

MATEMATIKA

Predmetni izpitni katalog za splošno maturo ◀

Predmetni izpitni katalog se uporablja od spomladanskega izpitnega roka **2013**, dokler ni določen novi. Veljavnost kataloga za leto, v katerem bo kandidat opravljal maturo, je navedena v Maturitetnem izpitnem katalogu za splošno maturo za tisto leto.



ric

Državni izpitni center

PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA SPLOŠNO MATURO – MATEMATIKA
Državna predmetna komisija za splošno maturu za matematiko

Katalog so pripravili:

Dragomir Benko
mag. Jaka Erker
Darka Hvastija
Mateja Jan
Ana Miler
mag. Alojz Robnik
Mirko Škof
ddr. Janez Žerovnik

Recenzenta:

dr. Iztok Banič
Milan Jevnikar

Jezikovni pregled:

Bernarda Kafogel

Katalog je določil Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje na svoji 142. seji dne 16. junija 2011 in se uporablja od spomladanskega izpitnega roka 2013, dokler ni določen novi katalog. Veljavnost kataloga za leto, v katerem bo kandidat opravljal maturu, je navedena v Maturitetnem izpitnem katalogu za splošno maturu za tisto leto.

© Državni izpitni center, 2011
Vse pravice pridržane.

Izdal in založil:

Državni izpitni center

Predstavnik:

dr. Darko Županc

Uredili:

mag. Aleš Drolc
dr. Andrejka Slavec Gornik
Joži Trkov

Oblikovanje in prelom:

Milena Jarc

Ljubljana 2011

ISSN 2232-4488

KAZALO

1	UVOD.....	5
2	IZPITNI CILJI	6
3	ZGRADBA IN OCENJEVANJE IZPITA	7
3.1	Shema izpita.....	7
3.2	Tipi nalog in ocenjevanje.....	8
3.3	Merila ocenjevanja izpita in posameznih delov	8
4	IZPITNE VSEBINE IN CILJI	10
4.1	Osnove logike.....	10
4.2	Množice	10
4.3	Številске množice.....	11
4.4	Algebrski izrazi, enačbe in neenačbe.....	12
4.5	Potence in koreni.....	13
4.6	Geometrija v ravnini in prostoru	14
4.7	Geometrijski liki in telesa.....	15
4.8	Vektorji v ravnini in prostoru	15
4.9	Pravokotni koordinatni sistem v ravnini.....	16
4.10	Funkcije	16
4.11	Stožnice.....	20
4.12	Zaporedja in vrste.....	21
4.13	Diferencialni račun.....	22
4.14	Integralski račun	22
4.15	Kombinatorika	23
4.16	Verjetnostni račun	23
4.17	Statistika.....	24
5	PRIMERI NALOG ZA PISNI IZPIT	25
5.1	Naloga s kratkimi odgovori.....	25
5.2	Strukturirana naloga	26
6	USTNI IZPIT	28
6.1	Osnove logike.....	28
6.2	Množice	29
6.3	Številске množice.....	29
6.4	Algebrski izrazi, enačbe in neenačbe.....	30
6.5	Potence in koreni.....	30
6.6	Geometrija v ravnini in prostoru	31
6.7	Geometrijski liki in telesa.....	32
6.8	Vektorji v ravnini in prostoru	33
6.9	Pravokotni koordinatni sistem v ravnini.....	33

6.10	Funkcije	34
6.11	Stožnice.....	37
6.12	Zaporedja in vrste.....	38
6.13	Diferencialni račun.....	38
6.14	Integralski račun	38
6.15	Kombinatorika	39
6.16	Verjetnostni račun	39
6.17	Statistika.....	39
7	KANDIDATI S POSEBNIMI POTREBAMI	40
8	LITERATURA.....	41
9	DODATEK.....	42
9.1	Matematične oznake	42
9.2	Formule, priložene izpitni poli.....	46

1 UVOD

Predmetni izpitni katalog za splošno matura Matematika (v nadaljnjem besedilu katalog) opredeljuje izpit splošne mature iz predmeta, kot to zahteva Zakon o maturi in ustrezni podzakonski predpisi ter sklepi Državne komisije za splošno matura o strukturi izpitov in predmetnih izpitnih katalogov, opredeljenih v veljavnem *Maturitetnem izpitnem katalogu za splošno matura*. Matematika je predmet skupnega dela splošne mature in je obvezna za vse kandidate¹. Izpitne vsebine in izpitni cilji so vsebine in cilji iz učnega načrta za matematiko za gimnazijo². Splošna matura iz matematike se lahko opravlja na osnovni (OR) ali na višji ravni zahtevnosti (VR). Na osnovni ravni se preverja splošno znanje, na višji ravni zahtevnosti pa splošno in posebno znanje. Znak ⇔ zaznamuje vsebine in cilje, ki se preverjajo le na VR.

V katalogu so navedeni:

1. izpitni cilji;
2. zgradba in ocenjevanje pisnega in ustnega izpita na obeh zahtevnostnih ravneh;
3. dovoljeni pripomočki in zahtevano orodje;
4. cilji in vsebine iz učnega načrta za matematiko za gimnazijo;
5. primeri vprašanj za ustni izpit;
6. oznake in matematična terminologija.

¹ V predmetnem izpitnem katalogu uporabljeni samostalniki moškega spola, ki se pomensko in smiselno vežejo na splošna, skupna poimenovanja (npr. kandidat, ocenjevalec), veljajo tako za osebe ženskega kot moškega spola.

² Učni načrt. Matematika [Elektronski vir]: gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija: obvezni predmet in matura (560 ur)/predmetna komisija Amalija Žakelj ... [et al.]. - Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod RS za šolstvo, 2008.

2 IZPITNI CILJI

Izpit bo preveril, ali kandidat zna:

- brati matematična besedila in jih korektno interpretirati;
- natančno predstaviti matematične vsebine v pisni obliki, v tabelah, grafih ali diagramih;
- računati s števili, oceniti in zapisati rezultat z določeno natančnostjo ter presoditi njegovo veljavnost;
- pri računanju uporabiti primerno metodo;
- uporabljati informacijsko-komunikacijsko tehnologijo (IKT) pri reševanju matematičnih problemov;
- uporabljati geometrijsko orodje za načrtovanje;
- interpretirati, preoblikovati in pravilno uporabljati matematične trditve, izražene z besedami ali s simboli;
- prepoznati in uporabljati odnose med geometrijskimi objekti v dveh in treh dimenzijah;
- logično sklepati iz danih matematičnih podatkov;
- prepoznati vzorce in strukture v različnih situacijah;
- analizirati problem in izbrati ustrezen način reševanja;
- videti in izkoristiti soodvisnost različnih vej (področij) matematike;
- uporabiti kombinacijo več matematičnih veščin in tehnik pri reševanju problemov;
- predstaviti matematični izdelek logično in jasno, z uporabo ustrezne simbolike in terminologije;
- uporabiti matematično znanje v vsakdanjih življenjskih situacijah;
- uporabiti matematiko kot sredstvo komunikacije s poudarkom na natančnem izražanju.

3 ZGRADBA IN OCENJEVANJE IZPITA

3.1 Shema izpita

OSNOVNA RAVEN

► Pisni izpit – zunanji del izpita

Izpitna pola	Trajanje	Delež pri oceni	Ocenjevanje	Pripomočki	Priloga
1	120 minut	80 %	zunanje	nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo)	Priloga s formulami je del izpitne pole.
Skupaj	120 minut	80 %			

► Ustni izpit – notranji del izpita

	Trajanje	Delež pri oceni	Ocenjevanje	Pripomočki
3 kratka vprašanja	do 20 minut	20 %	notranje	geometrijsko orodje
Skupaj	do 20 minut	20 %		

VIŠJA RAVEN

► Pisni izpit – zunanji del izpita

Izpitna pola	Trajanje	Delež pri oceni	Ocenjevanje	Pripomočki	Priloga
1	90 minut	53,33 %	zunanje	nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo)	Priloga s formulami je del izpitne pole.
2	90 minut	26,67 %			
Skupaj	180 minut	80 %			

Po zaključku pisanja Izpitne pole 1, tj. pred začetkom pisanja Izpitne pole 2, je 30-minutni odmor.

► Ustni izpit – notranji del izpita

	Trajanje	Delež pri oceni	Ocenjevanje	Pripomočki
3 kratka vprašanja (1 ali 2 vprašanji sta označeni z znakom ⇒)	do 20 minut	20 %	notranje	geometrijsko orodje
Skupaj	do 20 minut	20 %		

3.2 Tipi nalog in ocenjevanje

OSNOVNA RAVEN

► Pisni izpit

Izpitna pola	Tip naloge	Število nalog	Ocenjevanje
1	Kratke naloge	12	vsaka naloga 5 do 8 točk
Skupaj		12	80 točk

► Ustni izpit

Tip naloge	Število nalog	Ocenjevanje
Vprašanje, praviloma dopolnjeno z nalogo	3	vsako vprašanje 4 točke
Skupaj	3	12 točk

VIŠJA RAVEN

► Pisni izpit

Izpitna pola	Tip naloge	Število nalog	Ocenjevanje
1	Kratke naloge	12	vsaka naloga 5 do 8 točk skupaj 80 točk
2	Strukturirane naloge	4	vsaka naloga 10 do 20 točk skupaj 40 točk
		Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema kandidati izbere in rešuje 1 nalogo.	

► Ustni izpit

Tip naloge	Število nalog	Ocenjevanje
Vprašanje, praviloma dopolnjeno z nalogo	3	vsako vprašanje 4 točke
Skupaj	3	12 točk

3.3 Merila ocenjevanja izpita in posameznih delov

3.3.1 Deleži taksonomskih stopenj

Taksonomske stopnje	Izpitna pola 1 (OR in VR)	Izpitna pola 2 (VR)	Ustni izpit (OR)	Ustni izpit (VR)
I. poznavanje	vsaj 30 %	vsaj 10 %	vsaj 30 %	vsaj 10 %
II. razumevanje in uporaba	30–50 %	40–60 %	30–50 %	40–60 %
III. samostojna interpretacija, vrednotenje, samostojno reševanje novih problemov	največ 30 %	največ 40 %	največ 30 %	največ 40 %
Skupaj	100%	100%	100%	100%

3.3.2 Merila ocenjevanja posameznih delov izpita

► Pisni izpit

Naloge se ocenjujejo v skladu z navodili za ocenjevanje. Točkujejo se posamezni koraki, ki so lahko različnih taksonomskih stopenj. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi. Pri načrtovalnih nalogah morajo kandidati uporabljati geometrijsko orodje.

► Ustni izpit

Za odgovor na posamezno vprašanje dobi kandidat najmanj 0 točk in največ 4 točke.

Vse 4 točke dobi kandidat, ki popolnoma samostojno pravilno odgovori na vprašanje (in reši nalogo, če je dodana). Samo za pravilno rešeno dodano nalogo lahko kandidat dobi največ 2 točki.

3.3.3 Končna ocena

Končna ocena izpita se določi na podlagi seštevka odstotnih točk vseh delov izpita (pisnega in ustnega). Državna komisija za splošno maturo na predlog Državne predmetne komisije za splošno maturo za matematiko določi merila za pretvorbo odstotnih točk v ocene (1–5), na višji ravni pa tudi merila za pretvorbo odstotnih točk v točkovne ocene (1–8). Ta merila so v spomladanskem in jesenskem izpitnem roku enaka.

4 IZPITNE VSEBINE IN CILJI

Osnovna raven splošne mature zajema vse cilje in vsebine splošnega znanja po veljavnem učnem načrtu. Na višji ravni se preverja splošno in posebno znanje. Znanje iz izbirnih vsebin učnega načrta se pri maturi ne preverja.

Znak \Rightarrow zaznamuje vsebine in cilje, ki se preverjajo le na višji ravni.

4.1 Osnove logike

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Izjave in povezave med njimi	– zapiše izjavo,
Sestavljene izjave	– določi logično vrednost izjave,
Vrstni red operacij	– zapiše sestavljeno izjavo s simboli,
Tavtologija	– izračuna logično vrednost sestavljene izjave pri vseh vrednostih enostavnih izjav,
Enakovredne izjave	– ugotovi enakovrednost dveh izjav.

4.2 Množice

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Osnovni pojmi: element, množica, pripadnost elementa množici, podmnožica, prazna množica, univerzalna množica	– pozna osnovne pojme in s simboli označuje odnose med elementi in množicami,
Simbolni zapisi	– uporablja različne načine predstavitev množic,
Vennov diagram	– računa z množicami,
Presek, unija, razlika, komplement množic	– poišče potenčno množico končne množice,
\Rightarrow Lastnosti operacij z množicami	– nariše graf kartezičnega produkta dveh množic,
Potenčna množica	– uporablja formule za moč unije dveh ali treh množic ter moč kartezičnega produkta končnih množic.
Kartezični produkt množic	
Moč množice	
\Rightarrow Moč potenčne množice	

4.3 Številске množice

Vsebine

Cilji

4.3.1 Naravna števila in cela števila

	Kandidat
Računske operacije in njihove lastnosti	– pozna pomen naravnih števil in razloge za vpeljavo celih števil ter primere njihove uporabe,
Praštevila in sestavljena števila	– uporablja računske operacije v množici naravnih in celih števil in na primerih utemelji njihove lastnosti,
⇒ Matematična indukcija	– predstavi naravna in cela števila na številski premici,
Desetiški mestni zapis	– ⇒ induktivno sklepa, posplošuje, posplošitev dokaže ali ovrže in dokazuje z matematično indukcijo,
Kriteriji deljivosti z 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 in 10	– uporablja desetiški mestni zapis celega števila,
Relacija deljivosti	– utemelji in uporablja osnovne kriterije za deljivost,
Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik	– pozna in uporablja lastnosti relacije deljivosti,
Osnovni izrek o deljenju	– določi največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik dveh ali več celih števil,
⇒ Evklidov algoritem in zveza med D in v	– uporablja osnovni izrek o deljenju celih števil,
Desetiški številski sestav	– ⇒ uporablja Evklidov algoritem za iskanje največjega skupnega delitelja,
⇒ Dvojiški številski sestav	– ⇒ v problemskih nalogah uporablja zvezo $Dv = ab$,
	– ⇒ pretvarja med desetiškimi in dvojiškimi številskimi sestavom;

4.3.2 Racionalna števila

Računske operacije in njihove lastnosti	– pozna in utemelji razloge za vpeljavo racionalnih števil,
Desetiški zapis racionalnih števil	– predstavi racionalna števila na številski premici,
Deleži in odstotki	– računa z racionalnimi števili,
Procentni račun	– uporablja in utemelji decimalni zapis racionalnega števila ter razlikuje med desetiškimi in nedesetiškimi ulomki,
	– računa z decimalnimi števili,
	– uporablja deleže in odstotke ter procentni račun v nalogah iz vsakdanjega življenja in spretno uporablja žepno računalno;

4.3.3 Realna števila

Iracionalna števila	– pozna in utemelji razloge za vpeljavo realnih števil,
Realna števila na številski premici	– navede nekaj primerov iracionalnih števil,
Intervali	– konstruira nekatere kvadratne korene kot primere iracionalnih števil z uporabo Pitagorovega izreka,
Končni decimalni približki	

Vsebine	Cilji
Absolutna vrednost realnega števila in njene lastnosti	– interpretira številsko premico kot realno os,
Enačbe z absolutno vrednostjo	– zaokrožuje decimalna števila,
⇒ Neenačbe z absolutno vrednostjo	– poveže geometrijsko in analitično predstavitev absolutne vrednosti realnih števil,
Absolutna in relativna napaka	– poenostavlja izraze z absolutno vrednostjo ter reši preproste enačbe,
	– ⇒ rešijo preproste neenačbe z absolutno vrednostjo realnih števil,
	– primerja pomen absolutne in relativne napake ter oceni absolutno in relativno napako vsote, razlike, produkta in kvocienta dveh podatkov;

4.3.4 Kompleksna števila

Geometrijska predstavitev kompleksnih števil v ravnini	– pozna in utemelji razloge za vpeljavo kompleksnih števil,
Računske operacije in njihove lastnosti	– predstavi kompleksno število v kompleksni ravnini,
Reševanje enačb z realnimi koeficienti	– analitično in grafično sešteva in odšteva kompleksna števila,
	– množi kompleksna števila,
	– izpelje pravilo za računanje potenc števila i ,
	– poišče povezavo med analitičnim in geometrijskim pomenom konjugiranega števila,
	– poišče povezavo med analitičnim in geometrijskim pomenom absolutne vrednosti kompleksnega števila,
	– izpelje in uporablja pravilo za deljenje kompleksnih števil,
	– izračuna obratno vrednost kompleksnega števila,
	– poišče tudi kompleksne rešitve enačbe.

4.4 Algebrski izrazi, enačbe in neenačbe

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Računske operacije z izrazi	– primerja in razlikuje zapis in pomen izraza in enačbe ter spremenljivke in neznanke,
Potenciranje izrazov	– sešteva in množi algebrske izraze,
Razstavljanje izrazov	– uporablja in utemelji pravili za kvadrat in kub dvočlenika,
Računanje z ulomki	– s pomočjo Pascalovega trikotnika določi pravila za višje potence dvočlenika in jih tudi uporablja,
Enačbe in neenačbe	– prepozna in uporablja ustrezn način razstavljanja danega izraza: izpostavljanje, razlika kvadratov, vsota in razlika kubov, Viétovo pravilo, razstavljanje štiričlenikov,
Linearna enačba	
Razcepna enačba	
⇒ Linearna enačba s parametrom	

Vsebine	Cilji
Linearna neenačba	– \Rightarrow razstavi izraze $a^n \pm b^n$,
\Rightarrow Linearna neenačba s parametrom	– računa z algebrskimi ulomki (vse štiri računске operacije in izrazi z oklepaji),
	– uporablja pravila za tvorbo ekvivalentnih enačb in enačbe spretno rešuje,
	– prepozna in reši linearno enačbo,
	– prepozna in reši razcepne enačbe,
	– spretno izraža neznanke iz različnih fizikalnih ali kemijskih enačb,
	– \Rightarrow obravnava linearne enačbe s parametrom,
	– uporablja pravila za tvorbo ekvivalentnih neenačb ter korake reševanja neenačb utemelji,
	– prepozna in reši linearno neenačbo,
	– \Rightarrow obravnava preproste linearne neenačbe s parametrom.

4.5 Potence in koreni

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Potence z naravnim eksponentom	– utemelji in uporablja pravila za računanje s potencami z naravnim eksponentom,
Potence s celim eksponentom	– utemelji in uporablja pravila za računanje s potencami s celim eksponentom in jih primerja s pravili za računanje s potencami z naravnim eksponentom,
n -ti koreni	– razloži pomen zapisov a^{-1} in a^{-n} ,
Potence z racionalnim eksponentom	– uporablja pravila za računanje s kvadratnimi koreni,
\Rightarrow Iracionalne enačbe	– reši kvadratno enačbo $x^2 = a$, $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$, z razstavljanjem in s korenjenjem,
	– primerja in utemeljuje reševanje preprostih enačb $x^n = a$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, v množici realnih števil s korenjenjem in z razstavljanjem,
	– razloži in uporablja zvezo $\sqrt{x^2} = x $,
	– računa kubične korene realnih števil natančno (na pamet) in z žepnim računalom,
	– razlikuje med določilnimi pogoji za obstoj n -tega korena realnega števila (glede na korenski eksponent in korenjenec),
	– spretno uporablja žepno računalno za računanje n -tih korenov,

Vsebine	Cilji
	<ul style="list-style-type: none"> – preoblikuje zapis n-tega korena v zapis potence z racionalnim eksponentom, – povezuje in primerja reševanje nalog z n-timi koreni z reševanjem s potencami z racionalnim eksponentom, – \Rightarrow prepozna iracionalno enačbo ter reši in utemelji korake pri reševanju iracionalnih enačb in interpretira rezultate.

4.6 Geometrija v ravnini in prostoru

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Točke, premice in krožnice v ravnini	– usvoji pojme elementarne evklidske geometrije,
Razdalja, daljica, nosilka daljice, simetrala, poltrak, kot	– razvije geometrijsko predstavo in skozi prakso spozna temeljne standarde matematične teorije,
Vrste kotov in odnosi med koti	– pozna definicije in uporablja lastnosti geometrijskih likov,
Trikotnik, večkotnik	– uporablja zveze med notranjimi in zunanji koti trikotnika ter odnose med stranicami in koti trikotnika,
Znamenite točke trikotnika	– uporablja zvezo med obodnim in središčnim kotom nad istim lokom,
Togi premiki in skladnost	– zna ločiti med skladnima in podobnima trikotnikoma,
Vzporedni premik, zrcaljenje, vrtež, orientacija trikotnika	– uporabi izreke v pravokotnem trikotniku,
Pravokotna projekcija	– načrta geometrijske like z geometrijskim orodjem \Rightarrow in s programi za dinamično geometrijo,
Središčni in obodni koti	– usvoji in uporablja zveze med stranicami in koti v poljubnem trikotniku, pri tem uporablja kosinusni in sinusni izrek,
Kot v polkrogu	– preiskuje geometrijske probleme z uporabo IKT,
Središčni razteg, podobnost	– razvije predstave o odnosih med točkami, premicami in ravninami v prostoru.
Izreki v pravokotnem trikotniku	
Paralelogram, romb, trapez	
Načrtovalne naloge	
Kosinusni in sinusni izrek	
\Rightarrow Množice točk v prostoru	
Vzporednost in pravokotnost premic in ravnin v prostoru	
Pravokotna projekcija premice na ravnino	

4.7 Geometrijski liki in telesa

Vsebine	Cilji
<p>Ploščine geometrijskih likov, Heronova formula</p> <p>Polmer trikotniku včrtanega in očrtanega kroga</p> <p>Geometrijska telesa: prizma, valj, piramida, stožec, krogla</p> <p>Površina in prostornina pokončne prizme, valja, piramide, stožca in krogle</p> <p>⇒ Cavalierijevo pravilo</p> <p>⇒ Poševna telesa</p> <p>⇒ Vrtenine</p> <p>Geometrijski matematični problemi</p>	<p>Kandidat</p> <ul style="list-style-type: none"> – razvije in izboljša geometrijsko predstavo, – uporablja obrazce za izražanje posameznih količin, – kritično oceni in presodi dobljene vrednosti ter pazi na merske enote, – uporabi usvojeno znanje ravninske geometrije ter rešuje probleme v povezavi s polmerom trikotniku včrtanega in očrtanega kroga, – opiše geometrijsko telo, – uporabi usvojeno znanje kotnih funkcij in geometrije na modelih geometrijskih teles, – rešuje geometrijske probleme v povezavi s površino in prostornino teles ter kritično oceni in presodi dobljene rezultate ter merske enote, – ⇒ rešuje geometrijske probleme s poševnimi telesi, – ⇒ določi os vrtenja in analizira nastalo vrtenino glede na izbiro osi, – ⇒ rešuje probleme v povezavi s prostornino rotacijskih teles, – prepozna geometrijski problem, ga predstavi, ugotovi, s katerimi pojmi, spremenljivkami in zvezami med njimi ga lahko rešuje, problem reši, rešitve predstavi in razmisli o njihovi smiselnosti, – pri reševanju geometrijskih problemov samostojno izbere in uporablja ustrezne strategije in povezuje vsebine iz ravninske in prostorske geometrije, – rešuje geometrijske probleme z uporabo trigonometrije.

4.8 Vektorji v ravnini in prostoru

Vsebine	Cilji
<p>Opredelitev vektorjev</p> <p>Seštevanje, množenje s skalarjem (sile) – grafična interpretacija</p> <p>Kolinearnost, koplanarnost – grafična interpretacija</p> <p>Razvoj vektorjev po bazi (razstavljanje sile na komponente), pravokotna projekcija – grafična interpretacija</p> <p>Linearna kombinacija vektorjev</p> <p>⇒ Linearna neodvisnost vektorjev</p>	<p>Kandidat</p> <ul style="list-style-type: none"> – nariše vektorje, grafično sešteva in razstavlja vektorje ter množi vektorje s skalarjem, – usvoji računanje z vektorji na grafičnem in računskem nivoju, – presodi kolinearnost in koplanarnost vektorjev, – ⇒ presodi linearno neodvisnost vektorjev, – računa z vektorji, zapisanimi po komponentah, – izračuna kot med vektorjema, dolžino vektorja in pravokotno projekcijo vektorja, – utemelji pravokotnost in vzporednost vektorjev,

Vsebine	Cilji
Baza v ravnini in prostoru	– razume pravokotnost v prostoru.
Pravokotni koordinatni sistem v ravnini in prostoru; krajevni vektor točke	
Zapis vektorja s komponentami	
Računske operacije z vektorji, zapisanimi po komponentah	
Pravokotna projekcija vektorja na drug vektor	
Skalarni produkt, kot med vektorjema in dolžina vektorja	
⇒ Uporaba vektorskega računa v trikotniku in paralelogramu, razmerja, težišče	
Povezava med skalarnim produktom in kosinusnim izrekom	

4.9 Pravokotni koordinatni sistem v ravnini

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Množice točk v ravnini	– uporablja pravokotni koordinatni sistem v ravnini,
Razdalja med točkama v koordinatni ravnini	– odčita in nariše množico točk v koordinatni ravnini ob danih pogojih,
Ploščina trikotnika	– uporablja zvezo med urejenimi pari števil in točkami na ravnini,
	– izračuna razdaljo med točkama, izračuna ploščino trikotnika ter uporabi formuli v matematičnih problemih.

4.10 Funkcije

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Definicija funkcije	– usvoji in uporablja pojem funkcije,
Definicija realne funkcije in lastnosti realnih funkcij realne spremenljivke (injektivnost, surjektivnost, bijektivnost, naraščanje, padanje, sodost, lihost ...)	– usvoji in uporablja pojme: definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije, injektivna, surjektivna, bijektivna funkcija,
Sestavljene funkcije (kompozitum) funkcij	– nariše, analizira graf funkcije s pomočjo vzporednega premika in raztega,
Inverzna funkcija	– uporablja vzporedni premik, zrcaljenja in raztege pri reševanju problemskih nalog,
Transformacije v ravnini	– ugotovi obstoj inverzne funkcije na preprostih primerih, zapiše njen predpis in nariše graf inverzne funkcije k dani funkciji,
Limita funkcije	
Posebni primeri limit	

Vsebine	Cilji
Zveznost funkcije	– ⇒ analizira predpis in nariše graf funkcije z absolutno vrednostjo,
⇒ Lastnosti zveznih funkcij na zaprtem intervalu	– nariše graf stopničaste funkcije,
⇒ Iskanje ničel z uporabo tehnologije	– razloži pojem limite v dani točki na ustrezno izbranih primerih, ki so grafične, tabelarične ali analitične prezentacije funkcij,
	– izračuna limito funkcije in razloži pomen dobljene limitne vrednosti,
	– razloži pomen limite v neskončnosti,
	– loči limito funkcije v neskončnosti od neskončne limite,
	– uporablja limito pri računanju asimptot funkcij,
	– prepozna zveznost funkcije, ki je podana s svojim grafom,
	– ⇒ razloži zveznost s predpisom podane funkcije,
	– poišče intervale, na katerih je dana funkcija zvezna,
	– ⇒ sklepa o lastnostih konkretne zvezne funkcije na zaprtem intervalu,
	– ⇒ poišče ničlo ali točko na krivulji na predvideno natančnost z uporabo tehnologije;

4.10.1 Linearna funkcija

Definicija in lastnosti linearne funkcije, graf linearne funkcije	– zapiše predpis za linearne funkcije in nariše graf,
Enačbe premice v ravnini	– pozna in uporabi pomen koeficientov v linearni funkciji,
Kot med premicama	– interpretira in uporablja graf linearne funkcije v praktičnih situacijah,
Linearna enačba	– izračuna kot med premicama,
Linearna neenačba	– pozna pomen različnih oblik enačbe premice,
Sistem linearnih enačb	– v besedilu prepozna linearen odnos in zapiše linearno enačbo,
⇒ Gaussova eliminacijska metoda	– rešuje linearne enačbe,
⇒ Sistem linearnih neenačb	– ⇒ obravnava preproste linearne enačbe, neenačbe in sisteme linearnih enačb,
Modeliranje preprostih primerov iz vsakdanjega življenja z linearno funkcijo	– izrazi problem kot sistem enačb in ga reši,
	– reši preproste probleme iz vsakdanjega življenja in jih ustrezno interpretira,
	– modelira preproste probleme iz vsakdanjega življenja z linearno funkcijo;

4.10.2 Potenčna funkcija

Definicija in lastnosti potenčne funkcije z naravnim eksponentom

Definicija in lastnosti potenčne funkcije z negativnim celim eksponentom

Modeliranje primerov iz vsakdanjega življenja s potenčno funkcijo

- prepozna potenčno odvisnost in jo razlikuje od drugih odvisnosti (premosorazmernost ...),
- nariše in analizira graf potenčne funkcije s pomočjo transformacij,
- zapiše in modelira realistične pojave s potenčno funkcijo in jih kritično izbere;

4.10.3 Korenska funkcija

Definicija, lastnosti in graf korenske funkcije

- obravnava korensko funkcijo kot inverzno funkcijo k potenčni funkciji;

4.10.4 Kvadratna funkcija

Definicija, lastnosti in graf kvadratne funkcije

Načini podajanja predpisa kvadratne funkcije

⇒ Uporaba kvadratne funkcije – ekstremalni problemi

Viétovi pravili

Kvadratna enačba

Presečišče parabole in premice

Presečišče dveh parabol

Kvadratna neenačba

⇒ Sistem kvadratnih neenačb

⇒ Modeliranje primerov iz vsakdanjega življenja s kvadratno funkcijo

- zapiše kvadratno funkcijo pri različnih podatkih in nariše graf,
- interpretira in uporabi graf kvadratne funkcije v praktičnih situacijah,
- reši kvadratno enačbo in neenačbo,
- prevede problem v enačbo ali neenačbo in ga reši,
- bere matematično besedilo, ga analizira in predstavi,
- ⇒ zapiše in modelira primere iz vsakdanjega življenja s kvadratno funkcijo;

4.10.5 Eksponentna funkcija

Definicija, lastnosti in graf eksponentne funkcije

Eksponentne enačbe

⇒ Grafično reševanje eksponentne neenačbe

Eksponentna rast

Modeliranje realističnih pojavov z eksponentno funkcijo

- razlikuje, prepozna eksponentno odvisnost od drugih vrst odvisnosti,
- pozna in uporablja lastnosti eksponentne funkcije,
- nariše graf eksponentne funkcije,
- uporabi vzporedne premike in raztege grafa eksponentne funkcije,
- primerja potenčno in eksponentno rast,
- prepozna in reši eksponentne enačbe,
- zapiše in modelira primere iz vsakdanjega življenja z eksponentno funkcijo;

4.10.6 Logaritemska funkcija

Definicija, lastnosti in graf logaritemske funkcije

Logaritem in pravila za računanje z logaritmi

Desetiški in naravni logaritem

⇒ Prehod k novi osnovi

Logaritemske enačbe

⇒ Branje logaritemske skale

⇒ Modeliranje primerov iz vsakdanjega življenja z logaritemsko funkcijo

- pozna in uporablja lastnosti logaritemske funkcije,
- nariše graf logaritemske funkcije,
- uporablja zvezo med eksponentno in logaritemsko funkcijo,
- uporabi vzporedne premike in raztege grafa logaritemske funkcije,
- uporablja pravila za računanje z logaritmi,
- spozna število e in naravni logaritem,
- prepozna in reši logaritemske enačbe,
- primerja eksponentno in logaritemsko rast,
- ⇒ zapiše in modelira primere iz vsakdanjega življenja z logaritemsko funkcijo;

4.10.7 Polinomske funkcije

Definicija, lastnosti in graf polinomske funkcije

Računske operacije s polinomi

Osnovni izrek o deljenju polinomov

Ničle polinomske funkcije

Osnovni izrek algebre in posledice

Hornerjev algoritem

Analiza grafa polinomske funkcije

Polinomske enačbe

Polinomske neenačbe

⇒ Metoda bisekcije

⇒ Modeliranje realističnih pojavov s polinomi

- linearno in kvadratno funkcijo prepozna kot posebna primera polinomske funkcije,
- računa s polinomi,
- uporablja osnovni izrek o deljenju polinomov,
- uporablja izrek o deljenju polinoma z linearnim polinomom,
- uporablja Hornerjev algoritem za iskanje ničel polinomske funkcije,
- v problemskih nalogah uporablja lastnosti polinomov,
- nariše in interpretira graf polinomske funkcije,
- ⇒ uporablja metodo bisekcije,
- reši polinomske enačbe in neenačbe;

4.10.8 Racionalne funkcije

Definicija, lastnosti in graf racionalne funkcije

Ničle, poli in asimptote

Racionalne enačbe

⇒ Racionalne neenačbe

- pozna in uporablja lastnosti racionalnih funkcij,
- nariše in interpretira graf racionalne funkcije,
- reši racionalne enačbe,
- ⇒ reši racionalne neenačbe;

4.10.9 Kotne funkcije

<p>Definicije in lastnosti kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku</p> <p>Definicije kotnih funkcij na enotski krožnici</p> <p>Lastnosti in grafi kotnih funkcij</p> <p>Transformacije grafov kotnih funkcij</p> <p>Adicijski izreki</p> <p>Problemske naloge</p> <p>⇒ Faktorizacija in razčlenitev produkta</p> <p>Računanje vrednosti krožnih funkcij</p> <p>⇒ Grafi in lastnosti krožnih funkcij</p> <p>Trigonometrijske enačbe</p> <p>⇒ Kotne funkcije v tehniki in naravoslovju</p>	<ul style="list-style-type: none"> – zapiše in uporabi kotne funkcije v pravokotnem trikotniku, – izpelje vrednosti kotnih funkcij za kote 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, – izpelje in uporabi zveze med kotnimi funkcijami istega kota, – uporablja računalno, – uporablja vrednosti kotnih funkcij za poljubne kote, – pozna in uporabi lastnosti kotnih funkcij, – pozna in razloži pojme na različnih reprezentacijah (tabela vrednosti, graf, na enotski krožnici, analitično), – uporabi transformacije grafov kotnih funkcij, – nariše in interpretira grafe kotnih funkcij, – uporabi adicijske izreke, – uporabi kotne funkcije dvojnih kotov, – uporablja kotne funkcije dvojnih (⇒ in polovičnih) kotov pri trigonometrijskih enačbah in problemskih nalogah, – ⇒ faktorizira izraze in jih zna uporabiti pri enačbah, – računa vrednosti krožnih funkcij, – ⇒ skicira graf krožne funkcije, – reši trigonometrijsko enačbo, – interpretira in analizira analitične rešitve glede na dani problem, – uporabi kotne funkcije v problemskih situacijah, kjer je treba izračunati kot, – rešuje preproste, sestavljene, avtentične in izvirne probleme.
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

4.11 Stožnice

<p>Algebrski zapis krivulj II. reda</p> <p>Krožnica v središčni in premaknjeni legi</p> <p>Elipsa v središčni in premaknjeni legi</p> <p>Hiperbola v središčni legi</p> <p>Parabola v temenski legi</p> <p>⇒ Hiperbola in parabola v premaknjeni legi</p> <p>⇒ Tangente stožnic</p>	<p>Kandidat</p> <ul style="list-style-type: none"> – poišče primere stožnic v naravi, – primerja in uporablja analitično in geometrijsko definicijo stožnice, – interpretira krožnico kot poseben primer elipse in ⇒ izpelje enačbe elipse iz enačbe krožnice z raztegom vzdolž izbrane osi, – analizira enačbo in grafično predstavi krožnice in elipse v središčni in v premaknjeni legi, – analizira enačbo in grafično predstavi hiperbole in parabole v temenski legi,
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Vsebine**Cilji**

- analizira različne oblike enačbe parabole,
- ⇒ konstruira stožnice,
- ⇒ nariše stožnico tudi z uporabo primerne računalniškega programa,
- ⇒ analizira grafično predstavitev hiperbole in parabole v premaknjeni legi,
- ⇒ analizira enačbo hiperbole in parabole v premaknjeni legi,
- ⇒ analitično in grafično obravnavajo tangento stožnice,
- analitično in grafično določijo presečišča stožnice s premico in določijo presečišča stožnic v središčni legi,
- utemeljijo smiselnost rezultatov pri analitični obravnavi presečišč,
- ⇒ rešujejo problemske naloge.

4.12 Zaporedja in vrste

Vsebine**Cilji**

Definicija zaporedja
Lastnosti zaporedij (končno, neskončno, monotonost, omejenost, konvergenčnost ...)
Aritmetično zaporedje
Geometrijsko zaporedje
Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja in vsota členov geometrijskega zaporedja
Limita zaporedja
Vrste
Konvergenca geometrijske vrste
Obrestni račun
Anuitete
Amortizacijski načrt

Kandidat

- navede primer, induktivno sklepajo, posplošuje in nadaljuje zaporedje,
- najde in zapiše zvezo med členi zaporedja,
- zapiše člene zaporedja pri danih začetnih členih in rekurzivni formuli,
- ugotovi in analizira lastnosti različno predstavljenih zaporedij (številске predstavitev, grafični prikaz, analitični zapis ...),
- bere in ponazori različno podana oziroma predstavljena zaporedja,
- uporabi lastnosti zaporedij,
- napove in izračuna limito zaporedja,
- razlikuje vrsto od zaporedja,
- razlikuje pojma konvergentne in divergentne vrste,
- izračuna vsoto n členov zaporedja,
- izračuna vsoto geometrijske vrste,
- razlikuje navadno in obrestno obrestovanje,
- razlikuje med konformno in relativno obrestno mero,
- uporabi načelo ekvivalence glavnice,
- poišče realne primere obrestovanja, napove pričakovanja in se odloči na osnovi simulativnih izračunov,
- izračuna anuiteto in izdela amortizacijski načrt.

4.13 Diferencialni račun

Vsebine	Cilji
Diferenčni količnik, odvod, geometrijski pomen odvoda	Kandidat
Pravila za odvajanje, odvodi osnovnih funkcij	– opiše pojme diferencialnega računa z uporabo grafičnih, številskih ali analitičnih predstavitev,
Uporaba odvoda	– izračuna vrednost diferencialnega količnika,
Ekstremi, naraščanje in padanje funkcije	– izračuna limito diferencialnega količnika,
⇒ Drugi odvod funkcije	– razloži geometrijski pomen odvoda,
⇒ Prevoj, konveksnost in konkavnost funkcije	– ⇒ izpelje preprosta pravila odvajanja z uporabo definicije odvoda,
⇒ Zveznost odvedljivih funkcij	– ⇒ izpelje odvode funkcij z uporabo pravil za odvajanje,
Ekstremalni problemi	– odvaja elementarne funkcije in kompozitum funkcij,
⇒ Modeliranje realnih problemov in njihovo reševanje z uporabo metod diferencialnega računa	– ⇒ računa odvod implicitno podanih funkcij,
	– ugotovi točke (ne)odvedljivosti iz grafa,
	– povezuje lastnosti funkcij in njen odvod (napoveduje lastnosti, skicira graf ...),
	– zapiše enačbi tangente in normale v dani točki krivulje,
	– izračuna presečni kot med krivuljama,
	– analizira funkcijo z odvodom (razloži ekstreme, določi intervale naraščanja in padanja) in nariše graf,
	– ⇒ poveže pojma zveznosti in odvedljivosti funkcije na danem intervalu,
	– reši preprost ekstremalni problem,
	– ⇒ reši realen ekstremalni problem in ga ustrezno interpretira.

4.14 Integralni račun

Vsebine	Cilji
Nedoločeni integral (primitivna funkcija)	Kandidat
Lastnosti nedoločenega integrala	– razloži zvezo med odvodom funkcije in nedoločenim integralom,
⇒ Uvedba nove spremenljivke	– pozna tabelo osnovnih integralov in njeno povezavo s tabelo odvodov,
⇒ Integracija »per partes«	– uporablja lastnosti nedoločenega integrala,
⇒ Integracija racionalnih funkcij	– ⇒ integrira z uvedbo nove spremenljivke,
Določeni integral	– ⇒ integrira »per partes«,
Lastnosti določenega integrala	– ⇒ integrira racionalne funkcije (z razcepom na parcialne ulomke),

Vsebine	Cilji
Zveza med določenim in nedoločenim integralom	– pozna geometrijski pomen določenega integrala,
Uporaba določenega integrala (ploščine, ⇒ prostornine vrtenin ...)	– uporablja lastnosti določenega integrala,
	– uporabi zvezo med določenim in nedoločenim integralom,
	– reši preproste matematične in realne probleme.

4.15 Kombinatorika

Vsebine	Cilji
Osnovni izrek kombinatorike, kombinatorično drevo	Kandidat
Pravilo vsote	– izračuna $n!$,
Permutacije	– loči posamezne kombinatorične pojme,
Permutacije s ponavljanjem	– izračuna vrednost binomskega simbola,
Variacije	– razvije potenco dvočlenika.
Variacije s ponavljanjem	
Kombinacije	
Binomski izrek	
Pascalov trikotnik	

4.16 Verjetnostni račun

Vsebine	Cilji
Osnovni pojmi verjetnostnega računa: poskus, dogodek, vzorčni prostor	Kandidat
Računanje z dogodki	– zapiše dogodke in računa z njimi,
Subjektivna verjetnost, empirična verjetnost, matematična verjetnost, verjetnost dogodka	– poišče vse dogodke nekega poskusa,
Računanje verjetnosti nasprotnih dogodkov, vsote dogodkov	– razlikuje med subjektivno, empirično in matematično verjetnostjo,
⇒ Pogojna verjetnost	– razume in poveže empirično in matematično verjetnost,
⇒ Verjetnost produkta, neodvisna dogodka	– pozna in uporablja definicijo matematične verjetnosti,
⇒ Zaporedje neodvisnih poskusov	– iz danih verjetnosti posameznih dogodkov računa verjetnosti drugih dogodkov,
Normalna porazdelitev	– ⇒ loči med pojmom nezdružljiva in neodvisna dogodka,
	– uporablja vzorčni prostor.

4.17 Statistika

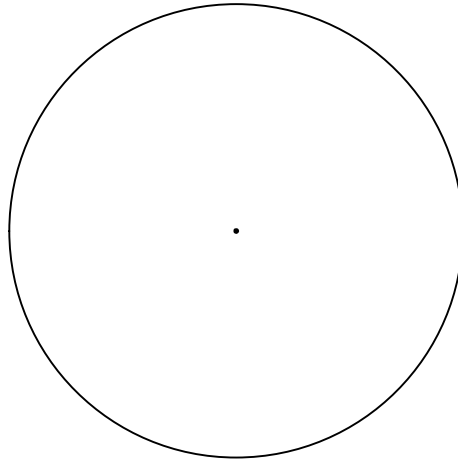
Vsebine	Cilji
Osnovni statistični pojmi	Kandidat <ul style="list-style-type: none">– loči med preučevano značilnostjo (spremenljivko), enoto, vrednostjo spremenljivke, vzorcem, populacijo,– prepozna preučevano značilnost enote,– razlikuje med opisnimi ali kvalitativnimi podatki, vrstnimi ali ordinalnimi ter številiškimi ali kvantitativnimi podatki,– zbere podatke, jih uredi in strukturira,– izbere ustrezn diagram za prikaz podatkov,– bere, izdela in interpretira statistične diagrame,– razvija kritični odnos do interpretacije rezultatov,– pozna in uporablja različne načine povzemanja podatkov,– izbere primeren način povzemanja podatkov glede na vrsto podatkov,– izračuna, oceni in interpretira srednjo vrednost, modus in mediano kot mere osredinjenosti podatkov,– ocenjuje preproste povezave med statističnimi spremenljivkami,– izračuna, oceni in interpretira variacijski razmik, standardni odklon in medčetrtnski razmik kot mere razpršenosti podatkov,– uporabi znanje o delu s podatki v celovitem postopku empiričnega preiskovanja (izbere temo, postavi preiskovalno vprašanje, zbere podatke, jih uredi in strukturira, analizira, prikaže in interpretira rezultate).
Vrste podatkov	
Zbiranje podatkov	
Urejanje in strukturiranje podatkov	
Prikazovanje podatkov (stolpčni, pozicijski, tortni diagram, histogram, razsevni diagram, linijski in krivuljni diagram, škatla z brki)	
Aritmetična sredina, mediana, modus	
Variacijski razmik, standardni odklon, medčetrtnski razmik	
Statistična naloga	

5 PRIMERI NALOG ZA PISNI IZPIT

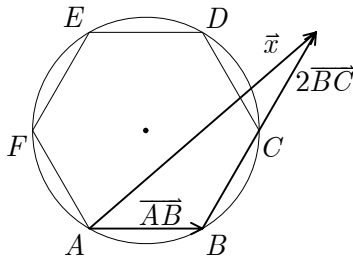
5.1 Naloga s kratkimi odgovori

V krog s polmerom $r = 3$ cm vrtajte pravilni šestkotnik $ABCDEF$. Narišite vektor $\vec{x} = \overline{AB} + 2\overline{BC}$ in izračunajte njegovo dolžino. Rezultat zaokrožite na milimetre.

(7 točk)



Rešitve in navodila za ocenjevanje



Narisan šestkotnik 1 točka
 Narisan vektor \vec{x} 2 točki
 (Le vektor $2\overline{BC}$... 1 točka)

1. način

Kosinusni izrek za izračun dolžine vektorja \vec{x} 3 točke
 (Formula za kosinusni izrek ... 1 točka
 vstavljeni dolžini obeh stranic trikotnika ... 1 točka
 ugotovitev, da meri kot pri oglišču B 120° ... 1 točka)

2. način

Izračun dolžine vektorja \vec{x} s pomočjo skalarnega produkta 3 točke
 (Zapis, npr. $|\vec{x}|^2 = (\overline{AB} + 2\overline{BC}) \cdot (\overline{AB} + 2\overline{BC})$... 1 točka
 Ugotovitev $|\overline{AB}| = 3$, $|\overline{BC}| = 3$, kot med \overline{AB} in \overline{BC} meri 60° ... 1 točka
 Upoštevanje $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = |\overline{AB}| \cdot |\overline{BC}| \cdot \cos 60^\circ$... *1 točka)

Rezultat, npr. $|\vec{x}| \doteq 7,9$ cm = 79 mm 1 točka

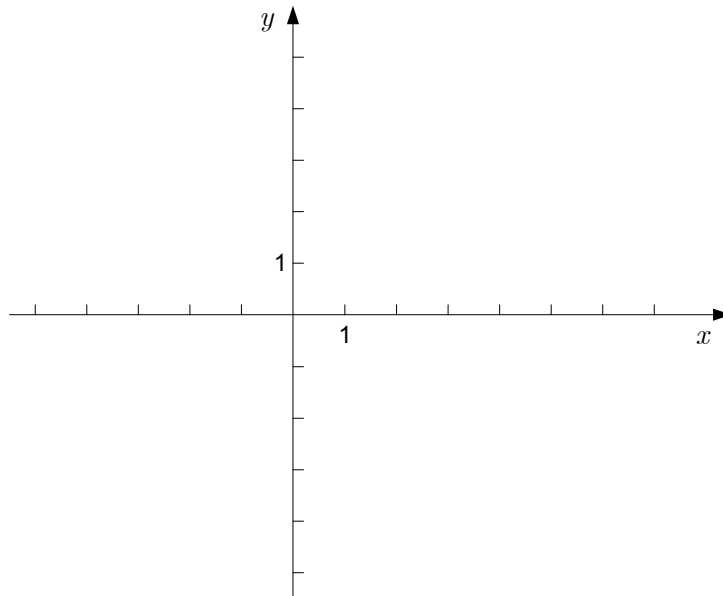
Opomba: *1 točka označuje postopkovno točko.

5.2 Strukturirana naloga

1. Dana je funkcija $f(x) = \sqrt{x}$.

1.1 Narišite graf funkcije $g(x) = 2f(x) - 3$. Zapišite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije g ter izračunajte njeno ničlo.

(4 točke)



1.2 V točki $T(4, y_1)$ položimo normalo na krivuljo $y = 2\sqrt{x} - 3$. Napišite enačbo te normale.

(4 točke)

1.3 Naj bo $h(x) = f(x) + a$, pri čemer je $a \in \mathbb{R}^+$. Določite a tako, da bo ploščina lika med grafom funkcije h in osjo x na intervalu $[0, 4]$ enaka $\frac{20}{3}$.

(4 točke)

1.4 Naj bo $u(x) = f(x + b)$, pri čemer je $b \in \mathbb{R}^+$. Določite b tako, da bo ploščina lika med grafom funkcije u , osjo x in osjo y enaka $\frac{54}{3}$.

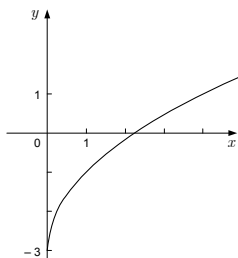
(4 točke)

Rešitve in navodila za ocenjevanje

Skupaj: 16 točk

1.1 4 točke

Narisan graf funkcije g 1 točka



Zapisano definicijsko območje, npr. $D_g = [0, \infty)$ 1 točka

Zapisana zaloga vrednosti, npr. $Z_g = [-3, \infty)$ 1 točka

Izračunana ničla $\frac{9}{4}$ 1 točka

1.2 4 točke

Izračunan odvod, npr. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 1 točka

Izračunana smerna koeficienta: $k_t = \frac{1}{2}$ *1 točka

Zapis ali uporaba formule $k_n = -\frac{1}{k_t}$ 1 točka

Zapisana enačba normale $y = -2x + 9$ 1 točka

1.3 4 točke

$S = \int_0^4 (\sqrt{x} + a) dx = \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + ax \right) \Big|_0^4$ (1+*1) 2 točki

Zapisana enačba, npr. $\frac{2}{3} \cdot 8 + 4a = \frac{20}{3}$ *1 točka

Zapisan rezultat $a = \frac{1}{3}$ 1 točka

1.4 4 točke

$S = \int_{-b}^0 \sqrt{x+b} dx = \frac{2}{3} (x+b)^{\frac{3}{2}} \Big|_{-b}^0$ (1+1) 2 točki

Zapisana enačba, npr. $\frac{2}{3} \cdot b^{\frac{3}{2}} = \frac{54}{3}$ *1 točka

Zapisan rezultat $b = 9$ 1 točka

6 USTNI IZPIT

Kandidat opravlja ustni izpit pred šolsko izpitno komisijo, ki skrbi za pravilno izvedbo tega izpita, oceni kandidatov uspeh v točkah in poskrbi za pravilen izračun točk.

Kandidat odgovarja na vprašanja z izpitnega listka za ustni izpit. Ta listek vsebuje tri vprašanja, ki jih sestavi Državna predmetna komisija za splošno maturo za matematiko. Teoretično vprašanje je praviloma dopolnjeno z nalogo.

Izpraševalec lahko kandidatu postavlja dodatna vprašanja, s katerimi se razčlenjujejo vprašanja z izpitnega listka, pri čemer ne razširja vsebine zapisanega vprašanja oziroma naloge.

Kandidat ima pravico do 15-minutne priprave na ustni izpit in pravico enkrat zamenjati izpitni listek. Ustni izpit traja največ 20 minut.

► Primer izpitnega listka za OR

1. Definirajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik dveh celih števil. Kako ju lahko izračunamo? Kdaj sta si števili tuji?

Izračunajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik števil 630 in 168.

2. Definirajte korensko funkcijo $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$). Narišite grafa za $n = 2$, $n = 3$ in navedite njuni definicijski območji in zalogi vrednosti.

3. Kaj je vsota dogodkov in kaj nasprotni dogodek? Kako izračunamo verjetnost nasprotnega dogodka in verjetnost vsote dogodkov?

Vržemo pošteno igralno kocko. Dogodek A se zgodi, če pade sodo število pik, dogodek B pa, če padeta več kot 2 piki. Izračunajte verjetnosti dogodkov $A \cup B$ in B .

► Primer izpitnega listka za VR

1. ⇨ Definirajte funkcijo $f(x) = \arccos x$. Kaj je njeno definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti? Narišite graf funkcije f .

Izračunajte vrednosti $\arccos \frac{1}{2}$, $\arccos 0$, $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ in $\arccos(-1)$.

2. ⇨ Izrazite koordinate težišča trikotnika ABC (v prostoru) s koordinatami oglišč A , B in C . Formulo izpeljite z vektorji.

3. Kako z določenim integralom izračunamo ploščino lika, omejenega z grafoma dveh funkcij?

Izračunajte ploščino lika, omejenega z grafoma funkcij $f(x) = x + 1$ in $g(x) = x^2 - 2x - 3$.

V nadaljevanju so zapisani primeri ustnih vprašanj. Državna predmetna komisija za splošno maturo za matematiko lahko vprašanja za ustni izpit spreminja, izloča in dopolnjuje.

6.1 Osnove logike

1. Kaj je izjava? Kaj je negacija izjave? Kaj je konjunkcija in kaj disjunkcija izjav? Povejte, kako je s pravilnostjo negacije, konjunkcije in disjunkcije.
2. Kaj je implikacija izjav? Kaj je ekvivalenca izjav? Kako je s pravilnostjo implikacije in ekvivalence?

6.2 Množice

1. Kaj je prazna množica? Kaj je univerzalna množica? Kaj je komplement množice? Kaj je razlika dveh množic?
2. Kdaj sta dve množici enaki? Kaj je podmnožica? Kaj je unija in kaj presek množic?
⇒ Množica A ima n elementov, množica B pa m elementov. Koliko elementov imata lahko $A \cup B$ in $A \cap B$?
3. ⇒ Kaj je kartezični produkt dveh množic? Kako lahko grafično predstavimo kartezični produkt? Množica A ima n elementov, množica B pa m elementov. Koliko elementov ima $A \times B$?
4. ⇒ Kaj je potenčna množica? Koliko podmnožic ima množica z n elementi?

6.3 Številске množice

6.3.1 Naravna števila in cela števila

1. Navedite osnovne računske operacije za računanje v množicah \mathbb{N} in \mathbb{Z} in njihove lastnosti.
2. Definirajte sodo in liha števila. Pokažite:
a) Vsota dveh lihih števil je sodo število.
b) Kvadrat lihega števila je liho število.
3. Definirajte praštevilo in sestavljeno število. Zapišite množico vseh praštevil manjših od 20. Opišite razcep naravnega števila na prafaktorje.
4. ⇒ Razložite načelo popolne indukcije.
5. Definirajte deljivost $(a|b)$ v \mathbb{N} in naštejte njene lastnosti.
6. Definirajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik dveh celih števil. Kako ju lahko izračunamo? Kdaj sta si števili tuji?
7. ⇒ Kaj je Evklidov algoritem in za kaj ga uporabljamo?
8. Povejte osnovni izrek o deljenju. Kaj lahko poveste o številih a in b , če je ostanek pri deljenju števila a s številom b enak 0?
9. Navedite kriterije deljivosti z 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10.
⇒ Izpeljite kriterija deljivosti za deljivost z 2 in 4.

6.3.2 Racionalna števila

10. Kaj je ulomek? Kdaj ulomka predstavljata isto racionalno število? Definirajte računske operacije z ulomki in naštejte njihove lastnosti.
11. ⇒ Kako je urejena množica \mathbb{Q} ? Pokažite, da je med dvema racionalnima številoma vsaj še eno racionalno število.
12. Kako racionalno število zapišemo v decimalni obliki? Kdaj je ta zapis končen?
13. Razložite pojme: razmerje, osnova, delež, relativni delež in odstotek.

6.3.3 Realna števila

14. Katera realna števila so racionalna in katera iracionalna? Kakšen decimalni zapis imajo prva in druga?

15. \Rightarrow Navedite primere iracionalnih števil. Kako jih zapišemo z decimalnimi števili? Dokažite, da $\sqrt{2}$ ni racionalno število.
16. Definirajte številsko premico. Kako ponazorimo racionalna in realna števila na številski premici?
17. Kaj so intervali (definicija in ponazoritev na številski premici, vrste intervalov)?
18. Definirajte absolutno vrednost realnega števila in naštejite njene osnovne lastnosti.
19. \Rightarrow Kaj je absolutna in kaj relativna napaka približka?

6.3.4 Kompleksna števila

20. Povejte razloge za vpeljavo kompleksnih števil in definirajte množico \mathbb{C} .
21. Naštejte računske operacije v \mathbb{C} in razložite njihove lastnosti.
22. Definirajte absolutno vrednost kompleksnega števila in naštejite njene lastnosti.
23. Definirajte konjugirano kompleksno število \bar{z} in naštejite lastnosti konjugiranja.
24. \Rightarrow Pokažite, da je konjugirana vrednost vsote dveh kompleksnih števil enaka vsoti njunih konjugiranih vrednosti.
25. \Rightarrow Pokažite, da je konjugirana vrednost produkta dveh kompleksnih števil enaka produktu njunih konjugiranih vrednosti.
26. Kako upodobimo kompleksna števila v kompleksni ravnini? Ponazorite v kompleksni ravnini osnovne operacije v \mathbb{C} : seštevanje, množenje z (-1) , množenje s pozitivnim realnim številom, konjugiranje.
27. \Rightarrow V kompleksni ravnini določite množico vseh kompleksnih števil z :
 - a) dano absolutno vrednostjo,
 - b) dano realno komponento,
 - c) dano imaginarno komponento,
 - d) realno komponento, enako imaginarni komponenti.

6.4 Algebrski izrazi, enačbe in neenačbe

1. \Rightarrow Razcepite izraz $a^n - b^n$ ($n \in \mathbb{N}$) in se prepričajte o pravilnosti tega razcepa.
2. \Rightarrow Razcepite izraz $a^n + b^n$, n je liho naravno število in se prepričajte o pravilnosti tega razcepa. Zapišite razcep tega izraza za $n = 3$ in $n = 5$.
3. Kaj je rešitev enačbe? Kdaj sta dve enačbi ekvivalentni (enakovredni)? Opišite postopke, ki dano enačbo prevedejo v ekvivalentno enačbo.
4. Kaj je rešitev neenačbe? Opišite postopke za reševanje neenačb.

6.5 Potence in koreni

1. Naštejte in utemeljite pravila za računanje s potencami z naravnimi eksponenti.
2. Definirajte potenco z negativnim celim eksponentom in naštejite pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti.
3. Definirajte n -ti koren. Naštejte pravila za računanje s koreni.
4. Definirajte potenco s pozitivno osnovo in racionalnim eksponentom ter povejte pravila za računanje s takimi potencami.

6.6 Geometrija v ravnini in prostoru

1. Naštejte nekaj osnovnih zakonov, ki povezujejo osnovne geometrijske elemente: točko, premico in ravnino.
2. Kdaj sta premici vzporedni? Katere lastnosti ima vzporednost premic v ravnini? Povejte aksiom o vzporednici.
3. Kakšne so možne medsebojne lege:
 - a) dveh premic v prostoru,
 - b) dveh ravnin v prostoru,
 - c) premice in ravnine v prostoru?
4. Definirajte daljico in dolžino daljice, nosilko daljice in simetralo daljice (v ravnini). Kaj je poltrak, polravnina, polprostor?
5. Definirajte pravokotno projekcijo:
 - a) točke na premico,
 - b) daljice na premico, če daljica in premica ležita v isti ravnini,
 - c) točke na ravnino,
 - d) daljice na ravnino.
6. Kaj je množica vseh točk v ravnini, ki so:
 - a) za a oddaljene od dane točke te ravnine,
 - b) enako oddaljene od dveh točk te ravnine,
 - c) za a oddaljene od dane premice iz te ravnine?
7. \Rightarrow Definirajte toge premike v ravnini. Naštejte toge premike in jih ponazorite s primeri.
8. Kdaj tri točke določajo ravnino? Kako lahko tudi drugače določimo ravnino v prostoru?
9. Definirajte pojem kota in pojasnite izraze: krak, vrh, ničelni, pravi, iztegnjeni in polni kot, ostri in topi kot. Katere enote za merjenje kotov poznate?
10. Definirajte skladnost kotov. Kaj velja za pare kotov z vzporednimi ali pravokotnimi kraki?
11. \Rightarrow Definirajte kot med premicama, kot med premico in ravnino ter kot med ravninama. Kdaj sta dve ravnini pravokotni?
12. \Rightarrow Kdaj je premica pravokotna na ravnino? Kaj lahko poveste o:
 - a) dveh premicah, pravokotnih na isto ravnino,
 - b) dveh ravninah, pravokotnih na isto premico?
13. Kaj je trikotnik? Kdaj so lahko tri števila dolžine stranic trikotnika? Kakšen je odnos med stranicami in njim nasprotnimi koti?
14. Definirajte: notranji in zunanji kot trikotnika. Pokažite, da je vsota notranjih kotov trikotnika 180° . Kolikšna je vsota zunanjih kotov trikotnika?
15. Opredelite pojme v trikotniku: težiščnica, višina, simetrala stranice, simetrala kota, središče včrtanega kroga, središče očrtanega kroga, težišče in višinska točka.
16. Opišite konstrukcijo trikotniku
 - a) očrtanega kroga,
 - b) včrtanega kroga.
17. \Rightarrow V pravokotnem trikotniku narišemo višino na hipotenuzo. Koliko podobnih trikotnikov nastane? Odgovor utemeljite. Izpeljite Evklidov izrek.
18. \Rightarrow V pravokotnem trikotniku narišemo višino na hipotenuzo. Koliko podobnih trikotnikov nastane? Odgovor utemeljite. Izpeljite višinski izrek.
19. Povejte izreke o skladnosti trikotnikov.
20. Kdaj sta dva trikotnika podobna? Naštejte nekaj izrekov o podobnih trikotnikih. Kako je z obsegom in ploščino podobnih trikotnikov?
21. Navedite kosinusni izrek in Pitagorov izrek. Kdaj ju uporabljamo?

22. \Rightarrow Dokažite kosinusni izrek. V kaj preide kosinusni izrek v pravokotnem trikotniku?
23. Povejte sinusni izrek. Kdaj ga uporabljamo?
24. \Rightarrow Dokažite, da v trikotniku ABC velja enakost $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$.
25. Definirajte paralelogram. Naštejte posebne primere.
26. \Rightarrow Dokažite, da se diagonali v paralelogramu razpolavljata.
27. \Rightarrow Dokažite, da sta diagonali v rombu pravokotni.
28. Definirajte trapez in enakokraki trapez ter naštejte njune lastnosti. Kaj je srednjica trapeza? Kako izračunamo ploščino trapeza?
29. Kolikšna je vsota notranjih kotov poljubnega n -kotnika? Koliko diagonal ima konveksni n -kotnik? Definirajte pravilni n -kotnik.
 \Rightarrow Izpeljite obrazec za število diagonal konveksnega n -kotnika.
30. \Rightarrow Definirajte krožnico. Opišite vse mogoče medsebojne lege dveh krožnic v ravnini. Za te lege poiščite zveze med polmeroma in razdaljo med središčema krožnic.
31. V kakšni medsebojni legi sta lahko premica in krožnica, ki ležita v isti ravnini? Kaj je tangenta na krožnico? Kako konstruiramo tangento na krožnico v dani točki krožnice?
32. \Rightarrow Kako konstruiramo tangento na krožnico iz dane točke? Katere primere ločimo? Konstrukcijo utemeljite.
33. Definirajte središčni in obodni kot v krogu. V kakšni zvezi sta, če ležita nad istim lokom? Navedite Talesov izrek o kotu v polkrogu.
 \Rightarrow Dokažite Talesov izrek o kotu v polkrogu.

6.7 Geometrijski liki in telesa

- Navedite formule za ploščine paralelograma, trikotnika, deltoida in trapeza.
- \Rightarrow Izpeljite formuli za ploščino paralelograma in trapeza.
- \Rightarrow Izpeljite formuli za ploščino trikotnika in deltoida.
- Navedite formule za izračun ploščin kvadrata, pravokotnika, romba, enakostraničnega trikotnika in pravokotnega trikotnika.
- Navedite formuli za ploščino in obseg kroga. Kako izračunamo dolžino krožnega loka in ploščino krožnega izseka?
- \Rightarrow Pravilni n -kotnik je včrtan krogu s polmerom R . Izrazite njegovo stranico in ploščino z danim polmerom.
- Opišite prizmo. Kdaj je prizma:
 - pokončna,
 - enakoroba,
 - n -strana,
 - pravilna?
 Navedite formuli za prostornino prizme in površino pokončne prizme.
- Opišite pokončni krožni valj. Kaj je presek takega valja z ravnino, ki vsebuje os valja? Kaj je presek valja z ravnino, ki je pravokotna na os? Navedite formuli za površino in prostornino pokončnega krožnega valja.
- Opišite piramido. Opišite piramido, ki je:
 - pokončna,
 - enakoroba,
 - n -strana,
 - pravilna.
 Navedite formuli za površino in prostornino pravilne piramide.

10. Opišite pokončni krožni stožec. Navedite formuli za površino in prostornino.
 \Rightarrow Kaj veste o presekih stožca z ravnino, vzporedno osnovni ploskvi? Kaj je presek takega stožca z ravnino, ki vsebuje os stožca?
11. \Rightarrow Katero geometrijsko telo dobimo, če za 360° zavrtimo:
 - a) pravokotnik okoli ene od stranic,
 - b) pravokotni trikotnik okoli ene od katet,
 - c) polkrog okoli premera?
12. Kaj je krogla? Navedite formuli za površino in prostornino.

6.8 Vektorji v ravnini in prostoru

1. Kdaj sta dva vektorja enaka? Kaj je ničelni vektor in kaj nasprotni vektor? Kako (grafično) seštevamo in kako odštevamo vektorje?
2. Definirajte množenje vektorja s številom (skalarjem) in naštejite lastnosti te operacije. Kdaj sta vektorja kolinearna? Kaj je enotski vektor?
3. Definirajte linearno kombinacijo vektorjev. Kaj je baza ravnine (prostora)? Na koliko načinov lahko izrazimo vektor kot linearno kombinacijo danih baznih vektorjev v ravnini (v prostoru)? Kaj je ortonormirana baza?
4. \Rightarrow Definirajte linearno kombinacijo vektorjev. Kdaj so vektorji v ravnini (v prostoru) linearno neodvisni? Kaj je baza ravnine (prostora)? Na koliko načinov lahko izrazimo vektor kot linearno kombinacijo danih baznih vektorjev v ravnini (v prostoru)?
5. Opišite pravokotni koordinatni sistem v prostoru. Kaj je krajevni vektor točke A ? Zapišite krajevni vektor točke A v ortonormirani bazi. Kakšna je zveza s koordinatami točke A ?
6. \Rightarrow Izrazite koordinate razpolovišča daljice AB (v prostoru) s koordinatami krajišč A in B . Formulo izpeljite z vektorji.
7. \Rightarrow Izrazite koordinate težišča trikotnika ABC (v prostoru) s koordinatami oglišč A , B in C . Formulo izpeljite z vektorji.
8. Definirajte skalarni produkt in naštejete njegove lastnosti. Navedite kriterij za ugotavljanje pravokotnosti dveh vektorjev.
9. Kako izračunamo skalarni produkt vektorjev, izraženih z ortonormirano bazo? Kako izračunamo dolžino vektorja in kot med vektorjema v tem primeru?

6.9 Pravokotni koordinatni sistem v ravnini

1. Opišite pravokotni koordinatni sistem v ravnini in izpeljite formulo za računanje razdalje med dvema točkama.
2. Kaj je množica vseh točk $T(x, y)$ v ravnini, ki ustrezajo posameznim pogojem:
 - a) $y = 0$,
 - b) $x > 0$,
 - c) $x \leq 0$ in $y \geq 0$,
 - d) $x = -2$,
 - e) $2 \leq y \leq 4$,
 - f) $x^2 + y^2 \leq 4$?

6.10 Funkcije

1. Opredelite pojem funkcije (preslikave, transformacije) $f : A \rightarrow B$ ter njenega definicijskega območja in zaloge vrednosti. Kaj je graf funkcije?
2. \Rightarrow Kdaj je funkcija $f : A \rightarrow B$ injektivna, surjektivna, bijektivna?
3. Kdaj je realna funkcija realne spremenljivke naraščajoča, padajoča, omejena, neomejena? (Pojme lahko razložite na primerih.)
4. Kdaj je funkcija soda in kdaj liha? Kakšni so grafi teh funkcij?
5. \Rightarrow Opredelite pojem inverzne funkcije. Kdaj inverzna funkcija obstaja? Navedite vsaj dva para inverznih funkcij.
6. \Rightarrow Opišite, kako iz grafa $y = f(x)$ dobimo grafe:
 - a) $y = -f(x)$,
 - b) $y = f(-x)$,
 - c) $y = f(x) + c$,
 - d) $y = f(x - c)$,
 - e) $y = k \cdot f(x)$, $c, k \in \mathbb{R}^+$.
7. \Rightarrow Opišite sestavljeno funkcijo $g \circ f$, če je $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$.
8. \Rightarrow Opredelite pojem limita funkcije in navedite pravila za računanje limite vsote, razlike, produkta in kvocienta funkcij.
9. \Rightarrow Razložite pojem zveznost funkcije. Navedite primer funkcije, ki je nezvezna samo v eni točki.
10. \Rightarrow Kaj lahko sklepate o grafu funkcije f , če je:
 - a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ ali $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$,
 - b) $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = \infty$ ali $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$,
 - c) $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$?

6.10.1 Linearna funkcija

11. Definirajte linearno funkcijo. Kaj je njen graf? Kako je graf odvisen od smernega koeficienta? Kakšna sta grafa dveh linearnih funkcij z enakima smernima koeficientoma?
12. Napišite implicitno, eksplicitno in odsekovno enačbo premice. Enačbe katerih premic lahko zapišemo v teh oblikah?
13. Kako računamo kot med premicama v danem koordinatnem sistemu v ravnini? Kdaj sta premici vzporedni in kdaj pravokotni?
14. Zapišite družino vseh tistih premic v ravnini, ki:
 - a) potekajo skozi točko $T_0(x_0, y_0)$,
 - b) so vzporedne dani premici.
15. \Rightarrow Koliko rešitev ima enačba $ax + b = 0$ glede na različne vrednosti a in b ?
16. Kako rešujemo linearne neenačbe z eno neznanko? Kaj so množice rešitev?
17. \Rightarrow Obravnavajte linearno neenačbo $ax + b \geq 0$ ($ax + b \leq 0$).
18. Zapišite sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama. Kako rešujemo take sisteme? Koliko rešitev ima sistem? Razložite njegov geometrijski pomen.

6.10.2 Potenčna in korenska funkcija

19. Definirajte potenčno funkcijo z naravnim (sodim, lihim) eksponentom. Narišite grafa za eksponenta $n = 2, 3$ in navedite njune osnovne lastnosti.
20. \Rightarrow Definirajte potenčno funkcijo z naravnim eksponentom. Pokažite, katere potenčne funkcije so lihe oziroma sode, ter z odvodom poiščite intervale naraščanja in padanja za te funkcije.
21. V istem koordinatnem sistemu narišite grafe potenčnih funkcij za eksponente $n = -1, -2, -3$ in navedite njihove osnovne lastnosti. Kaj imajo skupnega vse potenčne funkcije z negativnim eksponentom?
22. Definirajte korensko funkcijo $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbf{N}$). Narišite grafa za $n = 2, n = 3$ in navedite njuni definicijski območji in zalogi vrednosti.

6.10.3 Kvadratna funkcija

23. Kaj je kvadratna funkcija? Kaj je njeno definicijsko območje? Naštejte tri najpogostejše oblike zapisa kvadratne funkcije in opišite pomen posameznih parametrov (konstant).
24. Zapišite splošno kvadratno funkcijo. Opišite pomen vodilnega koeficienta, prostega člana in diskriminante kvadratne funkcije. Narišite graf funkcije $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$.
25. Kako izračunamo teme kvadratne funkcije? Zapišite temensko obliko kvadratne funkcije.
 \Rightarrow Izpeljite temensko obliko kvadratne funkcije.
26. Zapišite kvadratno enačbo. Kako jo rešimo? Kako je z rešljivostjo v \mathbb{R} in kako v \mathbb{C} ?
27. \Rightarrow Povejte Viètovi formuli za kvadratno enačbo $ax^2 + bx + c = 0$ in ju dokažite.
28. Kako rešujemo kvadratne neenačbe? Kaj je množica rešitev? Pomagajte si s sliko.
29. \Rightarrow Za katere x doseže kvadratna funkcija ekstremno vrednost? Koliko je ta ekstremna vrednost in kdaj je to minimum in kdaj maksimum?

6.10.4 Eksponentna in logaritemska funkcija

30. Definirajte eksponentno funkcijo, povejte njeno definicijsko območje in zalogo vrednosti. Narišite njen graf in opišite njene osnovne lastnosti.
31. Definirajte logaritemsko funkcijo z osnovo a ($a > 0$, $a \neq 1$), povejte njeno definicijsko območje in zalogo vrednosti. Narišite njen graf in opišite njene osnovne lastnosti.
32. Navedite pravila za računanje z logaritmi.
33. \Rightarrow Dokažite ($a > 0$, $a \neq 1$):
 - a) $\log_a x^m = m \log_a x$,
 - b) $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$.
34. \Rightarrow Navedite formulo za prehod k novi osnovi pri logaritmih in jo dokažite.
35. \Rightarrow Razložite uporabo eksponentne funkcije za opis naravne rasti.

6.10.5 Polinomske in racionalne funkcije

36. Definirajte polinom in opišite osnovne računske operacije s polinomi (seštevanje in množenje). Kdaj sta dva polinoma enaka?
37. Povejte osnovni izrek o deljenju polinomov. Opišite deljenje z linearnim polinomom.

38. Opišite (brez utemeljitve oziroma dokazovanja) Hornerjev algoritem in pojasnite njegovo uporabnost.
39. Kaj je ničla polinoma? Koliko ničel ima polinom n -te stopnje? Kako zapišemo polinom, če poznamo vse njegove ničle?
40. \Rightarrow Kaj je ničla polinoma (enostavna, večkratna)? Povejte osnovni izrek algebre. Koliko ničel ima polinom n -te stopnje? Kako zapišemo polinom, če poznamo vse njegove ničle?
41. Koliko realnih (kompleksnih) ničel ima polinom 3. stopnje in koliko ničel ima polinom 4. stopnje z realnimi koeficienti? Navedite vse možnosti. Odgovor utemeljite.
42. \Rightarrow Pokažite, da je mogoč razcep polinoma stopnje $n \geq 3$ z realnimi koeficienti na dva faktorja z realnimi koeficienti, kakor hitro poznamo eno njegovo kompleksno ničlo $a + bi$, $b \neq 0$.
43. Kako poiščemo cele in racionalne ničle polinoma s celimi koeficienti?
 \Rightarrow Odgovor utemeljite.
44. \Rightarrow Razložite metodo bisekcije pri iskanju realnih ničel polinoma oziroma pri reševanju enačb. Ali lahko z bisekcijo najdemo ničlo sode stopnje?
45. Razložite postopek risanja grafa polinoma. Kako vodilni koeficient in prosti člen vplivata na potek grafa polinoma? Kako se graf polinoma obnaša v okolici ničel?
46. Kje polinomska funkcija spremeni predznak? Kako rešujemo polinomske neenačbe?
47. Definirajte racionalno funkcijo. Kaj je ničla in kaj pol racionalne funkcije? Opišite vedenje grafa racionalne funkcije daleč od izhodišča. V katerih primerih ima racionalna funkcija vodoravno asimptoto in kako jo določimo?
 \Rightarrow V katerih primerih ima racionalna funkcija poševno asimptoto in kako jo izračunamo?
48. \Rightarrow Kje racionalna funkcija spremeni predznak? Kako rešujemo racionalne neenačbe?

6.10.6 Kotne funkcije

49. Definirajte funkcijo $f(x) = \sin x$ za poljuben kot x . Opišite lastnosti funkcije.
50. Definirajte funkcijo $f(x) = \cos x$ za poljuben kot x . Opišite lastnosti funkcije.
51. Narišite graf funkcije $f(x) = \sin x$. Zapišite ničle in ekstreme funkcije.
52. \Rightarrow Narišite graf funkcije $f(x) = \sin x$. Za katere $a \in \mathbb{R}$ premica $y = a$ seka graf funkcije $f(x) = \sin x$? Zapišite presečišča.
53. Narišite graf funkcije $f(x) = \cos x$. Zapišite ničle in ekstreme funkcije.
54. \Rightarrow Narišite graf funkcije $f(x) = \cos x$. Za katere $a \in \mathbb{R}$ premica $y = a$ seka graf funkcije $f(x) = \cos x$? Zapišite presečišča.
55. Definirajte funkcijo $f(x) = \tan x$ za poljuben kot x . Opišite lastnosti funkcije.
56. Narišite graf funkcije $f(x) = \tan x$. Zapišite definicijsko območje in ničle funkcije.
57. \Rightarrow Narišite graf funkcije $f(x) = \tan x$. Za katere $a \in \mathbb{R}$ premica $y = a$ seka graf funkcije $f(x) = \tan x$? Zapišite presečišča.
58. Povejte in utemeljite zveze med kotnimi funkcijami komplementarnih, suplementarnih in nasprotnih kotov.
59. Definirajte kotne funkcije ostrega kota v pravokotnem trikotniku in izpeljite osnovne zveze med njimi.

60. S kotno funkcijo sinus izrazite druge tri kotne funkcije za kote α :
- $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$,
 - $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
61. Povejte adicijska izreka za sinus in kosinus. Izpeljite formuli za sinus in kosinus dvojnega kota.
62. V istem koordinatnem sistemu narišite grafa funkcij sinus in kosinus ter izračunajte koordinate njunih presečišč.
63. \Rightarrow Opišite, kako narišemo grafe naslednjih funkcij:
- $f(x) = a \sin x$, $a \in \mathbb{R}$,
 - $f(x) = \sin kx$, $k \in \mathbb{N}$,
 - $f(x) = \sin(x - b)$, $b \in \mathbb{R}$,
 - $f(x) = \sin x + c$, $c \in \mathbb{R}$.
64. Kotne funkcije so periodične funkcije. Razložite in utemeljite to lastnost.
65. \Rightarrow Definirajte funkcijo $f(x) = \arcsin x$. Kaj je njeno definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti? Narišite graf funkcije f .
66. \Rightarrow Definirajte funkcijo $f(x) = \arccos x$. Kaj je njeno definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti? Narišite graf funkcije f .
67. \Rightarrow Definirajte funkcijo $f(x) = \arctan x$. Kaj je njeno definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti? Narišite graf funkcije f .

6.11 Stožnice

- Naštejte in skicirajte stožnice. Razložite ime stožnica.
- Povejte geometrijsko definicijo krožnice. Zapišite enačbo krožnice, ki ima središče v točki $S(p, q)$ in polmer r .
- \Rightarrow Povejte geometrijsko definicijo krožnice. Izpeljite enačbo krožnice, ki ima središče v izhodišču koordinatnega sistema in polmer r . Zapišite enačbo krožnice, ki ima središče v točki $S(p, q)$ in polmer r . Kdaj enačba $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ predstavlja krožnico?
- Povejte geometrijsko definicijo elipse in zapišite enačbo elipse, katere osi ležita na koordinatnih oseh. Skicirajte to elipso. Zapišite enačbo elipse, ki ima središče v točki $S(p, q)$ in osi vzporedni s koordinatnima osema.
- Povejte geometrijsko definicijo hiperbole in zapišite enačbo hiperbole, katere osi ležita na koordinatnih oseh. Skicirajte to hiperbolo.
 \Rightarrow Zapišite enačbo hiperbole, ki ima središče v točki $S(p, q)$.
- Povejte geometrijsko definicijo parabole in napišite njeno temensko enačbo. Zapišite koordinati gorišča in premice vodnice za primer $y^2 = 2px$.
 \Rightarrow Zapišite enačbo parabole, ki ima teme v točki $T(r, d)$.
- \Rightarrow Katere množice točk v ravnini lahko predstavlja enačba $Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$, če je vsaj eden od parametrov A ali C različen od 0?

6.12 Zaporedja in vrste

- ⇒ Kaj je ε -okolica točke na številski premici? Napišite pogoj, da število x leži v ε -okolici števila a .
- Kaj je zaporedje? Kdaj narašča (pada), kdaj je omejeno?
- ⇒ Kaj je limita zaporedja? Navedite pravila za računanje z limitami konvergentnih zaporedij.
- Kdaj je zaporedje aritmetično? Zapišite splošni člen in obrazec za vsoto prvih n členov. Kaj je aritmetična sredina dveh števil?
- Kdaj je zaporedje geometrijsko? Zapišite splošni člen in vsoto prvih n členov. Kaj je geometrijska sredina dveh pozitivnih števil?
- ⇒ Dokažite, da je geometrijska sredina dveh pozitivnih števil manjša ali enaka aritmetični sredini istih dveh števil. Pri katerih pogojih sta obe sredini enaki?
- ⇒ Kaj je vrsta in kdaj je konvergentna?
- Kdaj obstaja vsota neskončnega geometrijskega zaporedja in kolikšna je?
- Zapišite in razložite osnovne pojme in obrazce za navadno in obrestno obrestovanje.

6.13 Diferencialni račun

- Kaj je odvod funkcije f v dani točki in kakšen geometrijski pomen ima?
- Navedite pravila za računanje odvoda vsote, produkta in kvocienta funkcij ter odvod produkta funkcije s številom.
⇒ Izpeljite formulo za odvod produkta funkcije s številom.
- Opreделите pojem lokalnega ekstrema funkcije in ekstrema funkcije na danem območju. Kako določimo globalne ekstreme odvedljive funkcije na danem zaprtem intervalu?
- Kaj je stacionarna točka? Kako z odvodom ugotovimo, ali funkcija na danem intervalu narašča ali pada? Kako z odvodom ugotovimo, ali je v stacionarni točki ekstrem?
- Izračunajte odvode funkcij:
 $f(x) = ax^n + b$, $g(x) = c\sqrt[n]{x^m}$, $h(x) = \cos ax$; $u(x) = e^x \ln x$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $n, m \in \mathbb{N}$
- Kako izračunamo kot med grafom funkcije f in abscisno osjo? Kako izračunamo kot med grafoma funkcij f in g ?
- ⇒ Kaj je stacionarna točka? Kako z drugim odvodom ugotovimo, ali je v stacionarni točki ekstrem? Opišite konveksne in konkavne funkcije.

6.14 Integralni račun

- Kaj je nedoločeni integral funkcije f ? Kako izračunamo nedoločeni integral vsote oziroma razlike dveh funkcij in nedoločeni integral produkta funkcije s številom?
- Pojasnite geometrijski pomen določenega integrala zvezne funkcije na danem intervalu in osnovno formulo integralskega računa (Newton-Leibnizova formula).
- Navedite nedoločene integrale funkcij:
 $f(x) = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $g(x) = mx^n$ ($m, n \in \mathbb{R}$), $h(x) = \sin x$, $u(x) = e^{kx}$ ($k \in \mathbb{R}$).
- ⇒ Navedite in pojasnite formulo za prostornino rotacijskega telesa.
- Kako z določenim integralom izračunamo ploščino lika, omejenega z grafoma dveh funkcij?
- ⇒ Na primeru razložite uvedbo nove spremenljivke pri računanju nedoločenega in določenega integrala.
- ⇒ Zapišite formulo za integracijo »per partes«.

6.15 Kombinatorika

1. Povejte osnovni izrek kombinatorike in pravilo vsote. Kaj je kombinatorično drevo?
2. Kaj so permutacije brez ponavljanja in koliko jih je? Kaj so permutacije s ponavljanjem? Koliko jih je?
3. Kaj so variacije brez ponavljanja in kaj variacije s ponavljanjem ter koliko je prvih in koliko drugih?
4. Kaj so kombinacije in koliko jih je? Kaj je binomski simbol in kako ga izračunamo? Navedite lastnosti binomskih simbolov.
5. Povejte binomski izrek. Koliko podmnožic ima množica z n elementi?
⇒ Utemeljite odgovor na zadnje vprašanje.
6. Opišite Pascalov trikotnik in pojasnite zvezo z binomskimi simboli.
7. ⇒ Primerjajte variacije brez ponavljanja s kombinacijami. Kakšna je povezava med številoma V_n^r in C_n^r ?

6.16 Verjetnostni račun

1. Opišite osnovne pojme verjetnostnega računa: poskus, dogodek (nemogoč, gotov, slučajni, elementarni, sestavljeni) in definirajte verjetnost dogodka.
2. Kaj je vsota dogodkov in kaj je nasprotni dogodek? Kako izračunamo verjetnost nasprotnega dogodka in verjetnost vsote dogodkov?
3. ⇒ Kaj je produkt dogodkov? Kako izračunamo verjetnost produkta? Kdaj sta dogodka neodvisna? Kako izračunamo verjetnost produkta neodvisnih dogodkov?
4. ⇒ Definirajte pogojno verjetnost. Kdaj sta dogodka neodvisna? Kako izračunamo verjetnost produkta neodvisnih dogodkov?
5. ⇒ Opišite Bernoullijevo zaporedje. Kako izračunamo verjetnost dogodka v Bernoullijevem zaporedju?

6.17 Statistika

1. Na primeru opišite osnovne statistične pojme: populacija, vzorec, statistična enota, statistični znak, statistični parameter.
2. Kaj pomenijo aritmetična sredina, mediana in modus in kako jih izračunamo?
3. Opišite prikaz statističnih podatkov na tri različne načine.
4. Razložite pojme: variacijski razmik, standardni odklon in medčetrtnski razmik?

7 KANDIDATI S POSEBNIMI POTREBAMI

Z Zakonom o maturi in na njegovi podlagi sprejetimi podzakonskimi akti je določeno, da kandidati opravljajo maturo pod enakimi pogoji. Kandidatom s posebnimi potrebami, ki so bili usmerjeni v izobraževalne programe z odločbo o usmeritvi, v utemeljenih primerih pa tudi drugim kandidatom (poškodba, bolezen), se lahko glede na vrsto in stopnjo primanjkljaja, ovire oziroma motnje prilagodi način opravljanja mature in način ocenjevanja znanja.³

Možne so te prilagoditve:

1. opravljanje mature v dveh delih, v dveh zaporednih izpitnih rokih;
2. podaljšanje časa opravljanja (tudi odmorov; mogočih je več krajših odmorov) in prekinitev izpita splošne mature po potrebi;
3. prilagojena oblika izpitnega gradiva (npr. Braillova pisava, povečava, zapis besedila na zgoščenci, zvočni zapis besedila na zgoščenci ...);
4. poseben prostor;
5. prilagojena delovna površina (dodatna osvetlitev, možnost dviga mize ...);
6. uporaba posebnih pripomočkov (računalnik, Braillov pisalni stroj, ustrezna pisala, folije za pozitivno risanje ...);
7. izpit s pomočnikom (npr. pomočnik bralec, pisar, tolmač v slovenski znakovni jezik, pomočnik za slepe in slabovidne);
8. uporaba računalnika za branje in/ali pisanje;
9. prirejen ustni izpit in izpit slušnega razumevanja (oprostitev, branje z ustnic, prevajanje v slovenski znakovni jezik);
10. prilagojeno ocenjevanje (npr. napake, ki so posledica kandidatove motnje, se ne upoštevajo; pri ocenjevanju zunanji ocenjevalci sodelujejo s strokovnjaki za komunikacijo s kandidati s posebnimi potrebami).

³ Besedilo velja za vse predmete splošne mature in se smiselno uporablja pri posameznem izpitu splošne mature.

8 LITERATURA

Učbeniki in učna sredstva, ki jih je potrdil Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje, so zbrani v Katalogu učbenikov za srednjo šolo in objavljeni na spletni strani Zavoda Republike Slovenije za šolstvo www.zrss.si.

9 DODATEK

9.1 Matematične oznake

► Logika

\neg	negacija
$\wedge, \&$	konjunkcija
\vee	disjunkcija
\Rightarrow	implikacija
\Leftrightarrow	ekvivalenca
\forall	za vsak
\exists	obstaja

► Množice

\in	je element
\notin	ni element
$\{x_1, x_2, \dots\}$	množica z elementi $x_1, x_2 \dots$
$\{x; \dots\}, \{x \mid \dots\}$	množica vseh x , takih, da ...
$m(A), A $	število elementov (moč) množice A
$\mathcal{P}A$	potenčna množica množice A
\emptyset	prazna množica
\mathcal{U}	univerzalna množica (univerzum)
A^c, A'	komplementarna množica množice A
\mathbb{N}	množica naravnih števil
\mathbb{N}_0	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
\mathbb{Z}	množica celih števil
\mathbb{Z}^+	množica pozitivnih celih števil
\mathbb{Z}^-	množica negativnih celih števil
\mathbb{Q}	množica racionalnih števil
\mathbb{Q}^+	množica pozitivnih racionalnih števil
\mathbb{Q}^-	množica negativnih racionalnih števil
$\mathbb{R}, (-\infty, \infty)$	množica realnih števil
$\mathbb{R}^+, (0, \infty)$	množica pozitivnih realnih števil
$\mathbb{R}_0^+, [0, \infty)$	množica nenegativnih realnih števil
$\mathbb{R}^-, (-\infty, 0)$	množica negativnih realnih števil

\mathbb{C}	množica kompleksnih števil
\subset, \subseteq	je podmnožica
$\not\subset$	ni podmnožica
\cup	unija
\cap	preseka
$\setminus, -$	razlika množic
$[a, b]$	zaprti interval $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$
$[a, b), [a, b[$	interval $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$
$(a, b],]a, b]$	interval $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$
$(a, b),]a, b[$	odprti interval $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

► Relacije in operacije

(a, b)	urejeni par
$A \times B$	kartezični produkt
$=$	je enako
\neq	ni enako
\doteq, \approx	je približno enako
$<$	je manjše
\leq	je manjše ali enako
$>$	je večje
\geq	je večje ali enako
$+$	plus
$-$	minus
$;$	krat
$:$	deljeno
$a b$	a deli b
$D(a, b)$	največji skupni delitelj števil a in b
$v(a, b)$	najmanjši skupni večkratnik števil a in b
\sum	znak za vsoto
$ a $	absolutna vrednost števila a

► Kompleksna števila

i	imaginarna enota
$\operatorname{Re} z$	realni del kompleksnega števila z
$\operatorname{Im} z$	imaginarni del kompleksnega števila z
$ z $	absolutna vrednost kompleksnega števila z
\bar{z}, z^*	konjugirano kompleksno število k z

► Geometrija. Vektorji

$d(A, B)$	razdalja med točkama A in B
$ AB $	dolžina daljice AB
\sphericalangle	kot
\triangle	trikotnik
\parallel	je vzporeden
\perp	je pravokoten
\cong	je skladen
\sim	je podoben
$\overrightarrow{AB}, \vec{a}$	vektor \overrightarrow{AB} , vektor \vec{a}
$s\vec{a}$	produkt vektorja \vec{a} s številom (skalarjem) s
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	skalarni produkt vektorjev \vec{a} in \vec{b}
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	vektorji ortonormirane baze
$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$	vektor s komponentami (koordinatami) a_1, a_2, a_3
$ \vec{a} $	dolžina vektorja \vec{a}
\vec{r}_A	krajevni vektor točke A
$A(x, y)$	točka A v ravnini s koordinatama x in y
$A(x, y, z)$	točka A v prostoru s koordinatami x, y in z
S, p	ploščina
V	prostornina
P	površina
R	polmer trikotniku očrtanega kroga
r	polmer trikotniku včrtanega kroga

► Funkcije

f	funkcija f
$f : A \rightarrow B$	f je preslikava (funkcija) iz A v B
$x \mapsto f(x)$	x se preslika v $f(x)$
D_f	definijsko območje funkcije f
Z_f	zaloga vrednosti funkcije f
f^{-1}	inverzna funkcija funkcije f
$f \circ g$	kompozitum (sestava) funkcij f in g
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	limita funkcije f , ko gre x proti a

$\lim_{n \rightarrow a} a_n$	limita zaporedja s splošnim členom a_n
$f'(x), \frac{df}{dx}$	(prvi) odvod funkcije f
$\int f(x) dx$	nedoločeni integral funkcije f
$\int_a^b f(x) dx$	določeni integral funkcije f v mejah od a do b

► **Kombinatorika. Verjetnostni račun. Statistika**

P_n	število permutacij n elementov brez ponavljanja
$P_n^{m_1, m_2, \dots, m_k}$	število permutacij n elementov s ponavljanjem
$n!$	n fakulteta, n faktorialno
V_n^r	število variacij med n elementi brez ponavljanja reda r
${}^{(p)}V_n^r$	število variacij med n elementi s ponavljanjem reda r
$\binom{n}{k}$	binomski simbol (n nad k)
C_n^r	število kombinacij med n elementi brez ponavljanja reda r
G	gotovi dogodek
N	nemogoči dogodek
E_1, E_2, E_3, \dots	elementarni dogodki
A'	dogodku A nasprotni dogodek
$A \cup B, A + B$	vsota dogodkov A in B
$A \cap B, A \cdot B$	produkt dogodkov A in B
$A \setminus B$	razlika dogodkov A in B
$A \subset B$	A je način dogodka B
$P(A)$	verjetnost dogodka A
$P(A/B)$	verjetnost dogodka A pri pogoju B (pogojna verjetnost)
\bar{x}, μ	povprečna vrednost
σ^2	disperzija
σ	standardna deviacija

9.2 Formule, priložene izpitni poli

$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

$$\text{Razdalja točke } T_0(x_0, y_0) \text{ od premice } ax + by - c = 0: d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

$$\text{Elipsa: } e^2 = a^2 - b^2, \quad \varepsilon = \frac{e}{a}, \quad a > b$$

$$\text{Hiperbola: } e^2 = a^2 + b^2, \quad \varepsilon = \frac{e}{a}, \quad a \text{ je realna polos}$$

$$\text{Parabola: } y^2 = 2px, \quad \text{gorišče } G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$$

$$\text{Kompozitum funkcij: } (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$\text{Bernoullijeva formula: } P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\text{Integral: } \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$