Ljubljana 2019

MATEMATIKA

Predmetni izpitni katalog za splošno maturo

Predmetni izpitni katalog se uporablja od spomladanskega izpitnega roka 2021, dokler ni določen novi. Veljavnost kataloga za leto, v katerem bo kandidat opravljal maturo, je navedena v Maturitetnem izpitnem katalogu za splošno maturo za tisto leto.

ric
Državni izpitni center

PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA SPLOŠNO MATURO – MATEMATIKA
Državna predmetna komisija za matematiko za splošno maturo

Katalog so pripravili:
dr. Iztok Banič
mag. Jaka Erker
Mateja Fošnarič
mag. Alojz Grahor
Tatjana Levstek
mag. Mateja Škrlec
ddr. Janez Žerovnik

Recenzenta:
dr. Damjan Kobal
Mirko Škof

Jezikovni pregled:
mag. Bernarda Krafogel

Katalog je določil Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje na svoji 200. seji 20. 6. 2019 in se uporablja od spomladanskega izpitnega roka 2021, dokler ni določen novi katalog. Veljavnost kataloga za leto, v katerem bo kandidat opravljal maturo, je navedena v Maturitetnem izpitnem katalogu za splošno maturo za tisto leto.

© Državni izpitni center, 2019
Vse pravice pridržane.

Izdal in založil:
Državni izpitni center

Predstavnik:
dr. Darko Zupanc

Uredili:
mag. Aleš Drolc
dr. Andrejka Slavec Gornik
Jožі Trkov

Oblikovanje in prelom:
Nina Matijaš Česen

Ljubljana 2019

ISSN 2232-4488

KAZALO

1 UVOD

Predmetni izpitni katalog za splošno maturo – matematika (v nadaljnjem besedilu katalog) opredeljuje izpit splošne mature iz predmeta, kot to zahtevajo *Zakon o maturi* in ustrezni podzakonski predpisi ter sklepi Državne komisije za splošno maturo o strukturi izpitov in predmetnih izpitnih katalogih, opredeljenih v veljavnem *Maturitetnem izpitnem katalogu za splošno maturo*. Matematika je obvezni predmet splošne mature. Izpitne vsebine in cilji sledijo vsebinam in ciljem iz učnega načrta za matematiko za gimnazijo,[1] ki opredeljuje splošno znanje, posebno znanje in izbirne vsebine. Splošna matura iz matematike se lahko opravlja na osnovni (OR) ali na višji ravni zahtevnosti (VR). Na osnovni ravni se preverjajo splošno znanje, na višji ravni zahtevnosti pa splošno in tudi posebno znanje. Znak ⇨ zaznamuje vsebine in cilje, ki se preverjajo le na VR.

[1] *Učni načrt. Matematika* [Elektronski vir]: gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija: obvezni predmet in matura (560 ur)/predmetna komisija Amalija Žakelj ... [et al.]. - Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod RS za šolstvo, 2008. http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2012/programi/gimnazija/ucni_nacrti.htm.

2 IZPITNI CILJI

Izpit splošne mature preverja, ali kandidat[2] zna:

- brati matematična besedila in jih korektno interpretirati;
- natančno predstaviti matematične vsebine v pisni obliki, v tabelah, grafih ali diagramih;
- računati s števili, oceniti in zapisati rezultat z določeno natančnostjo ter presoditi njegovo veljavnost;
- pri računanju uporabiti primerno metodo;
- uporabljati ustrezno tehnologijo pri reševanju matematičnih problemov;
- uporabljati geometrijsko orodje za načrtovanje;
- interpretirati, preoblikovati in pravilno uporabljati matematične trditve, izražene z besedami ali s simboli;
- prepoznati in uporabljati odnose med geometrijskimi objekti v ravnini in prostoru;
- logično sklepati iz danih matematičnih podatkov;
- prepoznati vzorce in strukture v različnih situacijah;
- analizirati probleme in izbrati ustrezne načine reševanja;
- videti in izkoristiti soodvisnost različnih vej (področij) matematike;
- uporabiti kombinacijo več matematičnih veščin in tehnik pri reševanju problemov;
- predstaviti matematični izdelek logično in jasno, z uporabo ustrezne simbolike in terminologije;
- uporabiti matematično znanje v vsakdanjih življenjskih situacijah;
- uporabiti matematiko kot sredstvo komunikacije s poudarkom na natančnem izražanju.

[2] V predmetnem izpitnem katalogu uporabljeni samostalniki moškega spola, ki se pomensko in smiselno vežejo na splošna, skupna poimenovanja (npr. kandidat, ocenjevalec), veljajo tako za osebe ženskega kot moškega spola.

3 ZGRADBA IN OCENJEVANJE IZPITA

3.1 Shema izpita

Shema izpita na osnovni in na višji ravni je enaka.

► Pisni izpit – zunanji del izpita

Izpitna pola	Trajanje	Delež pri oceni	Ocenjevanje	Pripomočki	Priloga
1	90 minut	40 %	zunanje	nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka in geometrijsko orodje[3]	Priloga s formulami je del izpitne pole.
2	90 minut	40 %	zunanje	nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka, geometrijsko orodje[3] in računalo[4]	Priloga s formulami je del izpitne pole.
Skupaj	**180 minut**	**80 %**			

Po zaključku pisanja Izpitne pole 1, tj. pred začetkom pisanja Izpitne pole 2, je 30-minutni odmor.

► Ustni izpit – notranji del izpita

	Trajanje	Delež pri oceni	Ocenjevanje	Pripomočki
3 vprašanja	do 20 minut	20 %	notranje	nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka, geometrijsko orodje[3]
Skupaj	**do 20 minut**	**20 %**		

[3] Šestilo in ravnilo (lahko tudi trikotnik).

[4] Računalo je elektronsko računalo, ki omogoča delo z osnovnimi računskimi operacijami in ne podpira:
- možnosti komunikacije z okolico – »zunanjim svetom«,
- shranjevanja podatkov iz okolice oziroma zunanjega sveta,
- shranjevanja predhodno naloženih podatkov,
- simbolnega računanja,
- programiranja novih funkcij,
- risanja grafov funkcij.

3.2 Tipi nalog in ocenjevanje

PISNI IZPIT

Pisna izpita na osnovni in na višji ravni se razlikujeta po vsebini, tipih in zahtevnosti nalog ter deležih taksonomskih stopenj.

► Osnovna raven

Izpitna pola	Tip naloge	Število nalog	Ocenjevanje
1	A kratke naloge	8	vsaka naloga do 3 točke skupaj 20 točk
	B krajše strukturirane naloge	6	vsaka naloga 5 do 8 točk skupaj 40 točk
			Skupaj 60 točk
2	A kratke naloge	8	vsaka naloga do 3 točke skupaj 20 točk
	B krajše strukturirane naloge	6	vsaka naloga 5 do 8 točk skupaj 40 točk
			Skupaj 60 točk
Skupaj			**120 točk**

► Višja raven

Izpitna pola	Tip naloge	Število nalog	Ocenjevanje
1	B krajše strukturirane naloge	6	vsaka naloga 5 do 8 točk skupaj 40 točk
	C strukturirane naloge	2	vsaka naloga 9 do 11 točk skupaj 20 točk
			Skupaj 60 točk
2	B krajše strukturirane naloge	6	vsaka naloga 5 do 8 točk skupaj 40 točk
	C strukturirane naloge	2	vsaka naloga 9 do 11 točk skupaj 20 točk
			Skupaj 60 točk
Skupaj			**120 točk**

USTNI IZPIT

Ustna izpita na osnovni in na višji ravni se razlikujeta po vsebini, zahtevnosti vprašanj in deležih taksonomskih stopenj.

► Osnovna in višja raven

Tip naloge	Število	Ocenjevanje
vprašanje	3	vsako vprašanje 6 točk
korektno matematično izražanje		2 točki
Skupaj		**20 točk**

3.3 Merila ocenjevanja izpita in posameznih delov

3.3.1 Deleži taksonomskih stopenj

Odstotki v spodnji preglednici predstavljajo deleže nalog, delov nalog ali vprašanj pri posameznem delu izpita, ki pripadajo taksonomskim stopnjam I., II. ali III.

Taksonomske stopnje	Izpitna pola 1 in 2 (OR)	Izpitna pola 1 in 2 (VR)	Ustni izpit (OR)	Ustni izpit (VR)
I. poznavanje	vsaj 30 %	vsaj 20 %	vsaj 30 %	vsaj 20 %
II. razumevanje in uporaba	40–60 %	40–60 %	40–60 %	40–60 %
III. samostojna interpretacija, vrednotenje, samostojno reševanje novih problemov	največ 30 %	največ 40 %	največ 30 %	največ 40 %
Skupaj	**100 %**	**100 %**	**100 %**	**100 %**

3.3.2 Merila ocenjevanja posameznih delov izpita

► Pisni izpit

Naloge se ocenjujejo v skladu z Navodili za ocenjevanje. Točkujejo se posamezni koraki reševanja nalog. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi. Pri načrtovalnih nalogah morajo kandidati uporabljati geometrijsko orodje.

► Ustni izpit

Odgovor na vsako od treh vprašanj na izpitnem listku oceni šolska izpitna komisija z najmanj 0 in največ 6 točkami v skladu z navodili za ocenjevanje ustnega izpita.

Za korektno matematično izražanje lahko kandidat v celoti dobi največ 2 točki.

3.3.3 Končna ocena

Končna ocena izpita se določi na podlagi seštevka odstotnih točk vseh delov izpita. Pri izpitni poli 1 lahko kandidat doseže največ 40 odstotnih točk, pri izpitni poli 2 največ 40 odstotnih točk in pri ustnem izpitu največ 20 odstotnih točk maturitetnega izpita. Državna komisija za splošno maturo na predlog Državne predmetne komisije za matematiko za splošno maturo določi merila za pretvorbo odstotnih točk v ocene (1–5), na višji ravni pa tudi merila za pretvorbo odstotnih točk v točkovne ocene (1–8). Ta merila so v spomladanskem in jesenskem izpitnem roku enaka.

4 IZPITNE VSEBINE IN CILJI

Maturitetne izpitne vsebine in cilji, predstavljeni v nadaljevanju, sledijo veljavnemu učnemu načrtu za matematiko, ki deli znanje na splošno znanje, posebno znanje in izbirne vsebine. Na osnovni ravni splošne mature se preverja splošno znanje, na višji ravni pa splošno in posebno znanje. Znanja izbirnih vsebin učnega načrta se pri maturi ne preverja.

Znak ⇨ zaznamuje vsebine in cilje, ki se preverjajo le na višji ravni.

4.1 Osnove logike

Vsebine	**Cilji**
	Kandidat
Izjave in povezave med njimi	– zapiše izjavo,
Sestavljene izjave	– določi logično vrednost izjave,
Vrstni red operacij	– zapiše sestavljeno izjavo s simboli,
Tavtologija	– izračuna logično vrednost sestavljene izjave pri vseh vrednostih enostavnih izjav,
Enakovredne izjave	– ugotovi enakovrednost dveh izjav.

4.2 Množice

Vsebine	**Cilji**
	Kandidat
Osnovni pojmi: element, množica, pripadnost elementa množici, podmnožica, prazna množica, univerzalna množica	– pozna osnovne pojme in s simboli označuje odnose med elementi in množicami,
Simbolni zapisi	– uporablja različne načine predstavitev množic,
Vennov diagram	– računa z množicami,
Presek, unija, razlika, komplement množic	– poišče potenčno množico končne množice,
⇨ Lastnosti operacij z množicami	– nariše graf kartezičnega produkta dveh množic,
Potenčna množica	– uporablja formule za moč unije dveh ali treh množic ter moč kartezičnega produkta končnih množic.
Kartezični produkt množic	
Moč množice	
⇨ Moč potenčne množice	

4.3 Številske množice

Vsebine	Cilji

4.3.1 Naravna števila in cela števila

- Računske operacije in njihove lastnosti
- Praštevila in sestavljena števila
- ⇨ Matematična indukcija
- Desetiški mestni zapis
- Kriteriji deljivosti z 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 in 10
- Relacija deljivosti
- Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik
- Osnovni izrek o deljenju
- ⇨ Evklidov algoritem in zveza med D in v
- Desetiški številski sestav
- ⇨ Dvojiški številski sestav

Kandidat

– pozna pomen naravnih števil in razloge za vpeljavo celih števil ter primere njihove uporabe,

– uporablja računske operacije v množici naravnih in celih števil in na primerih utemelji njihove lastnosti,

– predstavi naravna in cela števila na številski premici,

– ⇨ induktivno sklepa, posplošuje, posplošitev dokaže ali ovrže in dokazuje z matematično indukcijo,

– uporablja desetiški mestni zapis celega števila,

– utemelji in uporablja osnovne kriterije za deljivost,

– pozna in uporablja lastnosti relacije deljivosti,

– določi največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik dveh ali več celih števil,

– uporablja osnovni izrek o deljenju celih števil,

– ⇨ uporablja Evklidov algoritem za iskanje največjega skupnega delitelja,

– ⇨ v problemskih nalogah uporablja zvezo $Dv = ab$,

– ⇨ pretvarja med desetiškim in dvojiškim številskim sestavom;

4.3.2 Racionalna števila

- Računske operacije in njihove lastnosti
- Desetiški zapis racionalnih števil
- Deleži in odstotki
- Procentni račun

– pozna in utemelji razloge za vpeljavo racionalnih števil,

– predstavi racionalna števila na številski premici,

– računa z racionalnimi števili,

– uporablja in utemelji decimalni zapis racionalnega števila ter razlikuje med desetiškimi in nedesetiškimi ulomki,

– računa z decimalnimi števili,

– uporablja deleže in odstotke ter procentni račun v nalogah iz vsakdanjega življenja in spretno uporablja računalo;

4.3.3 Realna števila

- Iracionalna števila
- Realna števila na številski premici
- Intervali
- Končni decimalni približki

– pozna in utemelji razloge za vpeljavo realnih števil,

– navede nekaj primerov iracionalnih števil,

– konstruira nekatere kvadratne korene kot primere iracionalnih števil z uporabo Pitagorovega izreka,

Vsebine	Cilji
Absolutna vrednost realnega števila in njene lastnosti Enačbe z absolutno vrednostjo ⇨ Neenačbe z absolutno vrednostjo Absolutna in relativna napaka	– interpretira številsko premico kot realno os, – zaokrožuje decimalna števila, – poveže geometrijsko in analitično predstavitev absolutne vrednosti realnih števil, – poenostavlja izraze z absolutno vrednostjo ter reši preproste enačbe, – ⇨ reši preproste neenačbe z absolutno vrednostjo realnih števil, – primerja pomen absolutne in relativne napake ter oceni absolutno in relativno napako vsote, razlike, produkta in kvocienta dveh podatkov;

4.3.4 Kompleksna števila

Geometrijska predstavitev kompleksnih števil v ravnini Računske operacije in njihove lastnosti Reševanje enačb z realnimi koeficienti	– pozna in utemelji razloge za vpeljavo kompleksnih števil, – predstavi kompleksno število v kompleksni ravnini, – analitično in grafično sešteva in odšteva kompleksna števila, – množi kompleksna števila, – izpelje pravilo za računanje potenc števila i, – poišče povezavo med analitičnim in geometrijskim pomenom konjugiranega števila, – poišče povezavo med analitičnim in geometrijskim pomenom absolutne vrednosti kompleksnega števila, – izpelje in uporablja pravilo za deljenje kompleksnih števil, – izračuna obratno vrednost kompleksnega števila, – poišče tudi kompleksne rešitve enačbe.

4.4 Algebrski izrazi, enačbe in neenačbe

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Računske operacije z izrazi Potenciranje izrazov Razstavljanje izrazov Računanje z ulomki Enačbe in neenačbe Linearna enačba Razcepna enačba ⇨ Linearna enačba s parametrom	– primerja in razlikuje zapis in pomen izraza in enačbe ter spremenljivke in neznanke, – sešteva in množi algebrske izraze, – uporablja in utemelji pravili za kvadrat in kub dvočlenika, – s pomočjo Pascalovega trikotnika določi pravila za višje potence dvočlenika in jih tudi uporablja, – prepozna in uporablja ustrezni način razstavljanja danega izraza: izpostavljanje, razlika kvadratov, vsota in razlika kubov, *Viètovo* pravilo, razstavljanje štiričlenikov,

Vsebine	Cilji
Linearna neenačba	– ⇨ razstavi izraze $a^n \pm b^n$,
⇨ Linearna neenačba s parametrom	– računa z algebrskimi ulomki (vse štiri računske operacije in izrazi z oklepaji),
	– uporablja pravila za tvorbo ekvivalentnih enačb in enačbe spretno rešuje,
	– prepozna in reši linearno enačbo,
	– prepozna in reši razcepne enačbe,
	– spretno izraža neznanke iz različnih fizikalnih ali kemijskih enačb,
	– ⇨ obravnava linearne enačbe s parametrom,
	– uporablja pravila za tvorbo ekvivalentnih neenačb ter korake reševanja neenačb utemelji,
	– prepozna in reši linearno neenačbo,
	– ⇨ obravnava preproste linearne neenačbe s parametrom.

4.5 Potence in koreni

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Potence z naravnim eksponentom	– utemelji in uporablja pravila za računanje s potencami z naravnim eksponentom,
Potence s celim eksponentom	– utemelji in uporablja pravila za računanje s potencami s celim eksponentom in jih primerja s pravili za računanje s potencami z naravnim eksponentom,
n-ti koreni	– razloži pomen zapisov a^{-1} in a^{-n},
Potence z racionalnim eksponentom	– uporablja pravila za računanje s kvadratnimi koreni,
⇨ Iracionalne enačbe	– reši kvadratno enačbo $x^2 = a, a > 0, a \in \mathbb{R},$ z razstavljanjem in s korenjenjem,
	– primerja in utemeljuje reševanje preprostih enačb $x^n = a, a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N},$ v množici realnih števil s korenjenjem in z razstavljanjem,
	– razloži in uporablja zvezo $\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$,
	– računa kubične korene realnih števil natančno (na pamet) in z računalom,
	– razlikuje med določilnimi pogoji za obstoj n-tega korena realnega števila (glede na korenski eksponent in korenjenec),
	– spretno uporablja računalo za računanje n-tih korenov,

Vsebine	**Cilji**
	– preoblikuje zapis n-tega korena v zapis potence z racionalnim eksponentom,
	– povezuje in primerja reševanje nalog z n-timi koreni z reševanjem s potencami z racionalnim eksponentom,
	– ⇨ prepozna iracionalno enačbo ter reši in utemelji korake pri reševanju iracionalnih enačb in interpretira rezultate.

4.6 Geometrija v ravnini in prostoru

Vsebine

- Točke, premice in krožnice v ravnini
- Razdalja, daljica, nosilka daljice, simetrala, poltrak, kot
- Vrste kotov in odnosi med koti
- Trikotnik, večkotnik
- Znamenite točke trikotnika
- Togi premiki in skladnost
- Vzporedni premik, zrcaljenje, vrtež, orientacija trikotnika
- Pravokotna projekcija
- Središčni in obodni koti
- Kot v polkrogu
- Središčni razteg, podobnost
- Izreki v pravokotnem trikotniku
- Paralelogram, romb, trapez
- Načrtovalne naloge
- Kosinusni in sinusni izrek
- ⇨ Množice točk v prostoru
- Vzporednost in pravokotnost premic in ravnin v prostoru
- Pravokotna projekcija premice na ravnino

Cilji

Kandidat

- usvoji pojme elementarne evklidske geometrije,
- razvije geometrijsko predstavo in skozi prakso spozna temeljne standarde matematične teorije,
- pozna definicije in uporablja lastnosti geometrijskih likov,
- uporablja zveze med notranjimi in zunanjimi koti trikotnika ter odnose med stranicami in koti trikotnika,
- uporablja zvezo med obodnim in središčnim kotom nad istim lokom,
- zna ločiti med skladnima in podobnima trikotnikoma,
- uporabi izreke v pravokotnem trikotniku,
- načrta geometrijske like z geometrijskim orodjem ⇨ in s programi za dinamično geometrijo,
- usvoji in uporablja zveze med stranicami in koti v poljubnem trikotniku, pri tem uporablja kosinusni in sinusni izrek,
- preiskuje geometrijske probleme z uporabo IKT,
- razvije predstave o odnosih med točkami, premicami in ravninami v prostoru.

4.7 Geometrijski liki in telesa

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Ploščine geometrijskih likov, Heronova formula	– razvije in izboljša geometrijsko predstavo,
Polmer trikotniku včrtanega in očrtanega kroga	– uporablja obrazce za izražanje posameznih količin,
Geometrijska telesa: prizma, valj, piramida, stožec, krogla	– kritično oceni in presodi dobljene vrednosti ter pazi na merske enote,
Površina in prostornina pokončne prizme, valja, piramide, stožca in krogle	– uporabi usvojeno znanje ravninske geometrije ter rešuje probleme v povezavi s polmerom trikotniku včrtanega in očrtanega kroga,
⇨ Cavalierijevo pravilo	– opiše geometrijsko telo,
⇨ Poševna telesa	– uporabi usvojeno znanje kotnih funkcij in geometrije na modelih geometrijskih teles,
⇨ Vrtenine	– rešuje geometrijske probleme v povezavi s površino in prostornino teles ter kritično oceni in presodi dobljene rezultate ter merske enote,
Geometrijski matematični problemi	– ⇨ rešuje geometrijske probleme s poševnimi telesi,
	– ⇨ določi os vrtenja in analizira nastalo vrtenino glede na izbiro osi,
	– ⇨ rešuje probleme v povezavi s prostornino rotacijskih teles,
	– prepozna geometrijski problem, ga predstavi, ugotovi, s katerimi pojmi, spremenljivkami in zvezami med njimi ga lahko rešuje, problem reši, rešitve predstavi in razmisli o njihovi smiselnosti,
	– pri reševanju geometrijskih problemov samostojno izbere in uporablja ustrezne strategije in povezuje vsebine iz ravninske in prostorske geometrije,
	– rešuje geometrijske probleme z uporabo trigonometrije.

4.8 Vektorji v ravnini in prostoru

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Opredelitev vektorjev	– nariše vektorje, grafično sešteva in razstavlja vektorje ter množi vektorje s skalarjem,
Seštevanje, množenje s skalarjem (sile) – grafična interpretacija	– usvoji računanje z vektorji na grafičnem in računskem nivoju,
Kolinearnost, koplanarnost – grafična interpretacija	– presodi kolinearnost in koplanarnost vektorjev,
Razvoj vektorjev po bazi (razstavljanje sile na komponente), pravokotna projekcija – grafična interpretacija	– ⇨ presodi linearno neodvisnost vektorjev,
Linearna kombinacija vektorjev	– računa z vektorji, zapisanimi s koordinatami (komponentami),
⇨ Linearna neodvisnost vektorjev	– izračuna kot med vektorjema, dolžino vektorja in pravokotno projekcijo vektorja,

Vsebine	Cilji
Baza v ravnini in prostoru	– utemelji pravokotnost in vzporednost vektorjev,
Pravokotni koordinatni sistem v ravnini in prostoru; krajevni vektor točke	– razume pravokotnost v prostoru.
Zapis vektorja s koordinatami (komponentami)	
Računske operacije z vektorji, zapisanimi s koordinatami (komponentami)	
Pravokotna projekcija vektorja na drug vektor	
Skalarni produkt, kot med vektorjema in dolžina vektorja	
⇨ Uporaba vektorskega računa v trikotniku in paralelogramu, razmerja, težišče	
Povezava med skalarnim produktom in kosinusnim izrekom	

4.9 Pravokotni koordinatni sistem v ravnini

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Množice točk v ravnini	– uporablja pravokotni koordinatni sistem v ravnini,
Razdalja med točkama v koordinatni ravnini	– odčita in nariše množico točk v koordinatni ravnini ob danih pogojih,
Ploščina trikotnika	– uporablja zvezo med urejenimi pari števil in točkami na ravnini,
	– izračuna razdaljo med točkama, izračuna ploščino trikotnika ter uporabi formuli v matematičnih problemih.

4.10 Funkcije

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Definicija funkcije	– usvoji in uporablja pojem funkcije,
Definicija realne funkcije in lastnosti realnih funkcij realne spremenljivke (injektivnost, surjektivnost, bijektivnost, naraščanje, padanje, sodost, lihost …)	– usvoji in uporablja pojme: definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije, injektivna, surjektivna, bijektivna funkcija,
Sestavljene funkcije (kompozitum) funkcij	– nariše, analizira graf funkcije s pomočjo vzporednega premika in raztega,
Inverzna funkcija	– uporablja vzporedni premik, zrcaljenja in raztege pri reševanju problemskih nalog,
Transformacije v ravnini	– ugotovi obstoj inverzne funkcije na preprostih primerih, zapiše njen predpis in nariše graf inverzne funkcije k dani funkciji,
Limita funkcije	
Posebni primeri limit	

Vsebine	Cilji
Zveznost funkcije	
⇨ Lastnosti zveznih funkcij na zaprtem intervalu	– ⇨ analizira predpis in nariše graf funkcije z absolutno vrednostjo,
⇨ Iskanje ničel z uporabo tehnologije	– nariše graf stopničaste funkcije,
	– razloži pojem limite v dani točki na ustrezno izbranih primerih, ki so grafične, tabelarične ali analitične prezentacije funkcij,
	– izračuna limito funkcije in razloži pomen dobljene limitne vrednosti,
	– razloži pomen limite v neskončnosti,
	– loči limito funkcije v neskončnosti od neskončne limite,
	– uporablja limito pri računanju asimptot funkcij,
	– prepozna zveznost funkcije, ki je podana s svojim grafom,
	– ⇨ razloži zveznost s predpisom podane funkcije,
	– poišče intervale, na katerih je dana funkcija zvezna,
	– ⇨ sklepa o lastnostih konkretne zvezne funkcije na zaprtem intervalu,
	– ⇨ poišče ničlo ali točko na krivulji na predvideno natančnost z uporabo tehnologije;

4.10.1 Linearna funkcija

Definicija in lastnosti linearne funkcije, graf linearne funkcije	– zapiše predpis za linearne funkcije in nariše graf,
Enačbe premice v ravnini	– pozna in uporabi pomen koeficientov v linearni funkciji,
Kot med premicama	– interpretira in uporablja graf linearne funkcije v praktičnih situacijah,
Linearna enačba	– izračuna kot med premicama,
Linearna neenačba	– pozna pomen različnih oblik enačbe premice,
Sistem linearnih enačb	– v besedilu prepozna linearen odnos in zapiše linearno enačbo,
⇨ Gaussova eliminacijska metoda	– rešuje linearne enačbe,
⇨ Sistem linearnih neenačb	– ⇨ obravnava preproste linearne enačbe, neenačbe in sisteme linearnih enačb,
Modeliranje preprostih primerov iz vsakdanjega življenja z linearno funkcijo	– izrazi problem kot sistem enačb in ga reši,
	– reši preproste probleme iz vsakdanjega življenja in jih ustrezno interpretira,
	– modelira preproste probleme iz vsakdanjega življenja z linearno funkcijo;

4.10.2 Potenčna funkcija

Vsebine	Cilji
Definicija in lastnosti potenčne funkcije z naravnim eksponentom	– prepozna potenčno odvisnost in jo razlikuje od drugih odvisnosti (premosorazmernost …),
Definicija in lastnosti potenčne funkcije z negativnim celim eksponentom	– nariše in analizira graf potenčne funkcije s pomočjo transformacij,
Modeliranje primerov iz vsakdanjega življenja s potenčno funkcijo	– zapiše in modelira realistične pojave s potenčno funkcijo in jih kritično izbere;

4.10.3 Korenska funkcija

Vsebine	Cilji
Definicija, lastnosti in graf korenske funkcije	– obravnava korensko funkcijo kot inverzno funkcijo k potenčni funkciji;

4.10.4 Kvadratna funkcija

Vsebine	Cilji
Definicija, lastnosti in graf kvadratne funkcije	– zapiše kvadratno funkcijo pri različnih podatkih in nariše graf,
Načini podajanja predpisa kvadratne funkcije	– interpretira in uporabi graf kvadratne funkcije v praktičnih situacijah,
⇨ Uporaba kvadratne funkcije – ekstremalni problemi	– reši kvadratno enačbo in neenačbo,
Viètovi pravili	– prevede problem v enačbo ali neenačbo in ga reši,
Kvadratna enačba	– bere matematično besedilo, ga analizira in predstavi,
Presečišče parabole in premice	– ⇨ zapiše in modelira primere iz vsakdanjega življenja s kvadratno funkcijo;
Presečišče dveh parabol	
Kvadratna neenačba	
⇨ Sistem kvadratnih neenačb	
⇨ Modeliranje primerov iz vsakdanjega življenja s kvadratno funkcijo	

4.10.5 Eksponentna funkcija

Vsebine	Cilji
Definicija, lastnosti in graf eksponentne funkcije	– razlikuje, prepozna eksponentno odvisnost od drugih vrst odvisnosti,
Eksponentne enačbe	– pozna in uporablja lastnosti eksponentne funkcije,
⇨ Grafično reševanje eksponentne neenačbe	– nariše graf eksponentne funkcije,
Eksponentna rast	– uporabi vzporedne premike in raztege grafa eksponentne funkcije,
Modeliranje realističnih pojavov z eksponentno funkcijo	– primerja potenčno in eksponentno rast,
	– prepozna in reši eksponentne enačbe,
	– zapiše in modelira primere iz vsakdanjega življenja z eksponentno funkcijo;

4.10.6 Logaritemska funkcija

Definicija, lastnosti in graf logaritemske funkcije

Logaritem in pravila za računanje z logaritmi

Desetiški in naravni logaritem

⇨ Prehod k novi osnovi

Logaritemske enačbe

⇨ Branje logaritemske skale

⇨ Modeliranje primerov iz vsakdanjega življenja z logaritemsko funkcijo

- pozna in uporablja lastnosti logaritemske funkcije,
- nariše graf logaritemske funkcije,
- uporablja zvezo med eksponentno in logaritemsko funkcijo,
- uporabi vzporedne premike in raztege grafa logaritemske funkcije,
- uporablja pravila za računanje z logaritmi,
- spozna število e in naravni logaritem,
- prepozna in reši logaritemske enačbe,
- primerja eksponentno in logaritemsko rast,
- ⇨ zapiše in modelira primere iz vsakdanjega življenja z logaritemsko funkcijo;

4.10.7 Polinomska funkcija

Definicija, lastnosti in graf polinomske funkcije

Računske operacije s polinomi

Osnovni izrek o deljenju polinomov

Ničle polinomske funkcije

Osnovni izrek algebre in posledice

Hornerjev algoritem

Analiza grafa polinomske funkcije

Polinomske enačbe

Polinomske neenačbe

⇨ Metoda bisekcije

⇨ Modeliranje realističnih pojavov s polinomi

- linearno in kvadratno funkcijo prepozna kot posebna primera polinomske funkcije,
- računa s polinomi,
- uporablja osnovni izrek o deljenju polinomov,
- uporablja izrek o deljenju polinoma z linearnim polinomom,
- uporablja Hornerjev algoritem za iskanje ničel polinomske funkcije,
- v problemskih nalogah uporablja lastnosti polinomov,
- nariše in interpretira graf polinomske funkcije,
- ⇨ uporablja metodo bisekcije,
- reši polinomske enačbe in neenačbe;

4.10.8 Racionalna funkcija

Definicija, lastnosti in graf racionalne funkcije

Ničle, poli in asimptote

Racionalne enačbe

⇨ Racionalne neenačbe

- pozna in uporablja lastnosti racionalnih funkcij,
- nariše in interpretira graf racionalne funkcije,
- reši racionalne enačbe,
- ⇨ reši racionalne neenačbe;

Vsebine	Cilji

4.10.9 Kotne funkcije

Definicije in lastnosti kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku	– zapiše in uporabi kotne funkcije v pravokotnem trikotniku,
Definicije kotnih funkcij na enotski krožnici	– izpelje vrednosti kotnih funkcij za kote $0°$, $30°$, $45°$, $60°$, $90°$,
Lastnosti in grafi kotnih funkcij	– izpelje in uporabi zveze med kotnimi funkcijami istega kota,
Transformacije grafov kotnih funkcij	– uporablja računalo,
Adicijski izreki	– uporablja vrednosti kotnih funkcij za poljubne kote,
Problemske naloge	– pozna in uporabi lastnosti kotnih funkcij,
⇨ Faktorizacija in razčlenitev produkta	– pozna in razloži pojme na različnih reprezentacijah (tabela vrednosti, graf, na enotski krožnici, analitično),
Računanje vrednosti krožnih funkcij	– uporabi transformacije grafov kotnih funkcij,
⇨ Grafi in lastnosti krožnih funkcij	– nariše in interpretira grafe kotnih funkcij,
Trigonometrijske enačbe	– uporabi adicijske izreke,
⇨ Kotne funkcije v tehniki in naravoslovju	– uporabi kotne funkcije dvojnih kotov,
	– uporablja kotne funkcije dvojnih (⇨ in polovičnih) kotov pri trigonometrijskih enačbah in problemskih nalogah,
	– ⇨ faktorizira izraze in jih zna uporabiti pri enačbah,
	– računa vrednosti krožnih funkcij,
	– ⇨ skicira graf krožne funkcije,
	– reši trigonometrijsko enačbo,
	– interpretira in analizira analitične rešitve glede na dani problem,
	– uporabi kotne funkcije v problemskih situacijah, kjer je treba izračunati kot,
	– rešuje preproste, sestavljene, avtentične in izvirne probleme.

4.11 Stožnice

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Algebrski zapis krivulj II. reda	– poišče primere stožnic v naravi,
Krožnica v središčni in premaknjeni legi	– primerja in uporablja analitično in geometrijsko definicijo stožnice,
Elipsa v središčni in premaknjeni legi	– interpretira krožnico kot poseben primer elipse in ⇨ izpelje enačbe elipse iz enačbe krožnice z raztegom vzdolž izbrane osi,
Hiperbola v središčni legi	– analizira enačbo in grafično predstavi krožnice in elipse v središčni in v premaknjeni legi,
Parabola v temenski legi	– analizira enačbo in grafično predstavi hiperbole in parabole v temenski legi,
⇨ Hiperbola in parabola v premaknjeni legi	
⇨ Tangente stožnic	

Vsebine	Cilji
	– analizira različne oblike enačbe parabole,
	– ⇨ konstruira stožnice,
	– ⇨ nariše stožnico tudi z uporabo primernega računalniškega programa,
	– ⇨ analizira grafično predstavitev hiperbole in parabole v premaknjeni legi,
	– ⇨ analizira enačbo hiperbole in parabole v premaknjeni legi,
	– ⇨ analitično in grafično obravnava tangento stožnice,
	– analitično in grafično določi presečišča stožnice s premico in določi presečišča stožnic v središčni legi,
	– utemelji smiselnost rezultatov pri analitični obravnavi presečišč,
	– ⇨ rešuje problemske naloge.

4.12 Zaporedja in vrste

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Definicija zaporedja	– navede primer, induktivno sklepa, posplošuje in nadaljuje zaporedje,
Lastnosti zaporedij (končno, neskončno, monotonost, omejenost, konvergentnost …)	– najde in zapiše zvezo med členi zaporedja,
Aritmetično zaporedje	– zapiše člene zaporedja pri danih začetnih členih in rekurzivni formuli,
Geometrijsko zaporedje	– ugotovi in analizira lastnosti različno predstavljenih zaporedij (številske predstavitve, grafični prikaz, analitični zapis …),
Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja in vsota členov geometrijskega zaporedja	– bere in ponazori različno podana oziroma predstavljena zaporedja,
Limita zaporedja	– uporabi lastnosti zaporedij,
Vrste	– napove in izračuna limito zaporedja,
Konvergenca geometrijske vrste	– razlikuje vrsto od zaporedja,
Obrestni račun	– razlikuje pojma konvergentne in divergentne vrste,
Anuitete	– izračuna vsoto n členov zaporedja,
Amortizacijski načrt	– izračuna vsoto geometrijske vrste,
	– razlikuje navadno in obrestno obrestovanje,
	– razlikuje med konformno in relativno obrestno mero,
	– uporabi načelo ekvivalence glavnic,
	– poišče realne primere obrestovanja, napove pričakovanja in se odloči na osnovi simulativnih izračunov,
	– izračuna anuiteto in izdela amortizacijski načrt.

4.13 Diferencialni račun

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Diferenčni količnik, odvod, geometrijski pomen odvoda	– opiše pojme diferencialnega računa z uporabo grafičnih, številskih ali analitičnih prezentacij,
Pravila za odvajanje, odvodi osnovnih funkcij	– izračuna vrednost diferenčnega količnika,
Uporaba odvoda	– izračuna limito diferenčnega količnika,
Ekstremi, naraščanje in padanje funkcije	– razloži geometrijski pomen odvoda,
⇨ Drugi odvod funkcije	– ⇨ izpelje preprosta pravila odvajanja z uporabo definicije odvoda,
⇨ Prevoj, konveksnost in konkavnost funkcije	– ⇨ izpelje odvode funkcij z uporabo pravil za odvajanje,
⇨ Zveznost odvedljivih funkcij	– odvaja elementarne funkcije in kompozitum funkcij,
Ekstremalni problemi	– ⇨ računa odvod implicitno podanih funkcij,
⇨ Modeliranje realnih problemov in njihovo reševanje z uporabo metod diferencialnega računa	– ugotovi točke (ne)odvedljivosti iz grafa,
	– povezuje lastnosti funkcij in njen odvod (napoveduje lastnosti, skicira graf …),
	– zapiše enačbi tangente in normale v dani točki krivulje,
	– izračuna presečni kot med krivuljama,
	– analizira funkcijo z odvodom (razloži ekstreme, določi intervale naraščanja in padanja) in nariše graf,
	– ⇨ poveže pojma zveznosti in odvedljivosti funkcije na danem intervalu,
	– reši preprost ekstremalni problem,
	– ⇨ reši realen ekstremalni problem in ga ustrezno interpretira.

4.14 Integralski račun

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Nedoločeni integral (primitivna funkcija)	– razloži zvezo med odvodom funkcije in nedoločenim integralom,
Lastnosti nedoločenega integrala	– pozna tabelo osnovnih integralov in njeno povezavo s tabelo odvodov,
⇨ Uvedba nove spremenljivke	– uporablja lastnosti nedoločenega integrala,
⇨ Integracija »per partes«	– ⇨ integrira z uvedbo nove spremenljivke,
⇨ Integracija racionalnih funkcij	– ⇨ integrira »per partes«,
Določeni integral	– ⇨ integrira racionalne funkcije (z razcepom na parcialne ulomke),
Lastnosti določenega integrala	

Vsebine	Cilji
Zveza med določenim in nedoločenim integralom Uporaba določenega integrala (ploščine, ⇨ prostornine vrtenin …)	– pozna geometrijski pomen določenega integrala, – uporablja lastnosti določenega integrala, – uporabi zvezo med določenim in nedoločenim integralom, – reši preproste matematične in realne probleme.

4.15 Kombinatorika

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Osnovni izrek kombinatorike, kombinatorično drevo Pravilo vsote Permutacije Permutacije s ponavljanjem Variacije Variacije s ponavljanjem Kombinacije Binomski izrek Pascalov trikotnik	– izračuna $n!$, – loči posamezne kombinatorične pojme, – izračuna vrednost binomskega simbola, – razvije potenco dvočlenika.

4.16 Verjetnostni račun

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Osnovni pojmi verjetnostnega računa: poskus, dogodek, vzorčni prostor Računanje z dogodki Subjektivna verjetnost, empirična verjetnost, matematična verjetnost, verjetnost dogodka Računanje verjetnosti nasprotnih dogodkov, vsote dogodkov ⇨ Pogojna verjetnost ⇨ Verjetnost produkta, neodvisna dogodka ⇨ Zaporedje neodvisnih poskusov Normalna porazdelitev	– zapiše dogodke in računa z njimi, – poišče vse dogodke nekega poskusa, – razlikuje med subjektivno, empirično in matematično verjetnostjo, – razume in poveže empirično in matematično verjetnost, – pozna in uporablja definicijo matematične verjetnosti, – iz danih verjetnosti posameznih dogodkov računa verjetnosti drugih dogodkov, – ⇨ loči med pojmoma nezdružljiva in neodvisna dogodka, – uporablja vzorčni prostor.

4.17 Statistika

Vsebine	Cilji
	Kandidat
Osnovni statistični pojmi Vrste podatkov Zbiranje podatkov Urejanje in strukturiranje podatkov Prikazovanje podatkov (stolpčni, pozicijski, tortni diagram, histogram, razsevni diagram, linijski in krivuljni diagram, škatla z brki) Aritmetična sredina, mediana, modus Variacijski razmik, standardni odklon, medčetrtinski razmik Statistična naloga	– loči med preučevano značilnostjo (spremenljivko), enoto, vrednostjo spremenljivke, vzorcem, populacijo, – prepozna preučevano značilnost enote, – razlikuje med opisnimi ali kvalitativnimi podatki, vrstnimi ali ordinalnimi ter številskimi ali kvantitativnimi podatki, – zbere podatke, jih uredi in strukturira, – izbere ustrezni diagram za prikaz podatkov, – bere, izdela in interpretira statistične diagrame, – razvija kritični odnos do interpretacije rezultatov, – pozna in uporablja različne načine povzemanja podatkov, – izbere primeren način povzemanja podatkov glede na vrsto podatkov, – izračuna, oceni in interpretira srednjo vrednost, modus in mediano kot mere osredinjenosti podatkov, – ocenjuje preproste povezave med statističnimi spremenljivkami, – izračuna, oceni in interpretira variacijski razmik, standardni odklon in medčetrtinski razmik kot mere razpršenosti podatkov, – uporabi znanje o delu s podatki v celovitem postopku empiričnega preiskovanja (izbere temo, postavi preiskovalno vprašanje, zbere podatke, jih uredi in strukturira, analizira, prikaže in interpretira rezultate).

5 PRIMERI NALOG ZA PISNI IZPIT

5.1 Primeri nalog izpitne pole 1

Naloge v izpitnih polah 1 se rešujejo brez uporabe računala.

5.1.1 Primer kratke naloge

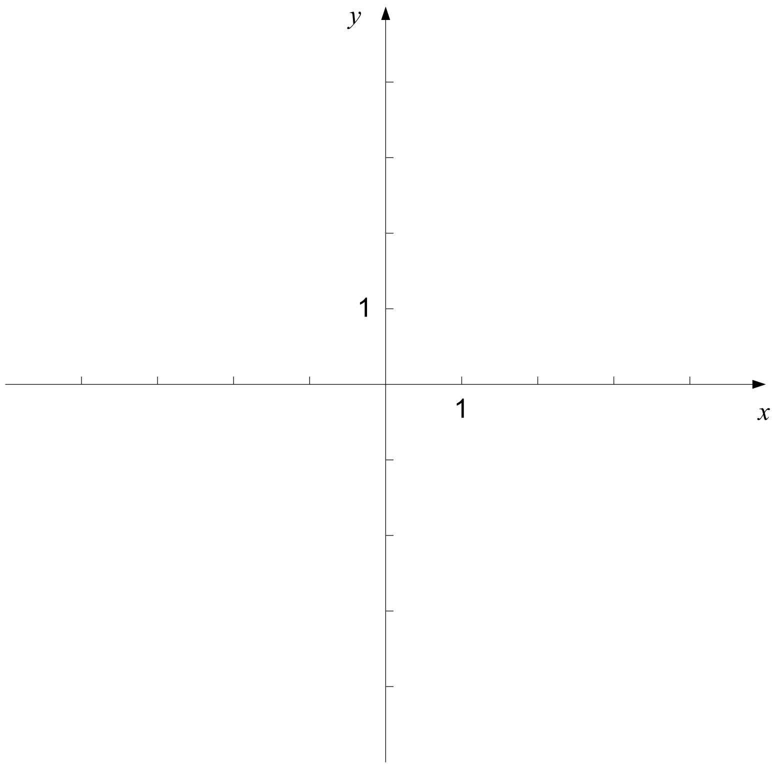
1. Rešite enačbo $\ln x + \ln 1 = \ln e$.

(2 točki)

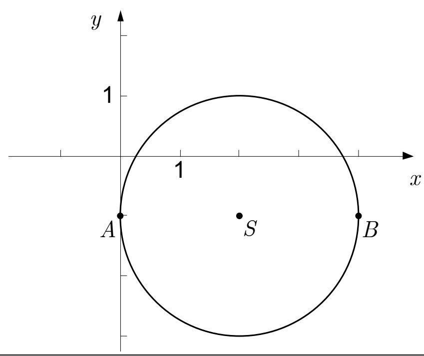
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	2	◆ zapisana rešitev $x = e$	Le upoštevanje, da je $\ln 1 = 0$ ali $\ln e = 1$ ... 1 točka.
Skupaj	**2**		

5.1.2 Primer krajše strukturirane naloge

1. V ravnini, opremljeni s koordinatnim sistemom, narišite krožnico z enačbo $x^2+y^2-4x+2y+1=0$. Računsko pokažite, da točka $A(0,-1)$ leži na dani krožnici. Zapišite koordinati točke B , če je tetiva AB premer krožnice.



(8 točk)

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	5	◆ Slika 	Le preoblikovanje enačbe v obliko $(x-2)^2+(y+1)^2=4$ ... 3 točke (vsak od členov po 1 točko). Če kandidat krožnico nariše pravilno iz napačno preoblikovane enačbe, dobi *1 točko.
	2	◆ vstavitev koordinat točke A v enačbo in dokaz enakosti	*1 + 1
	1	◆ zapis točke $B(4,-1)$	
Skupaj	**8**		

5.1.3 Primer strukturirane naloge

1. Dana je funkcija $f:\ (0,\infty)\to\mathbb{R}$ s predpisom $f(x)=2\ln x$.
   1.1. Rešite enačbo $2f(x)=f(2x)$.

   (3 točke)

   1.2. Dokažite, da je $f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{2}{3}\right)=f\left(\frac{1}{3}\right)$.

   (3 točke)

   1.3. Dokažite z matematično (popolno) indukcijo, da za vsako naravno število n velja $f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{2}{3}\right)+f\left(\frac{3}{4}\right)+\cdots+f\left(\frac{n}{n+1}\right)=f\left(\frac{1}{n+1}\right)$.

   (4 točke)

Naloga	**Točke**	**Rešitev**	**Dodatna navodila**
1.1	3	◆ rešitev $x=2$	Le preoblikovanje enačbe v obliko, npr. $4\ln x=2\ln(2x)$ ... 1 točka. Le antilogaritmiranje, npr. $x^2=2x$ ... *1 točka. Če kandidat ne izloči neustreznih rešitev, te točke ne dobi.
Skupaj	**3**		
1.2	1	◆ nastavek, npr. $f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{2}{3}\right)=2\left(\ln\frac{1}{2}+\ln\frac{2}{3}\right)$	
	1	◆ preoblikovanje, npr. $2\left(\ln\frac{1}{2}+\ln\frac{2}{3}\right)=2\ln\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\right)$	
	1	◆ ugotovitev $2\ln\frac{1}{3}=f\left(\frac{1}{3}\right)$	
Skupaj	**3**		
1.3	1	◆ dokaz pravilnosti trditve za $n=1$, npr. $f\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{1}{1+1}\right)$	
	*1	◆ zapis ali upoštevanje vsote $n+1$ členov, npr. $f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{2}{3}\right)+f\left(\frac{3}{4}\right)+\cdots$ $\cdots+f\left(\frac{n}{n+1}\right)+f\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$	
	1	◆ upoštevanje indukcijske predpostavke, npr. $f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{2}{3}\right)+f\left(\frac{3}{4}\right)+\cdots$ $\cdots+f\left(\frac{n}{n+1}\right)+f\left(\frac{n+1}{n+2}\right)=$ $=f\left(\frac{1}{n+1}\right)+f\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$	
	1	◆ izračun in končna ugotovitev, npr $f\left(\frac{1}{n+1}\right)+f\left(\frac{n+1}{n+2}\right)=2\ln\frac{1}{n+1}+2\ln\frac{n+1}{n+2}=$ $=2\ln\left(\frac{1}{n+1}\cdot\frac{n+1}{n+2}\right)=f\left(\frac{1}{n+2}\right)$	
Skupaj	**4**		

5.2 Primeri nalog izpitne pole 2

Naloge v izpitnih polah 2 se lahko rešujejo z uporabo računala.

5.2.1 Primer kratke naloge

1. Hipotenuza AB v pravokotnem trikotniku ΔABC meri 6,33 cm. Velikost kota $\sphericalangle CAB$ je $\alpha = 33°33'$. Izračunajte dolžino stranice AC. Rezultat zaokrožite na stotinko centimetra.

(2 točki)

Naloga	**Točke**	**Rešitev**	**Dodatna navodila**
1	2	◆ zapisana rešitev $\lvert AC\rvert \doteq 5{,}28$ cm	Le zapis ali upoštevanje, da je $\cos\alpha = \frac{\lvert AC\rvert}{\lvert AB\rvert}$ ... 1 točka.
Skupaj	**2**		

5.2.2 Primer krajše strukturirane naloge

1. Imamo dve prazni cisterni, ki imata obliko pokončnega valja in stojita na osnovnih ploskvah.

   1.1. Prva cisterna ima obliko valja s polmerom 3 dm. Vanjo nalijemo 120 litrov jabolčnega soka in jo tako napolnimo do dveh tretjin. Izračunajte višino cisterne. Rezultat zaokrožite na desetinko decimetra.

   (3)

   1.2. Druga cisterna ima obliko enakostraničnega valja (osni presek je kvadrat). Vanjo nalijemo 120 litrov jabolčnega soka in jo tako napolnimo do vrha. Izračunajte polmer cisterne. Rezultat zaokrožite na desetinko decimetra.

   (3)

(6 točk)

Naloga	**Točke**	**Rešitev**	**Dodatna navodila**
1.1	3	◆ izračunan približek višine cisterne, npr. $v \doteq 6{,}4$ dm	Le zapis ali uporaba formule, npr. $V = \pi r^2 \cdot h$ ... 1 točka. Le zapis ali upoštevanje, da je $120\ \ell = \frac{2}{3}V$ ali $h = \frac{2}{3}v$ ... 1 točka.
1.2	3	◆ izračunan približek polmera enakostraničnega valja, npr. $r \doteq 2{,}7$ dm	Le zapis ali upoštevanje, da je višina enakostraničnega valja enaka premeru osnovne ploskve ... 1 točka. Le zapisana enačba, npr. $120 = 2\pi r^3$ ... 1 točka.
Skupaj	**6**		Če kandidat nikjer pri rezultatih ne zapiše enot, v celoti izgubi 1 točko.

5.2.3 Primer strukturirane naloge

1. V učilnici je 40 stolov, ki so razdeljeni v pet vrst tako, da je v vsaki vrsti enako število stolov. Na stole se naključno posede osem dijakov: Maja, Eva, Ela, Jan, Tim, Nik, Luka in France.

   1.1. Izračunajte verjetnosti dogodkov:
   A – prva vrsta ostane prazna,
   B – v prvi vrsti so zasedeni natanko trije stoli,
   C – vsi dijaki so se posedli v isto vrsto.

   (7 točk)

   Maja, Eva, Ela, Jan, Tim, Nik, Luka in France ob popoldnevih igrajo družabne igre. Vsak natanko enkrat vrže pošteno igralno kocko.

   1.2. Izračunajte verjetnosti dogodkov:
   D – nihče ne vrže šestice,
   E – natanko dva vržeta šestico.

   (3 točk)

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1	1	◆ izračunano število vseh izidov, npr. $n=\binom{40}{8}$	
	2	◆ izračunana verjetnost, npr. $P(A)=\dfrac{10518300}{76904685}$	Le število ugodnih izidov $m_A=\binom{32}{8}$ ... 1 točka. Upoštevamo tudi pravilno zaokrožen rezultat, npr. $P(A)\doteq 0{,}13677$.
	2	◆ izračunana verjetnost, npr. $P(B)=\dfrac{11277056}{76904685}$	Le $m_B=\binom{8}{3}\binom{32}{5}=11277056$ ... 1 točka. Upoštevamo tudi pravilno zaokrožen rezultat, npr. $P(B)\doteq 0{,}146637$.
	2	◆ izračunana verjetnost, npr. $P(C)=\dfrac{5}{76904685}$	Le ugotovitev, da je $m_C=5$ ... 1 točka. Upoštevamo tudi pravilno zaokrožen rezultat, npr. $P(C)\doteq 0{,}0000000650=6{,}50\cdot 10^{-8}$.
Skupaj	**7**		Reševanje z variacijami se točkuje enakovredno.
1.2	1	◆ $P(D)=\left(\dfrac{5}{6}\right)^8\doteq 0{,}233$	
	2	◆ $P(E)=\binom{8}{2}\left(\dfrac{1}{6}\right)^2\left(\dfrac{5}{6}\right)^6=$ $=28\left(\dfrac{1}{6}\right)^2\left(\dfrac{5}{6}\right)^6\doteq 0{,}260$	Le zapis $\left(\dfrac{1}{6}\right)^2\left(\dfrac{5}{6}\right)^6$ ... 1 točka.
Skupaj	**3**		

6 USTNI IZPIT

Kandidat opravlja ustni izpit pred šolsko izpitno komisijo, ki skrbi za pravilno izvedbo izpita, oceni kandidatov uspeh v točkah in poskrbi za pravilen izračun točk.

Kandidat odgovarja na vprašanja z izpitnega listka za ustni izpit. Ta listek vsebuje tri vprašanja, ki jih sestavi Državna predmetna komisija za matematiko za splošno maturo.

Izpraševalec lahko kandidatu postavlja dodatna vprašanja, s katerimi razčlenjuje vprašanja z izpitnega listka, pri čemer ne razširja vsebine zapisanega vprašanja.

Kandidat ima pravico do 15-minutne priprave na ustni izpit in pravico enkrat zamenjati izpitni listek. Ustni izpit traja največ 20 minut.

► Primer izpitnega listka za osnovno raven

1. Definirajte praštevilo in sestavljeno število. Naštejte tri praštevila in tri sestavljena števila.

   (2 točki)

   Kako razcepimo naravno število $n(n>1)$ na prafaktorje?
   Ali je praštevilski razcep enoličen? Razložite.
   Koliko je vseh praštevil?

   (3 točke)

   Kako ugotovimo, ali je dano naravno število praštevilo?

   (1 točka)

2. Povejte geometrijsko definicijo elipse in jo razložite.

   (2 točki)

   Zapišite splošno enačbo elipse v izhodiščni legi in splošno enačbo elipse v premaknjeni legi.

   (2 točki)

   Zapišite primer enačbe elipse v izhodiščni legi in elipso narišite.

   (2 točki)

3. Povejte definicijo odvoda funkcije f v dani točki in jo razložite.

   (2 točki)

   Kakšen je geometrijski pomen odvoda funkcije f v dani točki?

   (1 točka)

   Navedite pravila za računanje odvoda vsote in produkta funkcij ter odvoda produkta funkcije s številom. Za vsako pravilo povejte primer.

   (3 točke)

► Primer izpitnega listka za višjo raven

1. Definirajte praštevilo in sestavljeno število. Naštejte tri praštevila in tri sestavljena števila.

   (2 točki)

   Kako razcepimo naravno število $n(n>1)$ na prafaktorje?
   Ali je praštevilski razcep enoličen? Razložite.

   (2 točki)

   Dokažite, da je praštevil neskončno mnogo.

   (2 točki)

2. Povejte geometrijsko definicijo elipse in jo razložite.

   (2 točki)

   Zapišite splošno enačbo elipse v izhodiščni legi in splošno enačbo elipse v premaknjeni legi.

   (2 točki)

   Zapišite primer enačbe elipse v premaknjeni legi in elipso narišite.

   (2 točki)

3. Povejte definicijo odvoda funkcije f v dani točki in jo razložite.

   (2 točki)

   Kakšen je geometrijski pomen odvoda funkcije f v dani točki?

   (1 točka)

   Izberite si primer nelinearne odvedljive funkcije $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ in po definiciji izpeljite njen odvod.

   (2 točki)

   Navedite pravilo za računanje odvoda kvocienta funkcij.

   (1 točka)

Državna predmetna komisija za matematiko za splošno maturo lahko vprašanja za ustni izpit spreminja, izloča in dopolnjuje.

Seznam ustnih vprašanj bo vsako leto do konca januarja objavljen na spletni strani Državnega izpitnega centra (https://www.ric.si/splosna_matura/predmeti/matematika/).

7 KANDIDATI S POSEBNIMI POTREBAMI

Z *Zakonom o maturi* in na njegovi podlagi sprejetimi podzakonskimi akti je določeno, da kandidati opravljajo maturo pod enakimi pogoji. Kandidatom s posebnimi potrebami, ki so bili usmerjeni v izobraževalne programe z odločbo o usmeritvi, v utemeljenih primerih pa tudi drugim kandidatom (poškodba, bolezen), se lahko glede na vrsto in stopnjo primanjkljaja, ovire oziroma motnje prilagodi način opravljanja mature in način ocenjevanja znanja.[5]

Možne so te prilagoditve:

1. opravljanje mature v dveh delih, v dveh zaporednih izpitnih rokih;
2. podaljšanje časa opravljanja (tudi odmorov; mogočih je več krajših odmorov) in prekinitev izpita splošne mature po potrebi;
3. prilagojena oblika izpitnega gradiva (npr. brajeva pisava, povečava, zapis besedila na zgoščenki, zvočni zapis besedila na zgoščenki ipd.);
4. poseben prostor;
5. prilagojena delovna površina (dodatna osvetlitev, možnost dviga mize ipd.);
6. uporaba posebnih pripomočkov (računalnika, brajevega pisalnega stroja, ustreznih pisal, folij za pozitivno risanje ipd.);
7. izpit s pomočnikom (npr. pomočnikom bralcem, pisarjem, tolmačem v slovenski znakovni jezik, pomočnikom za slepe in slabovidne);
8. uporaba računalnika za branje in/ali pisanje;
9. prirejen ustni izpit in izpit slušnega razumevanja (oprostitev, branje z ustnic, prevajanje v slovenski znakovni jezik);
10. prilagojeno ocenjevanje (npr. napake, ki so posledica kandidatove motnje, se ne upoštevajo; pri ocenjevanju zunanji ocenjevalci sodelujejo s strokovnjaki za komunikacijo s kandidati s posebnimi potrebami).

[5] Besedilo velja za vse predmete splošne mature in se smiselno uporablja pri posameznem izpitu splošne mature.

8 LITERATURA

Učbeniki in učna sredstva, ki jih je potrdil Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje, so zbrani v *Katalogu učbenikov za srednjo šolo* in objavljeni na spletni strani Zavoda Republike Slovenije za šolstvo www.zrss.si.

9 DODATEK

9.1 Matematične oznake

V tem poglavju so predstavljene nekatere matematične oznake, ki se uporabljajo pri maturitetnih izpitih iz matematike. Seznam ne vsebuje vseh matematičnih oznak. Oznake, ki jih najdemo na spodnjem seznamu, na izpitnih polah ne bodo nujno dodatno razložene. Oznake, ki bodo uporabljene na izpitu in jih na spodnjem seznamu ni, bodo dodatno definirane in razložene.

► **Logika**

$\wedge$, &	konjunkcija
$\vee$	disjunkcija
$\Rightarrow$	implikacija
$\Leftrightarrow$	ekvivalenca
$\neg A$, $\overline{A}$	negacija izjave A
$\forall$	za vsak
$\exists$	obstaja

► **Množice**

$\in$	je element
$\notin$	ni element
$\{x_1, x_2, ...\}$	množica z elementi x_1, x_2 ...
$\{x; ...\}$, $\{x \mid ...\}$	množica vseh x, takih, da ...
$m(A)$, $\lvert A \rvert$	število elementov (moč) množice A
$\mathcal{P}A$, $\mathcal{P}(A)$	potenčna množica množice A
$\varnothing$, $\{\ \}$	prazna množica
$\mathcal{U}$	univerzalna množica (univerzum)
A^C, A'	komplementarna množica množice A
$\mathbb{N}$	množica naravnih števil
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	množica celih števil
$\mathbb{Z}^+$	množica pozitivnih celih števil
$\mathbb{Z}^-$	množica negativnih celih števil
$\mathbb{Q}$	množica racionalnih števil
$\mathbb{Q}^+$	množica pozitivnih racionalnih števil
$\mathbb{Q}^-$	množica negativnih racionalnih števil
$\mathbb{R}$	množica realnih števil
$\mathbb{R}^+$	množica pozitivnih realnih števil

$\mathbb{R}_0^+$	množica nenegativnih realnih števil
$\mathbb{R}^-$	množica negativnih realnih števil
$\mathbb{C}$	množica kompleksnih števil
$\subset$, $\subseteq$	je podmnožica
$\not\subset, \not\subseteq$	ni podmnožica
$\cup$	unija
$\cap$	presek
$\times$	kartezični produkt
$\setminus$, $-$	razlika množic
$[a,\ b]$	zaprti interval $\{x \in \mathbb{R};\ a \le x \le b\}$
$[a,\ b)$	interval $\{x \in \mathbb{R};\ a \le x < b\}$
$(a,\ b]$	interval $\{x \in \mathbb{R};\ a < x \le b\}$
$(a,\ b)$	odprti interval $\{x \in \mathbb{R};\ a < x < b\}$

► **Relacije in operacije**

$(a,\ b)$	urejeni par
$=$	je enako
$\neq$	ni enako
$\doteq$, $\approx$	je približno enako
$<$	je manjše
$\le$	je manjše ali enako
$>$	je večje
$\ge$	je večje ali enako
$+$	plus
$-$	minus
$\cdot$, $\times$	krat
$:$, $\div$	deljeno
$a \mid b$	a deli b
$D(a,\ b)$	največji skupni delitelj števil a in b
$v(a,\ b)$	najmanjši skupni večkratnik števil a in b
$\sum$	znak za vsoto
$\lvert a \rvert$	absolutna vrednost števila a

► **Kompleksna števila**

i	imaginarna enota
Re z	realni del kompleksnega števila z
Im z	imaginarni del kompleksnega števila z
$\lvert z \rvert$	absolutna vrednost kompleksnega števila z
$\overline{z}$, z^*	konjugirano kompleksno število k z

► Geometrija. Vektorji

$d(A, B)$	razdalja med točkama A in B
$\|AB\|$	dolžina daljice AB
$\sphericalangle$	kot
$\triangle$	trikotnik
$\|\|$	je vzporeden
$\perp$	je pravokoten
$\cong$	je skladen
$\sim$	je podoben
$\overrightarrow{AB}, \vec{a}$	vektor $\overrightarrow{AB}$, vektor $\vec{a}$
$s\vec{a}$	produkt vektorja $\vec{a}$ s številom (skalarjem) s
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	skalarni produkt vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{b}$
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	vektorji standardne ortonormirane baze
$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$	vektor s koordinatami (komponentami) a_1, a_2, a_3
$\|\vec{a}\|$	dolžina vektorja $\vec{a}$
$\vec{r}_A$	krajevni vektor točke A
$A(x, y)$	točka A v ravnini s koordinatama x in y
$A(x, y, z)$	točka A v prostoru s koordinatami x, y in z
S, p	ploščina lika
V	prostornina telesa
P	površina telesa

► Funkcije

$f : A \to B$	f je preslikava (funkcija) iz A v B
$x \mapsto f(x)$	x se preslika v $f(x)$
D_f	definicijsko območje funkcije f
Z_f	zaloga vrednosti funkcije f
f^{-1}	inverzna funkcija funkcije f
$f \circ g$	kompozitum (sestava) funkcij f in g
$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	limita funkcije f, ko gre x proti a
$(a_n), \{a_n\}$	zaporedje s splošnim členom a_n
$\lim\limits_{n \to \infty} a_n$	limita zaporedja s splošnim členom a_n
$f', \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$	(prvi) odvod funkcije f
$\int f(x)\,\mathrm{d}x, \int f$	nedoločeni integral funkcije f

$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	določeni integral funkcije f v mejah od a do b

► **Kombinatorika. Verjetnostni račun. Statistika**

P_n	število permutacij n elementov brez ponavljanja
$P_n^{m_1, m_2, \ldots, m_k}$	število permutacij n elementov s ponavljanjem
$n!$	n fakulteta, n faktorialno
V_n^r	število variacij med n elementi brez ponavljanja reda r
${}^{(p)}V_n^r$	število variacij med n elementi s ponavljanjem reda r
$\binom{n}{r}$	binomski simbol $(n$ nad $r)$
C_n^r	število kombinacij med n elementi brez ponavljanja reda r
G	gotovi dogodek
N	nemogoči dogodek
$E_1, E_2, E_3, \ldots$	elementarni dogodki
$A', \overline{A}$	dogodku A nasprotni dogodek
$A \cup B,\ A + B$	vsota dogodkov A in B
$A \cap B,\ A \cdot B$	produkt dogodkov A in B
$A \setminus B,\ A - B$	razlika dogodkov A in B
$A \subset B$	A je način dogodka B
$P(A)$	verjetnost dogodka A
$P(A / B)$	verjetnost dogodka A pri pogoju B (pogojna verjetnost)
$\overline{x},\ \mu$	povprečna vrednost
σ^2	disperzija, varianca
σ	standardna deviacija, standardni odklon

9.2 Formule in izreki

V tem poglavju so navedene formule in izreki, ki bodo priloženi izpitnim polam. Od kandidatov se pričakuje, da te formule in izreke poznajo, razumejo in jih znajo uporabljati. List s formulami na višji ravni vsebuje vse formule in izreke s seznama formul na osnovni ravni in nekatere druge formule iz vsebin posebnega znanja, ki se na osnovni ravni ne preverjajo.

9.2.1 Formule, priložene izpitni poli, osnovna raven

(**Vsota in razlika kubov**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \frac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \frac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je $\boxed{S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja
$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.
Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov)**
Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja $\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}$.
Za poljuben $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1}$.

9.2.2 Formule, priložene izpitni poli, višja raven

(**Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom**) Za poljubna $a,\ b \in \mathbb{R}$ in za poljubno naravno število n velja

$\boxed{a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)\left(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \ldots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}\right)}$,

$\boxed{a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)}$.

(**Evklidov in višinski izrek**) Pravokotni trikotnik ima kateti a in b ter hipotenuzo c. Višina na hipotenuzo je v_c, pravokotna projekcija katete a na hipotenuzo je a_1, pravokotna projekcija katete b na hipotenuzo pa b_1. Tedaj velja $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1b_1}$.

(**Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$, ploščina je S, polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je r in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je R. Tedaj je $\boxed{r = \frac{S}{s}}$ in $\boxed{R = \frac{abc}{4S}}$.

(**Heronova formula**) Trikotnik ima stranice a, b in c, polovica obsega je $s = \frac{a+b+c}{2}$. Tedaj je njegova ploščina $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(**Ploščina trikotnika**) Naj bodo $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ in $C(x_3,\ y_3)$ točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči A, B in C je enaka $\boxed{S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Krogla**) Površina in prostornina krogle s polmerom r sta $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \frac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Razdalja točke od premice**) Naj bodo $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0 \in \mathbb{R}$ in naj a in b ne bosta oba enaka 0. Razdalja točke $T_0(x_0,\ y_0)$ od premice p, podane z enačbo $ax + by - c = 0$, je

$\boxed{d(T_0,\ p) = \frac{|\,ax_0 + by_0 - c\,|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$.

(**Logaritem**) Naj bosta $a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0,\ b \neq 1$. Tedaj za vsak $x > 0$ velja $\boxed{\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(**Adicijski izreki**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, za katera je $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ za poljuben $k \in \mathbb{Z}$ in $\tan x \tan y \neq -1$, velja $\boxed{\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(**Kotne funkcije polovičnih kotov**) Za poljuben $x \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}}$.

Za poljuben $x \in \mathbb{R}\setminus\{\pi + \pi \cdot 2k;\ k \in \mathbb{Z}\}$ velja $\boxed{\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(**Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}}$,

$\boxed{\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}}$,

$\boxed{\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}}$.

(**Razčlenitev produkta kotnih funkcij**) Za poljubna $x,\ y \in \mathbb{R}$ velja

$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+y) - \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x+y) + \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x+y) + \sin(x-y)\right)}$.

(**Elipsa**) Elipsa v ravnini ima polosi a in b $(a > b)$, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Hiperbola**) Hiperbola v ravnini ima realno polos a in imaginarno polos b, njena linearna ekscentričnost je e, njena numerična ekscentričnost je ε. Tedaj velja $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(**Parabola**) Parabola v ravnini z enačbo $y^2 = 2px$ ima gorišče v $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$, enačba premice vodnice dane parabole pa je $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(**Aritmetično zaporedje**) Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja (a_n) je $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(**Geometrijsko zaporedje**) Vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja (a_n) s kvocientom $q \in \mathbb{R}$ je $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1}}$, če je $q \neq 1$, in $\boxed{S_n = na_1}$, če je $q = 1$.

(**Limiti**) $\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e}$ in $\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(**Nedoločeni integral**) Naj bo $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tedaj je za vsak $C \in \mathbb{R}$

$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ in $\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C}$.

(**Integracija po delih**) Naj bo $D \subseteq \mathbb{R}$ in $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ odvedljivi funkciji. Tedaj velja

$\boxed{\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'}$.

(**Volumen rotacijskega telesa**) Naj bo $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije f, abscisna os ter premici $x = a$ in $x = b$, zavrtimo okrog abscisne osi za 360°, je $\boxed{V = \pi\int_a^b \left(f(x)\right)^2 \mathrm{d}x}$.

(**Bernoullijeva formula**) Naj bo p verjetnost, da se v danem poskusu zgodi dogodek A. Verjetnost, da se dogodek A v n zaporednih ponovitvah poskusa zgodi natanko k-krat, je

$\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}}$.