$: seštevanje, množenje z (-1), množenje s pozitivnim realnim številom, konjugiranje.

⇨ 8. V kompleksni ravnini določite množico vseh kompleksnih števil z:
   (a) dano absolutno vrednostjo,
   (b) dano realno komponento,
   (c) dano imaginarno komponento,
   (d) realno komponento, enako imaginarni komponenti.

3.1 Osnove geometrije v ravnini in prostoru

1. Naštejte nekaj osnovnih zakonov, ki povezujejo osnovne geometrijske elemente: točko, premico in ravnino.

2. Kdaj sta premici vzporedni? Katere lastnosti ima vzporednost premic v ravnini? Povejte aksiom o vzporednosti.

3. Kakšne so možne medsebojne lege:
   (a) dveh premic v prostoru,
   (b) dveh ravnin v prostoru,
   (c) premice in ravnine v prostoru.

4. Kdaj je množica točk konveksna? Kaj lahko poveste o preseku konveksnih množic? Navedite nekaj primerov konveksnih množic v ravnini.

5. Definirajte daljico in dolžino daljice, nosilko daljice in simetralo daljice (v ravnini). Kaj je poltrak, polravnina, polprostor?

6. Opredelite razdaljo med točkama, med točko in premico ter med točko in ravnino.

7. Definirajte pravokotno projekcijo:
   (a) točke na premico,
   (b) daljice na premico, če daljica in premica ležita v isti ravnini,
   (c) točke na ravnino,
   (d) daljice na ravnino.

8. Kaj je množica vseh točk v ravnini, ki so:
   (a) za a oddaljene od dane točke te ravnine,
   (b) enako oddaljene od dveh točk te ravnine,
   (c) za a oddaljene od dane premice iz te ravnine.

9. Definirajte toge premike v ravnini. Naštejte toge premike in jih ponazorite s primeri.

⇨ 10. Dokažite, da je zrcaljenje čez točko (koordinatno izhodišče) v ravnini togi premik.

⇨ 11. Dokažite, da je zrcaljenje čez premico v ravnini togi premik.

⇨ 12. Definirajte središčni razteg v ravnini. Definirajte podobnost. Naštejte izreke o podobnih trikotnikih.

13. Kdaj tri točke določajo ravnino? Kako lahko tudi drugače določimo ravnino v prostoru?

3.2 Kot

1. Definirajte pojem kota in pojasnite izraze: krak, vrh, ničelni, pravi, iztegnjeni in polni kot, ostri in topi kot. Kako merimo kote?

2. Opredelite pojme: sosedna kota, sokota, sovršna kota, komplementarna in suplementarna kota.

3. Definirajte skladnost kotov. Kaj velja za pare kotov z vzporednimi ali pravokotnimi kraki?

⇨ 4. Definirajte kot med premicama, kot med premico in ravnino ter kot med ravninama. Kdaj sta dve ravnini pravokotni?

5. Kdaj je premica pravokotna na ravnino? Kaj lahko poveste o:
   (a) dveh premicah, pravokotnih na isto ravnino,
   (b) dveh ravninah, pravokotnih na isto premico?

3.3 Trikotnik

1. Kaj je trikotnik? Kdaj so lahko tri števila dolžine stranic trikotnika? Kaj lahko poveste o kotih, ki ležijo tem stranicam nasproti?
2. Povejte sinusni izrek. Kdaj ga uporabljamo?
3. ⇨ Dokažite, da v trikotniku ABC velja enakost $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$.
4. Definirajte pojma: notranji in zunanji kot trikotnika. Dokažite, da je vsota notranjih kotov trikotnika 180°. Kolikšna je vsota zunanjih kotov trikotnika?
5. Opredelite pojme v trikotniku: višina, simetrala stranice, simetrala kota, središče včrtanega kroga, središče očrtanega kroga, težišče in višinska točka.
6. V pravokotnem trikotniku narišite višino na hipotenuzo. Koliko podobnih trikotnikov dobite? Odgovor utemeljite.
7. ⇨ V pravokotnem trikotniku narišite višino na hipotenuzo. Koliko podobnih trikotnikov dobite? Odgovor utemeljite. Izpeljite enega od izrekov, ki veljajo v pravokotnem trikotniku.
8. Povejte izreke o skladnosti trikotnikov.
9. Kdaj sta dva trikotnika podobna? Naštejte nekaj izrekov o podobnosti trikotnikov. Kako je z obsegom in ploščino podobnih trikotnikov?
10. Navedite kosinusni izrek in Pitagorov izrek. Kdaj ju uporabljamo?
11. ⇨ Dokažite kosinusni izrek. V kaj preide kosinusni izrek v pravokotnem trikotniku?

3.4 Štirikotnik, večkotnik

1. Definirajte paralelogram. Kakšne so lastnosti paralelograma? Naštejte posebne primere.
2. ⇨ Definirajte paralelogram ter naštejte nekaj potrebnih in zadostnih pogojev za to, da je štirikotnik paralelogram. Kakšne so lastnosti paralelograma? Naštejte posebne primere.
3. Dokažite, da se diagonali v paralelogramu razpolavljata.
4. Dokažite, da sta diagonali v rombu pravokotni.
5. Definirajte trapez in enakokraki trapez ter naštejte njune lastnosti. Kaj je srednjica trapeza? Kako izračunamo ploščino trapeza?
6. Izpeljite formule za ploščino paralelograma, trikotnika, deltoida in trapeza.
7. Definirajte pravilni n-kotnik. Kolikšna je vsota notranjih kotov konveksnega n-kotnika? Koliko diagonal ima n-kotnik?
8. ⇨ Definirajte pravilni n-kotnik. Kolikšna je vsota notranjih kotov konveksnega n-kotnika? Koliko diagonal ima n-kotnik? Izpeljite obrazec za število diagonal n-kotnika.
9. ⇨ Definirajte tetivni in tangentni štirikotnik. Kakšne so njune lastnosti?
10. ⇨ Izračunajte stranico in ploščino pravilnega n-kotnika, včrtanega krogu s polmerom r.

3.5 Krog in krožnica

1. Definirajte krožnico. Opišite vse mogoče medsebojne lege dveh krožnic v ravnini. Za te lege poiščite zveze med polmeroma in razdaljo med središčema krožnic.
2. V kakšni medsebojni legi sta lahko premica in krožnica, ki ležita na isti ravnini? Kaj je tangenta na krožnico? Kako konstruiramo tangento na krožnico v dani točki krožnice?
3. ⇨ Kako konstruiramo tangento na krožnico iz dane točke? Katere primere ločimo? Konstrukcijo utemeljite.
4. Definirajte središčni in obodni kot v krogu. V kakšni zvezi sta, če ležita nad istim lokom?
5. ⇨ Dokažite Talesov izrek o kotu v polkrogu.

3.6 Telesa. Prostornina in površina

1. Opišite prizmo. Navedite formuli za prostornino prizme in površino pokončne prizme. Kakšne tipe prizem poznate?
2. Opišite pokončni krožni valj. Kaj je presek takega valja z ravnino, ki vsebuje os valja? Kaj je presek valja z ravnino, ki je pravokotna na os?
3. Opišite krožni stožec. Navedite formuli za površino in prostornino pokončnega krožnega stožca.
4. Opišite piramido. Navedite formuli za površino in prostornino pokončne piramide.
5. ⇨ Opišite pokončni krožni stožec. Navedite formuli za površino in prostornino. Kaj veste o presekih stožca z ravnino, vzporedno osnovni ploskvi?
6. ⇨ Opišite piramido. Navedite formuli za površino in prostornino. Kaj veste o presekih piramide z ravnino, vzporedno osnovni ploskvi?
7. ⇨ Kaj se zgodi s površino in prostornino kvadra pri središčnem raztegu? Izpeljite formuli. Ali lahko zgled posplošite?

4.1–4.3 Vektorski račun

1. Kdaj sta dva vektorja enaka? Kaj je ničelni vektor in kaj nasprotni vektor? Kako (grafično) seštevamo in kako odštevamo vektorje?
2. Definirajte množenje vektorja s številom in naštejte lastnosti te operacije. Kdaj sta vektorja kolinearna? Kaj je enotski vektor?
3. ⇨ Kaj je baza ravnine (prostora)? Na koliko načinov lahko napišemo vektor kot linearno kombinacijo danih baznih vektorjev v ravnini (prostoru)? Kaj je ortonormirana baza?
4. Opišite pravokotni koordinatni sistem v prostoru. Izrazite krajevni vektor točke A v ortonormirani bazi. Kakšna je zveza s koordinatami točke A? Izrazite komponente (koordinate) vektorja $\overrightarrow{AB}$ s koordinatami točk A in B.
5. Izrazite koordinate razpolovišča daljice AB (v prostoru) s koordinatami točk A in B. Formulo utemeljite.
6. Definirajte skalarni produkt in naštejte njegove lastnosti. Kolikšen je skalarni produkt kolinearnih vektorjev? Navedite kriterij za ugotavljanje pravokotnosti dveh vektorjev.
7. Kako izračunamo skalarni produkt vektorjev v ortonormirani bazi? Kako izračunamo dolžino vektorja in kot med vektorjema v ortonormirani bazi?
8. ⇨ Kako preverimo kolinearnost dveh vektorjev v prostoru? Kako preverimo kolinearnost treh točk v prostoru?

5.1 Linearna funkcija, linearna enačba in neenačba. Sistemi linearnih enačb in neenačb

1. Definirajte linearno funkcijo. Kaj je njen graf? Kako je graf odvisen od smernega koeficienta? Kakšna sta grafa dveh linearnih funkcij z enakima smernima koeficientoma?

⇨ 2. Zapišite predpis za inverzno funkcijo k funkciji $f(x) = kx + n;\ k \neq 0.$

3. Kako izračunamo enačbo linearne funkcije, katere graf poteka skozi dani točki $A(x_1, y_1)$ in $B(x_2, y_2)$?

4. Napišite implicitno, eksplicitno in odsekovno enačbo premice. Enačbe katerih premic lahko zapišemo v teh oblikah?

5. Kako računamo kot med premicama v danem koordinatnem sistemu v ravnini? Kdaj sta premici vzporedni in kdaj pravokotni?

6. Zapišite družino vseh tistih premic v ravnini, ki:
   (a) potekajo skozi točko $T(a, b)$,
   (b) ne sekajo dane premice.

7. Kaj je rešitev enačbe? Kdaj sta dve enačbi ekvivalentni (enakovredni)? Opišite postopke, ki dano enačbo prevedejo v ekvivalentno enačbo.

⇨ 8. Koliko rešitev ima enačba $ax + b = 0$ glede na različne vrednosti a in b?

⇨ 9. Razložite geometrijski pomen neenačbe $f(x) \leq 0$ ali $f(x) \geq 0$ pri dani funkciji $f.$ Kako rešujemo take neenačbe?

10. Kako rešujemo linearne neenačbe z eno neznanko? Kaj so množice rešitev?

⇨ 11. Obravnavajte linearno neenačbo $ax + b \geq 0;\ (ax + b \leq 0).$

12. Katere množice točk v ravnini ustrezajo pogoju $ax + by - c = 0$, če a in b nista hkrati 0?

⇨ 13. Katere množice točk v ravnini ustrezajo pogoju:
   (a) $ax + by - c = 0;\ a$ in b nista hkrati $0,$
   (b) $ax + by - c \geq 0;\ b \neq 0.$

14. Zapišite sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama. Koliko rešitev ima? Razložite njegov geometrijski pomen.

15. Kaj je rešitev sistema dveh linearnih enačb z dvema neznankama? Kako rešujemo sisteme dveh linearnih enačb z dvema neznankama?

⇨ 16. Razložite Gaussovo eliminacijsko metodo za reševanje sistemov linearnih enačb.

5.2 Kvadratna funkcija, kvadratna enačba in neenačba

1. Kaj je kvadratna funkcija? Kaj je njeno definicijsko območje? Naštejte tri najpogostejše oblike zapisa kvadratne funkcije in opišite pomen posameznih parametrov (konstant).

2. Zapišite splošno kvadratno funkcijo. Opišite pomen vodilnega koeficienta, prostega člena in diskriminante kvadratne funkcije. Narišite graf funkcije $f(x) = ax^2;\ a \neq 0$.

⇨ 3. Izpeljite temensko obliko kvadratne funkcije.

⇨ 4. Kako bi graf kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$ predstavili kot premik in razteg kvadratne parabole $y = x^2$? Kje je teme grafa kvadratne funkcije?

5. Zapišite kvadratno enačbo. Kako jo rešimo? Kako je z rešljivostjo v $\mathbb{R}$ in kako v $\mathbb{C}$?

⇨ 6. Povejte Viètovi formuli za kvadratno enačbo $ax^2 + bx + c = 0$ in ju dokažite.

⇨ 7. Naštejte in razložite medsebojne lege:
(a) grafa kvadratne funkcije in premice,
(b) grafov dveh kvadratnih funkcij.

8. Kako rešujemo kvadratne neenačbe? Kaj je množica rešitev? Pomagajte si s sliko.

5.3–5.5 Polinomi. Racionalne funkcije

1. Definirajte potenčno funkcijo z naravnim (sodim, lihim) eksponentom. Narišite grafa za eksponenta $n = 2, 3$ in navedite njune osnovne lastnosti.

⇨ 2. Definirajte potenčno funkcijo z naravnim eksponentom. Pokažite, katere potenčne funkcije so lihe oziroma sode, ter z odvodom poiščite intervale naraščanja in padanja za te funkcije.

3. Definirajte polinom in opišite osnovne računske operacije s polinomi (seštevanje in množenje). Kdaj sta dva polinoma enaka?

4. Povejte osnovni izrek o deljenju polinomov. Opišite deljenje z linearnim polinomom.

5. Opišite (brez utemeljitve oziroma dokazovanja) Hornerjev algoritem in pojasnite njegovo uporabnost.

6. Kaj je ničla polinoma? Koliko ničel ima polinom n-te stopnje? Kako zapišemo polinom, če poznamo vse njegove ničle?

⇨ 7. Kaj je ničla polinoma (enostavna, večkratna)? Povejte osnovni izrek algebre. Koliko ničel ima polinom n-te stopnje? Kako zapišemo polinom, če poznamo vse njegove ničle?

8. Koliko realnih (kompleksnih) ničel ima polinom 4. stopnje z realnimi koeficienti? Navedite vse možnosti. Odgovor utemeljite.

⇨ 9. Pokažite, da je možen razcep polinoma stopnje $n \geq 3$ z realnimi koeficienti na dva faktorja z realnimi koeficienti, kakor hitro poznamo eno njegovo kompleksno ničlo $a + bi,\ b \neq 0.$

10. Kako poiščemo cele in racionalne ničle polinoma s celimi koeficienti?

⇨ 11. Kako poiščemo cele in racionalne ničle polinoma s celimi koeficienti? Odgovor utemeljite.

⇨ 12. Razložite metodo bisekcije pri iskanju realnih ničel polinoma oziroma pri reševanju enačb. Ali lahko z bisekcijo najdemo ničlo sode stopnje?

13. Razložite postopek risanja grafa polinoma. Kako vodilni koeficient in prosti člen vplivata na potek grafa polinoma? Kako se graf polinoma obnaša v okolici ničel?

14. V istem koordinatnem sistemu narišite grafe potenčnih funkcij za eksponente $n = -1, -2, -3$ in navedite njihove osnovne lastnosti. Kaj imajo skupnega vse potenčne funkcije z negativnim eksponentom?

15. Definirajte racionalno funkcijo. Kaj je ničla in kaj pol racionalne funkcije? Kako se obnaša graf racionalne funkcije daleč od izhodišča? Kako se graf racionalne funkcije obnaša v bližini pola?
16. Kje racionalna (polinomska) funkcija spremeni predznak? Kako rešujemo racionalne (polinomske) neenačbe?
17. ⇨ Definirajte racionalno funkcijo. Kdaj ima racionalna funkcija poševno asimptoto in kako jo poiščemo?

5.6 Algebrske enačbe druge stopnje. Stožnice

1. Razložite ime stožnica ter naštejte, skicirajte in opišite vse tipe stožnic.
2. Povejte geometrijsko definicijo krožnice. Zapišite enačbo krožnice, ki ima središče v točki $T(p,q)$ in polmer r.
3. ⇨ Povejte geometrijsko definicijo krožnice. Zapišite enačbo krožnice, ki ima središče v točki $T(p,q)$ in polmer r. Navedite potreben pogoj, da enačba $Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$ predstavlja krožnico.
4. Povejte geometrijsko definicijo elipse in zapišite enačbo elipse, katere osi ležita na koordinatnih oseh. Opišite geometrijski pomen polosi.
5. Povejte geometrijsko definicijo hiperbole in zapišite enačbo hiperbole, katere osi ležita na koordinatnih oseh. Opišite geometrijski pomen polosi in asimptot.
6. Povejte geometrijsko definicijo parabole in napišite njeno temensko enačbo. Določite koordinati gorišča in premice vodnice za primera $y^2 = 2px$ in $y = ax^2$.
7. ⇨ Katere množice točk v ravnini lahko predstavlja enačba $Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$?

6.1–6.2 Eksponentna in logaritemska funkcija. Eksponentna in logaritemska enačba

1. Definirajte eksponentno funkcijo, narišite njen graf in opišite njene osnovne lastnosti.
2. V istem koordinatnem sistemu narišite nekaj grafov eksponentnih funkcij z različnimi osnovami $(0 < a < 1,\ a > 1)$. Kaj imajo vsi grafi skupnega in v čem se razlikujejo?
3. Definirajte logaritemsko funkcijo z osnovo $a\,(a > 0,\ a \neq 1)$ in narišite njen graf. Zapišite njeno definicijsko območje in naštejte njene lastnosti.
4. Navedite pravila za računanje z logaritmi.
5. ⇨ Zapišite zvezo med funkcijama $\ln x$ in $\log x$ ter jo utemeljite.
6. ⇨ Dokažite:
   (a) $\log x^m = m \log x$,
   (b) $\log x + \log y = \log xy$.
7. Pokažite, da graf logaritemske funkcije $f(x) = \log x$ seka poljubno premico, vzporedno z abscisno osjo (izračunajte presečišče).
8. ⇨ Razložite uporabo eksponentne funkcije za opis naravne rasti.

6.3–6.5 Kotne in krožne funkcije. Trigonometrija

1. Definirajte kotne funkcije v pravokotnem trikotniku s katetama $a,\ b$ in hipotenuzo c ter izpeljite osnovne zveze med njimi.

2. Definirajte funkcijo $x \mapsto \sin x$ za poljuben kot $x,$ narišite njen graf in naštejte njene lastnosti.

3. Definirajte funkcijo $x \mapsto \cos x$ za poljuben kot $x,$ narišite njen graf in naštejte njene lastnosti.

4. Kje in kako je definirana funkcija $x \mapsto \tan x$? Narišite njen graf in opišite njene lastnosti.

5. Kje in kako je definirana funkcija $x \mapsto \cot x$? Narišite njen graf in opišite njene lastnosti.

⇨ 6. Primerjajte funkciji sinus in kosinus. Katere lastnosti so jima skupne in v katerih se razlikujeta? Zapišite množici ničel za obe funkciji.

7. V istem koordinatnem sistemu narišite grafa funkcij sinus in kosinus ter izračunajte koordinate njunih presečišč.

⇨ 8. Primerjajte funkciji tangens in kotangens. Katere lastnosti so jima skupne in v katerih se razlikujeta?

9. S kotno funkcijo sinus izrazite druge tri kotne funkcije za kote α:
$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ in $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$

⇨ 10. S kotno funkcijo tangens izrazite druge tri kotne funkcije za kote α:
$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ in $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$

11. Pri vseh kotnih funkcijah primerjajte njihove vrednosti za pare komplementarnih, suplementarnih in nasprotnih kotov.

12. Z adicijskimi izreki izpeljite formule za sinus, kosinus in tangens dvojnega kota.

⇨ 13. Z adicijskimi izreki izpeljite formuli za sinus in kosinus trojnega kota.

⇨ 14. Izpeljite formuli za sinus in kosinus polovičnega kota.

⇨ 15. Iz adicijskih izrekov izpeljite formule za pretvarjanje vsote kotnih funkcij v produkt.

16. Definirajte funkcijo $x \mapsto \arcsin x.$ Kaj je njeno definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti?

17. Definirajte funkcijo $x \mapsto \arccos x.$ Kaj je njeno definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti?

18. Definirajte funkcijo $x \mapsto \arctan x.$ Kaj je njeno definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti?

⇨ 19. Definirajte funkcijo $x \mapsto \arcsin x.$ Kaj je njeno definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti? Narišite graf.

⇨ 20. Definirajte funkcijo $x \mapsto \arccos x.$ Kaj je njeno definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti? Narišite graf.

⇨ 21. Definirajte funkcijo $x \mapsto \arctan x.$ Kaj je njeno definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti? Narišite graf.

7.1 Zaporedja in vrste

1. Kaj je okolica točke na številski premici? Napišite pogoj, da število x leži v ε-okolici števila a.

2. Kaj je zaporedje? Kdaj narašča (pada), kdaj je omejeno?

⇨ 3. Kaj je limita zaporedja? Navedite pravila za računanje z limitami konvergentnih zaporedij.

4. Kdaj je zaporedje aritmetično? Zapišite splošni člen in obrazec za vsoto prvih n členov. Kaj je aritmetična sredina dveh števil?

5. Kdaj je zaporedje geometrijsko? Zapišite splošni člen in vsoto prvih n členov. Kaj je geometrijska sredina dveh pozitivnih števil?

⇨ 6. Dokažite, da je geometrijska sredina dveh pozitivnih števil manjša ali enaka aritmetični sredini istih dveh števil. Pri katerih pogojih sta obe sredini enaki?

7. Kdaj obstaja vsota neskončnega geometrijskega zaporedja in kolikšna je?

8. Zapišite in razložite osnovne pojme in obrazce obrestno-obrestnega računa.

8.1 Kombinatorika

1. Povejte osnovni izrek kombinatorike in pravilo vsote. Kaj je kombinatorično drevo?

2. Kaj so permutacije brez ponavljanja in koliko jih je?

⇨ 3. Kaj so permutacije brez ponavljanja in koliko jih je? Kaj so permutacije s ponavljanjem? Koliko jih je?

⇨ 4. Kaj so variacije brez ponavljanja in kaj variacije s ponavljanjem ter koliko je prvih in koliko drugih?

⇨ 5. Koliko je vseh preslikav med danima končnima množicama? Koliko je vseh bijektivnih preslikav med danima končnima množicama enake moči?

6. Kaj so kombinacije in koliko jih je? Kaj je binomski simbol? Navedite lastnosti binomskih simbolov.

7. Povejte binomski izrek. Koliko podmnožic ima množica z n elementi?

8. Opišite Pascalov trikotnik in pojasnite zvezo z binomskimi simboli.

⇨ 9. Povejte binomski izrek. Koliko podmnožic ima množica z n elementi? Utemeljite odgovor na zadnje vprašanje.

⇨ 10. Primerjajte variacije brez ponavljanja s kombinacijami. Kakšna je povezava med številoma V_n^r in C_n^r?

9.1–9.2 Verjetnostni račun in statistika

1. Na primeru opišite osnovne pojme verjetnostnega računa: poskus, dogodek (elementarni, sestavljeni, slučajni) in verjetnost dogodka.

2. Kaj je vsota dogodkov in kaj je nasprotni dogodek? Kako izračunamo verjetnost nasprotnega dogodka in verjetnost vsote dogodkov?

3. Kaj je produkt dogodkov? Kdaj sta dogodka nezdružljiva? Kako izračunamo verjetnost vsote nezdružljivih dogodkov?

⇨ 4. Kaj je produkt dogodkov? Kako izračunamo verjetnost produkta?

⇨ 5. Definirajte pogojno verjetnost. Kdaj sta dogodka neodvisna? Kako izračunamo verjetnost produkta neodvisnih dogodkov?

6. Na primeru opišite osnovne statistične pojme: populacija, vzorec, statistična enota, statistični znak, statistični parameter.

7. Kaj pomenita srednja vrednost (aritmetična sredina) in standardni odklon in kako ju izračunamo?

8. Opišite prikaz statističnih podatkov s frekvenčnim poligonom, frekvenčnim histogramom oziroma s frekvenčnim kolačem.

10.1–10.3 Limita funkcije. Odvod in diferencial. Integral

⇨ 1. Opredelite pojem limita funkcije in navedite pravila za računanje limite vsote, razlike, produkta in kvocienta funkcij.

⇨ 2. Razložite pojem zveznost funkcije. Navedite primer funkcije, ki je nezvezna samo v eni točki.

⇨ 3. Kaj lahko sklepate o grafu funkcije f, če je:

(a) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = a$ ali $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = a$,

(b) $\lim\limits_{x\to b} f(x) = \infty$ ali $\lim\limits_{x\to b} f(x) = -\infty$,

(c) $\lim\limits_{x\to c} f(x) = f(c)$.

4. Kaj je diferenčni količnik funkcije f in kakšen je njegov geometrijski pomen?

5. Kaj je odvod funkcije f v dani točki in kakšen geometrijski pomen ima?

6. Navedite pravila za računanje odvoda vsote, produkta in kvocienta funkcij ter izpeljite formulo za odvod produkta funkcije s številom.

7. Opredelite pojem lokalnega ekstrema funkcije in ekstrema funkcije na danem območju. Kako poiščemo ekstreme odvedljive funkcije na zaprtem intervalu?

8. Kaj je stacionarna točka? Kako z odvodom ugotovimo, ali je v stacionarni točki ekstrem?

⇨ 9. Kako z odvodom aproksimiramo vrednosti odvedljive funkcije v bližini dane točke?

10. Navedite odvode funkcij:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \ \left(a,b,c \in \mathbb{R}\right),\ g(x) = x^r \ \left(r \in \mathbb{R}\right),\ h(x) = \tan x,$$

$$u(x) = e^{kx} \ \left(k \in \mathbb{R}\right),\ v(x) = \ln(kx) \ \left(k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\right).$$

11. Kako izračunamo kot med grafom funkcije f in abscisno osjo? Kako izračunamo kot med grafoma funkcij f in g v presečišču?

12. Kaj je nedoločeni integral funkcije f? Kako izračunamo nedoločeni integral vsote oziroma razlike dveh funkcij in nedoločeni integral produkta funkcije s številom?

⇨ 13. Pojasnite geometrijski pomen določenega integrala zvezne funkcije na danem intervalu in osnovno formulo integralskega računa (Newton-Leibniz).

14. Navedite nedoločene integrale funkcij: $f(x) = ax + b \ \left(a,b \in \mathbb{R}\right)$,

$g(x) = mx^n \ \left(m,n \in \mathbb{R}\right),\ h(x) = \sin x,\ u(x) = e^{kx} \ \left(k \in \mathbb{R}\right).$

⇨ 15. Navedite in pojasnite formulo za prostornino rotacijskega telesa.

16. Kako z določenim integralom izračunamo ploščino lika, omejenega z grafoma dveh funkcij?

⇨ 17. Na primeru razložite uvedbo nove spremenljivke pri računanju nedoločenega in določenega integrala.

7. MATEMATIČNE OZNAKE

■ Množice

$\in$	je element
$\notin$	ni element
$\{x_1, x_2, \ldots\}$	množica z elementi $x_1,\ x_2 \ldots$
$\{x; \ldots\},\ \{x \mid \ldots\}$	množica vseh $x,$ takih, da ...
$m(A),\ \lvert A \rvert$	število elementov (moč) množice A
$\mathscr{P}A$	potenčna množica množice A
$\sim$	enako močni množici
$\emptyset$	prazna množica
$\mathcal{U}$	univerzalna množica (univerzum)
$A^c,\ \complement A$	komplementarna množica množice A
$\mathbb{N}$	množica naravnih števil
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	množica celih števil
$\mathbb{Z}^+$	množica pozitivnih celih števil
$\mathbb{Z}^-$	množica negativnih celih števil
$\mathbb{Q}$	množica racionalnih števil
$\mathbb{Q}^+$	množica pozitivnih racionalnih števil
$\mathbb{Q}^-$	množica negativnih racionalnih števil
$\mathbb{R},\ (-\infty, \infty)$	množica realnih števil
$\mathbb{R}^+,\ (0, \infty)$	množica pozitivnih realnih števil
$\mathbb{R}_0^+,\ [0, \infty)$	množica nenegativnih realnih števil
$\mathbb{R}^-,\ (-\infty, 0)$	množica negativnih realnih števil
$\mathbb{C}$	množica kompleksnih števil
$\subset$	je podmnožica
$\not\subset$	ni podmnožica
$\cup$	unija
$\cap$	presek
$\setminus$	razlika množic
$[a, b]$	zaprti interval $\{x \in \mathbb{R};\ a \le x \le b\}$
$[a, b),\ [a, b[$	interval $\{x \in \mathbb{R};\ a \le x < b\}$
$(a, b],\ ]a, b]$	interval $\{x \in \mathbb{R};\ a < x \le b\}$
$(a, b),\ ]a, b[$	odprti interval $\{x \in \mathbb{R};\ a < x < b\}$

■ Relacije in operacije

(a,b)	urejeni par
$A\times B$	kartezični produkt
$=$	je enako
$\neq$	ni enako
$\doteq$, $\approx$	je približno enako
$<$	je manjše
$\leq$	je manjše ali enako
$>$	je večje
$\geq$	je večje ali enako
$+$	plus
$-$	minus
$\cdot,\times$	krat
:	deljeno
$(a\,\vert\,b)$	a deli b
$D(a,b)$	največji skupni delitelj števil a in b
$v(a,b)$	najmanjši skupni večkratnik števil a in b
$\sum$	znak za vsoto
$\vert a\vert$	absolutna vrednost števila a

■ Geometrija. Vektorji

$d(A,B)$	razdalja med točkama A in B
$\vert AB\vert$	dolžina daljice AB
$\sphericalangle$	kot
$\triangle$	trikotnik
$\parallel$, //	je vzporeden
$\perp$	je pravokoten
$\cong$	je skladen
$\sim$	je podoben
$\overrightarrow{AB}$, $\vec{a}$	vektor $\overrightarrow{AB}$, vektor $\vec{a}$
$s\vec{a}$	produkt vektorja $\vec{a}$ s številom (skalarjem) s
$\vec{a}\cdot\vec{b}$	skalarni produkt vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{b}$
$\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$	vektorji ortonormirane baze
$\vec{a}=(a_1,\, a_2,\, a_3)$	vektor s komponentami (koordinatami) $a_1,\, a_2,\, a_3$
$\vert\vec{a}\vert$	dolžina vektorja $\vec{a}$

$\overrightarrow{r_A}$	krajevni vektor točke A
$A(x, y)$	točka A v ravnini s koordinatama x in y
$A(x, y, z)$	točka A v prostoru s koordinatami x, y in z
S, p	ploščina
V	prostornina
P	površina
R	polmer trikotniku očrtanega kroga
r	polmer trikotniku včrtanega kroga

■ Logika

$\neg$	negacija
$\wedge$, $\&$	konjunkcija
$\vee$	disjunkcija
$\Rightarrow$	implikacija
$\Leftrightarrow$	ekvivalenca
$\forall$	za vsak
$\exists$	obstaja

■ Funkcije

f	funkcija f
$f : A \to B$	f je preslikava (funkcija) iz A v B
$x \mapsto f(x)$	x se preslika v $f(x)$
D_f	definicijsko območje funkcije f
Z_f	zaloga vrednosti funkcije f
f^{-1}	inverzna funkcija funkcije f
$f \circ g$	kompozitum (sestava) funkcij $f \text{ in } g$
$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	limita funkcije f, ko gre x proti a
$\lim\limits_{n \to \infty} a_n$	limita zaporedja s splošnim členom a_n
$f' = \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$	(prvi) odvod funkcije f
$\int f(x)\mathrm{d}x$	nedoločeni integral funkcije f
$\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$	določeni integral funkcije f v mejah od $a \text{ do } b$

■ Kompleksna števila

i	imaginarna enota
$\operatorname{Re} z$	realni del kompleksnega števila z
$\operatorname{Im} z$	imaginarni del kompleksnega števila z
$\lvert z \rvert$	absolutna vrednost kompleksnega števila z
$\overline{z},\ z^*$	konjugirano kompleksno število k z

■ Kombinatorika. Verjetnostni račun. Statistika

P_n	število permutacij n elementov brez ponavljanja
$P_n^{m_1, m_2, \ldots, m_k}$	število permutacij n elementov s ponavljanjem
$n!$	n fakulteta, n faktorialno
V_n^r	število variacij brez ponavljanja n elementov reda r
${}^{(p)}V_n^r$	število variacij s ponavljanjem n elementov reda r
$\binom{n}{k}$	binomski simbol (n nad k)
$C_n^r = \binom{n}{r}$	število kombinacij brez ponavljanja n elementov reda r
G	gotovi dogodek
N	nemogoči dogodek
$E_1, E_2, E_3, \ldots$	elementarni dogodki
A'	dogodku A nasprotni dogodek
$A \cup B$	vsota dogodkov A in B
$A \cap B,\ A \cdot B$	produkt dogodkov A in B
$A \setminus B$	razlika dogodkov A in B
$A \subset B$	A je način dogodka B
$P(A)$	verjetnost dogodka A
$P(A \vert B)$	verjetnost dogodka A pri pogoju B (pogojna verjetnost)
$\overline{x},\ \mu$	povprečna vrednost
σ^2	disperzija
σ	standardna deviacija

8. FORMULE, PRILOŽENE IZPITNI POLI

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$

- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1,\ b^2=cb_1,\ v_c^2=a_1b_1$

- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S},\ r=\frac{S}{s},\ s=\frac{a+b+c}{2}$

- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$$

- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x,\ \cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$$

- Adicijski izrek:

$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$$

$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$$

$$\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$$

- Faktorizacija:

$$\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y},\ \cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$$

- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$$

$$\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$$

$$\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$$

- Razdalja točke $T_0\left(x_0,y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:

$$d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$$

- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1,y_1\right),\ B\left(x_2,y_2\right),\ C\left(x_3,y_3\right)$:

$$S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$$

- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \dfrac{e}{a}$; $a > b$

- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \dfrac{e}{a}$, a je realna polos

- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\dfrac{p}{2}, 0\right)$

- Integrala:

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

Opomba:

Standard ISO	Tradicionalne oznake
$\tan x$	$\mathrm{tg}\, x$
$\cot x$	$\mathrm{ctg}\, x$
$\arctan x$	$\mathrm{arctg}\, x$

9. KANDIDATI S POSEBNIMI POTREBAMI

Zakon o maturi v 4. členu določa, da kandidati opravljajo maturo pod enakimi pogoji. Kandidatom s posebnimi potrebami, ki so bili usmerjeni v izobraževalne programe z odločbo o usmeritvi, v utemeljenih primerih pa tudi drugim kandidatom (poškodba, bolezen), se lahko glede na vrsto in stopnjo primanjkljaja, ovire oziroma motnje prilagodi način opravljanja mature in način ocenjevanja znanja.

Možne so naslednje prilagoditve:

1. opravljanje mature v dveh delih, v dveh zaporednih rokih;
2. podaljšanje časa opravljanja maturitetnega izpita (tudi odmorov, možno je več krajših odmorov);
3. prilagojena oblika izpitnega gradiva (npr. Braillova pisava, povečava, kjer je prevod vprašanj nemogoč, zapis izpitnega gradiva na disketi ...);
4. poseben prostor;
5. prilagojena delovna površina (dodatna osvetlitev, možnost dviga ...);
6. uporaba posebnih pripomočkov (Braillov pisalni stroj, ustrezna pisala, folije za pozitivno risanje ...);
7. izpit s pomočnikom (npr. pomočnik bralec ali pisar);
8. uporaba računalnika;
9. prirejeni ustni izpit in izpit slušnega razumevanja (oprostitev, branje z ustnic, prevajanje v znakovni jezik);
10. prilagoditev opravljanja praktičnega dela maturitetnega izpita (npr. prilagoditev opravljanja seminarske naloge, vaj);
11. prilagojen način ocenjevanja (npr. napake, ki so posledica kandidatove motnje, se ne upoštevajo, pri ocenjevanju zunanji ocenjevalci sodelujejo s strokovnjaki za komunikacijo s kandidati s posebnimi potrebami).

10. LITERATURA

Pri pripravi na splošno maturo kandidati uporabljajo učbenike in učna sredstva, ki jih je potrdil Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje. Potrjeni učbeniki in učna sredstva so zbrani v **Katalogu učbenikov za srednjo šolo**, ki je objavljen na spletni strani Zavoda Republike Slovenije za šolstvo www.zrss.si.